

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة سعيدة – د. الطاهر مولاي –

UNIVERSITÉ DESAÏDA– Dr MOULAY TAHAR – Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil & Hydraulique



## MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de MASTER en Génie Civil

Spécialité : « Structure »

## THÈME

***Étude Analytique et Numérique D'une Structure En Treillis***

Présenté par :

*HALIMI Khouloud.*

*HERNAS Lamia.*

Soutenu le 16/06/2025 devant le jury composé de :

P <sup>r</sup> . L. REZGANI	Professeur	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Président.
P <sup>r</sup> . N. MAHMOUDI	Professeur	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Examineur
D <sup>r</sup> . M. BENTAHAR	Maître de conférences (A)	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Encadreur

*Année universitaire 2024/2025.*

## *Remerciement.*

«الشكر و الحمد لله»

Merci Allah de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve.

Nous avons remercié également notre encadrant **BENTAHAR Mohammed**, pour sa disponibilité, ses conseils précieux et son accompagnement tout au long de ce mémoire.

Nos remerciements vont aussi à l'ensemble des enseignants du département de **Génie civil**, qui nous ont transmis leur savoir et nous ont guidés tout au long de notre formation.

Nous n'oublions pas de remercier notre famille et nos proches pour leur soutien moral et leurs encouragements constants, ainsi que nos amis pour leur présence et leurs mots réconfortants.

À toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de ce projet, nous disons un grand merci.

## *Dédicaces.*

À ma mère et à mon père, les piliers de ma vie.

À vous qui avez semé en moi les graines du savoir et du courage.

Qui avez veillé, sacrifié, et donné sans compter pour me voir avancer.

À vous qui m'avez appris que la valeur d'un rêve se mesure aux efforts qu'on consent pour le réaliser.

Ce travail, si modeste soit-il, porte en lui le fruit de vos sacrifices et la lumière de votre amour.

À ma binôme HERNAS Lamia, je tiens tout d'abord à exprimer ma sincère gratitude. J'ai eu le plaisir de partager cette belle aventure avec toi. Ton engagement, ta rigueur et ton esprit d'équipe ont été essentiels à la réalisation de ce travail. Merci pour ta patience, ton soutien et ta bonne humeur tout au long de ce projet.

À mes chères sœurs, à mon frère, à mes amis et collègues, Compagnons de vie et de cœur, Merci pour cette solidarité qui rend les défis plus doux à porter.

À mes professeurs,

Merci pour la rigueur transmise, la passion enseignée, et le savoir partagé avec tant de générosité.

Vous avez été les guides de ce long chemin d'apprentissage.

À Monsieur **BENTAHAR Mohammed**,

Mon encadreur,

Je vous adresse mes plus sincères remerciements pour votre accompagnement attentif, vos conseils avisés et votre disponibilité tout au long de ce travail.

Votre encadrement a été une source de motivation et d'enrichissement tout au long de ce parcours.

Halimi Khouloud .

## *Dédicaces.*

Je dédie ce travail à :

À ma chère mère qui s'est toujours sacrifiée pour mon éducation, qui m'a entourée de son amour et de son affection

À ma chère mère en témoignage de l'amour, affection et le soutien que tu m'as offerts depuis ma naissance.

Je les remercie et je n'oublierai jamais leur soutien moral dans les moments les plus difficiles. Qu'Allah les protège.

À mon grand-père, qui me manque tant .si tu étais là, tu serais fier de moi,

À mes chères sœurs et frères,

À toute la famille sans exception,

À mon chère amie et mon binôme de ce travail HALIMI KHOULOUDE et les amis proches.

**HERNAS LAMIA.**

## Symboles et notations:

Symboles	Unité
N: Effort normal.	(N)
F/X : Translation horizontale.	(NM)
F/Y : Translation verticale.	(NM)
$M_z$ : Rotation.	(degré)
F : Charge concentrée.	(N)
4 et 5 : Réactions d'appuis.	(N)
T,C efforts dans la barre.	(N)
r : le nombre de réactions.	
n : le nombre de nœuds.	
$\epsilon_r$ : l'erreur relative.	(%)
↑: Force verticale.	(N)
b : Largeur.	(cm)
L : Longueur de barre.	(cm)
$\alpha, \beta, \theta$ : Angle de rotation.	(degré)
k : Degré d'hyperstaticité.	
$\delta_{ij}$ : Déplacement horizontale à l'appui.	
ED: Energie de déformation	(J)
M: masse	(Kg)
Fr: fréquence	(cycle/temps)
EM : masse effective	
PF : facteur de participation	
EIGVAL : valeur propre	
Masse volumique	$\text{Kg}/\text{m}^3$
Temps	S
Contrainte	Pa
FMN: force méthode des noeuds	N
FMS: force méthode des sections	N
FFEM: force méthode des éléments finis	N

## ملخص:

تهدف هذه الرسالة الى تقديم نمذجة رقمية لجمالون باستخدام برنامج Abaqus. تمت محاكاة الهيكل ثنائي الأبعاد في ظل ظروف تحميل مختلفة لتحليل الإجهادات والحركات الداخلية، كما تتضمن تحليلاً للجمالون النمطي. استُخدمت عناصر الجمالون الإزاحية الخطية (T2D2) ثنائية العقد للنمذجة. بالإضافة إلى ذلك، تمت نمذجة الإزاحات والتشوهات والإجهادات باستخدام طريقة العناصر المحدودة (FEM) من ناحية أخرى، تم تقييم متغيرات مختلفة مثل الكتلة الفعالة (EM1، EM2، EM6)، وعوامل المشاركة (PF2، PF6)، والتردد، وقيمة EIGVAL، وطاقة الانفعال فيما يخص المواد الثلاثة الصلب، الألومنيوم و الخشب للأوضاع السبعة. تمت مقارنة النتائج العددية لطرق المقطع والعقدة مع الحسابات التحليلية للتأكد من صحة النموذج.

الكلمات المفتاحية: طريقة العناصر المحدودة، النمذجة، الأوضاع، الإجهادات، التشوه، الإزاحات، الطريقة التحليلية، العقد، المقاطع.

## Abstract:

The aim of this thesis is to present the digital modeling of a truss using Abaqus software. The structure is simulated in 2D under different loading conditions to analyze internal stresses and movements, and also includes a modal truss analysis. T2D2 2-node linear displacement truss elements were used for modeling. In addition, displacements, deformation and stresses were modeled by the FEM method. On the other hand, different variables such as effective mass (EM1, EM2, EM6), participation factors (PF2, PF6), frequency, EIGVAL and strain energy were evaluated concerning the three materials steel, aluminum and wood for the seven modes. The numerical results of the section and node methods are compared with the analytical calculations to confirm the validity of the model.

Keywords: Finite element method, modeling, modes, stresses, deformation, displacements, analytical method, nodes, sections.

## Résumé:

Le but de ce mémoire est de présenter la modélisation numérique d'un treillis grâce au logiciel Abaqus. On simule la structure en 2D dans différentes conditions de charge pour analyser les contraintes internes et les mouvements, et on comprend également une analyse modale de treillis. Les éléments de treillis à déplacement linéaire à 2 nœuds T2D2 ont été utilisés pour faire la modélisation. En outre, les déplacements, la déformation et les contraintes ont été modélisés par la méthode FEM. D'autre part, les différentes variables comme l'effectif de masse (EM1, EM2, EM6), les facteurs de participation (PF2, PF6), la fréquence, L'EIGVAL et l'énergie de déformation ont été évaluées concernant les trois matériaux l'acier, aluminium et le bois pour les sept modes. Les résultats numériques des méthodes de sections et des nœuds sont comparés aux calculs analytiques afin de confirmer la validité du modèle.

Mots clés: La méthode des éléments finis, la modélisation, les modes, contraintes, déformation, déplacements, la méthode analytique, nœuds, sections.

## **Table des matières:**

<i>Remerciement.</i> .....	II
<i>Dédicaces.</i> .....	III
<i>Dédicaces.</i> .....	IV
Symboles et notations: .....	V
:ملخص.....	VI
Table des matières: .....	VII
Liste de figures: .....	XI
Liste de tableaux: .....	XIII
INTRODUCTION GÉNÉRALE: .....	15
1. GÉNÉRALITÉS SUR LES TREILLIS : .....	18
1.1 INTRODUCTION : .....	18
1.2 Historique : .....	18
1.3 Définition: .....	19
1.4 Composants d'un treillis : .....	20
1.4.1 Les barres ou membrures : .....	20
1.4.1.1 Types de barres utilisées : .....	21
1.4.2 Les membrure : .....	21
1.4.3 Nœud : .....	21
1.4.3.1 Technique d'assemblage : .....	22
1.4.3.2 Types de nœuds : .....	22
1.4.3.2.1 Nœud simple : .....	22
1.4.3.2.2 Nœuds avec appuis d'un treillis : .....	22
1.5 Méthode pour construire un treillis : .....	23
1.6. Les différentes formes des treillis : .....	24

1.6.1 Treillis simple est formé uniquement de mailles triangulaires : .....	24
1.6.2 Treillis composé résulte de l'assemblage de treillis simples : .....	24
1.6.3 Le treillis formé de barres qui se chevauchent sans être reliées physiquement : .....	25
1.7 Type de treillis : .....	25
1.7.1 Les poutres en treillis : .....	25
1.7.2 Les fermes : .....	26
1.8 Chargement: .....	27
1.9 CONCLUSION : .....	28
2. LES METHODES DE CALCULS DES TREILLES: .....	30
2.1 INTRODUCTION : .....	30
2.2 Forces exercé sur les treillis : .....	30
2.2.1 Efforts et déformations dans les treillis : .....	30
2.2.1.1 Les forces Extérieures : .....	31
2.2.1.2 Les forces intérieures : .....	31
A - Force de tension (ou traction) : .....	31
b - Force de compression : .....	31
2.3 Les systèmes des treillis : .....	31
2.3.1 Structures isostatiques (statiquement déterminées) et hyperstatiques (statiquement indéterminées) : .....	31
2.3.2 Système instable : .....	32
2.4 Les exemples sur les systèmes des treillis : .....	32
A-Système hyperstatique : .....	32
B-Système isostatique : .....	32
C-Système instable : .....	33
2.5 Pour calculez les treillis ils ya plusieurs méthodes : .....	33

2.5.1 Vérifier que le système est sélectionné statiquement :	33
2.5.2 Degré d'hyperstaticité intérieure :	33
2.6 Analyse de treillis(les méthodes de calculs utilisé dans les treillis):	34
2.6.1 Méthode des nœuds :	34
2.6.2 Méthode des sections (la méthode de Ritter):	34
2.6.3 Méthodes des plans ou des forces (méthode Cremona):	35
2.6.4 Méthode de déplacements (le déplacement horizontal du nœud ) :	36
2.6.5 Méthode des éléments finis :	38
2.7 Les avantages et inconvénients des méthodes :	41
2.7.1 Comparaison des méthodes de calcul des treillis :	42
2.8 CONCLUSION :	42
3. CALCULS ANALYTIQUE DES TREILLIS:	44
3.1. INTRODUCTION:	44
3.2. MODÈLE GÉOMÉTRIE :	44
3.3 .LES MÉTHODES ANALYTIQUES :	45
3.3.1. Méthode des nœuds :	45
3.3.2. Méthode de Cremona :	48
3.3.3. Méthode des sections (Ritter):	49
3.3.4 Méthode de déplacement :	51
3.4. CONCLUSION :	55
4. MODÉLISATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS :	57
4.1. INTRODUCTION :	57
4.2. MODÉLISATION :	57
4.2.1. Méthode des éléments finis :	57
4.2.2. Code de calcul (Abaqus) :	57

4.2.3. Différents types d'éléments Abaqus : .....	58
4.2.4. Réalisation d'une simulation numérique : .....	59
4.2.5. Les systèmes d'unités dans le logiciel ABAQUS : .....	60
4.2.6. Modèle numérique : .....	60
4.2.7. Conditions aux limites : .....	61
4.2.8. Maillage : .....	61
4.2.9. Modélisation numérique: .....	62
4.2.9.1. Analyse de déplacements : .....	62
4.2.9.2. Analyse de déformation : .....	64
4.2.9.3 Analyse des contraintes : .....	65
4.3. Résultats et discussions : .....	67
4.3.1. Analyse comparative des résultats : Méthode analytique et Méthode numérique: .....	67
4.3.2. Variables : .....	69
4.4 CONCLUSION: .....	71
CONCLUSION GÉNÉRALE : .....	72
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES. ....	73
Annexes .....	75

## Liste de figures:

Figure 1. 1 Des anciens exemples d'un treillis a) La porte aux lions en mycènes (Grèce) est considérée comme un exemple du concept du treillis vu par les anciens Grecs [7] b) Projet d'un hangar mobile pour l'aviation Militaire des Etats-Unis, 1951, Arch .K.Wachsman [8] c) Tour EIFFEL PARIS (1889-1887) .....	19
Figure 1. 2 Treillis (système triangulaire) [9] .....	20
Figure 1. 3 : Constitution d'un treillis .....	20
Figure 1. 4 Dessin détaillé du nœud a) rassemblé b) démonté .....	21
Figure 1. 5 Différents outils d'assemblage; a) cheville b) soudure c) boulonnage ou rivetage [5] .....	22
Figure 1. 6 Appuis simple .....	22
Figure 1. 7 Appuis double .....	23
Figure 1. 8 Encastrement .....	23
Figure 1. 9 La méthode pour construire un treillis .....	24
Figure 1. 10 Treillis simple avec des mailles triangulaires [14] .....	24
Figure 1. 11 Treillis composé [14] .....	24
Figure 1. 12 Treillis hyperstatique [14] .....	25
Figure 1. 13 Treillis isostatique [14] .....	25
Figure 1. 14 Exemple d'une poutre en treillis [15] .....	25
Figure 1. 15 Exemple d'une ferme [15] .....	26
Figure 1. 16 Exemple d'un treillis PRATT [12] .....	26
Figure 1. 17 Exemple d'un treillis HOWE [12] .....	27
Figure 1. 18 Exemple d'un treillis WARREN [12] .....	27
Figure 1. 19 Exemple d'un treillis en K [12] .....	27
Figure 1. 20 La distribution des charges sur un treillis a) bien chargé b) mal chargé [16] .....	27
Figure 2. 1 Les efforts exercés sur les barres [14] .....	30
Figure 2. 2 Efforts internes appliqués sur les barres a) Traction b) compression. ...	31
Figure 2. 3 Système des structures en treillis. ....	33
Figure 2. 4 Schéma de degré d'hyperstaticité [20]. ....	33
Figure 2. 5 Exemple sur la méthode des nœuds [21] .....	34
Figure 2. 6 Exemple sur la méthode des sections [21] .....	35
Figure 2. 7 Exemple de la technique de la méthode des déplacements. ....	37
Figure 2. 8 Exemple d'une barre uniforme à deux rotules. ....	38
Figure 2. 9 Système des coordonnées de transformation. ....	39
Figure 2. 10 Avantages et inconvénients [23]. ....	41
Figure 3. 1 Exemple d'un treillis étudié. ....	45
Figure 3. 2 Le modèle illustre la méthode de découpage. ....	50
Figure 3. 3 Exemple d'un treillis .....	51
Figure 4. 1 Illustration des différents produits d'Abaqus [4] .....	58
Figure 4. 2 Illustration des différents modules utilisés en Abaqus [4] .....	59
Figure 4. 3: La géométrie des treillis; a) 1000N et b) 2000N .....	61
Figure 4. 4 Conditions aux limites .....	61
Figure 4. 5 Modèle FEM "Maillage" .....	61

Figure 4. 6 Analyse de déplacements U1 pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	62
Figure 4. 7 Analyse de déplacements U1 pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	62
Figure 4. 8 Analyse de déplacements U2 pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	63
Figure 4. 9 Analyse de déplacements U2 pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	63
Figure 4. 10 Analyse de déformation $\varepsilon_{11}$ pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	64
Figure 4. 11 Analyse de déformation $\varepsilon_{11}$ pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	64
Figure 4. 12 Analyse de la contrainte $\sigma_{11}$ pour les trois matériaux avec une charge de 1000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	65
Figure 4. 13 Analyse de la contrainte $\sigma_{11}$ pour les trois matériaux avec une charge de 2000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	65
Figure 4. 14 Analyse de la contrainte $\sigma$ -Miss pour les trois matériaux avec une charge de .....	66
Figure 4. 15 Analyse de la contrainte $\sigma$ -Miss pour les trois matériaux avec une charge de 2000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois. ....	66
Figure 4. 16 Comparaison entre les trois méthodes les méthodes analytiques (nœuds et sections) et la méthode numérique par la méthode FEM .....	68
Figure 4. 17 L'évolution de EM en fonction de numéros de barre; a) EM1, b) EM2, c) EM6 .....	69
Figure 4. 18 L'évolution des facteurs de participation en fonction des numéros de barre; a) PF2 et b) PF6. ....	70
Figure 4. 19 a) L'évolution de la masse et c) valeur propre en fonction des numéros de barres. ....	70
Figure 4. 20 L'évolution de l'énergie de déformation en fonction du temps .....	71

## Liste de tableaux:

Tableau 2. 1Schéma graphique de la méthode de Cremona [22].....	36
Tableau 3. 1Les différents résultats des efforts dans les barres.....	47
Tableau 3. 2différents schémas de polygone .....	48
Tableau 3. 3Les intensités de chaque barre .....	49
Tableau 3. 4Différents résultats obtenus des efforts normaux dans l'état 0 .....	53
Tableau 3. 5 Différents efforts normaux obtenus dans l'état 1.....	54
Tableau 3. 6 Différents efforts dans les barres.....	55
Tableau 4. 1Différentes éléments utilisés en Abaqus [4].....	58
Tableau 4. 2Différents types d'éléments disponibles dans ABAQUS [28].....	59
Tableau 4. 3Différentes unités nécessaires utilisées dans ABAQUS [28].....	60
Tableau 4. 4Caractéristiques mécaniques concernant les trois matériaux .....	60
Tableau 4. 5 Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes analytiques (nœuds et sections) et numérique.....	67

# *INTRODUCTION*

## *GÉNÉRALE*

## **INTRODUCTION GÉNÉRALE**

### **INTRODUCTION GÉNÉRALE:**

Aujourd'hui, la modélisation numérique joue un rôle essentiel dans le domaine de l'ingénierie, spécifiquement pour l'étude du comportement des structures. Elle offre la possibilité de prévoir, avec une grande exactitude, la réaction mécanique d'un système exposé à différentes sollicitations, tout en diminuant la nécessité de tests physiques. L'analyse par la méthode des éléments finis (MEF), l'une des techniques numériques les plus couramment employées, représente un instrument efficace pour l'examen des structures complexes.

La structure en treillis est un type de construction constitué de barres linéaires et de connexions, qui offre les atouts d'une légèreté, d'une robustesse supérieure et d'une excellente rigidité. On observe généralement ce phénomène dans les secteurs de la construction, des ponts, des tours et d'autres domaines.[1]

Elles sont souvent utilisées pour réaliser de grandes distances et pour porter de grandes charges qu'une seule poutre peut supporter. On utilise souvent des fermes pour construire des ponts et supporter les toits. En base, les fermes de toit constituent un système triangulaire, généralement composé d'éléments structuraux droits articulés entre eux [2].

La conception optimale des structures de treillis a toujours été un domaine de recherche actif dans le domaine de la recherche et de l'optimisation. Diverses techniques basées sur des méthodes d'optimisation classiques ont été mises au point pour trouver des structures de treillis optimales. Cependant, la plupart de ces techniques peuvent être classées en trois catégories principales : dimensionnement, configuration et optimisation de la topologie. D'autre part, dans l'optimisation du dimensionnement des fermes, les sections transversales des membres sont considérées comme des variables de conception et les coordonnées des nœuds et la connectivité entre les divers membres sont considérées comme fixes. Le problème d'optimisation qui en résulte est un problème de programmation non linéaire (NLP). Le problème de l'optimisation du dimensionnement est étendu et rendu pratiquement utile en limitant les sections transversales des membres pour ne prendre que certaines valeurs discrètes pré spécifiées. Dans l'optimisation de la configuration des fermes, le changement des coordonnées nodales est conservé comme variable de conception. Dans la plupart des études, l'optimisation simultanée du dimensionnement et de la configuration a été utilisée. Le problème qui en résulte est également un problème NLP avec l'aire du membre et le changement des coordonnées nodales comme variables [3].

D'un autre côté, notre étude basée sur l'effet de la force appliquée a connu que la force est un paramètre essentiel dans la résolution des problèmes en treillis simple et compliqué. Nous avons fait premièrement des calculs analytiques du modèle étudié en utilise des méthodes de la résistance des matériaux.

## **INTRODUCTION GÉNÉRALE**

---

Et puis un Transcription du même modèle dans un logiciel de modélisation par éléments finis(MEF) ABAQUS, avec maillage, conditions aux limites, et chargements pour faire une comparaison entre les résultats des efforts internes de deux méthodes (analytique et numérique ) et obtenir l'analyse de déplacement, de déformation, des contraintes et d'analyser l'évolution de plusieurs paramètres nous avons présenté graphiquement tels que la masse effective (EM), les facteurs de participation (PF), les valeurs propres (EIGVAL), l'énergie et la masse ce qui se fait par le code de calcul ABAQUS. Ce dernier est un code de calcul par éléments finis. Il permet, entre autres, de réaliser des simulations du comportement de pièces ou de structures impliquant des éléments en polymères ou élastomères, la prise en compte des non-linéarités, des grandes déformations. Il est ainsi possible de réaliser des analyses en statique ou en dynamique [4].

### **Dans ce mémoire,**

Le premier chapitre a présenté les généralités sur les treillis, en parlant de leur définition, de leur importance dans le secteur du génie civil et des différents modèles les plus couramment utilisés.

Le deuxième chapitre s'est concentré sur les différentes méthodes de calcul des treillis, tout en analysant leurs avantages et inconvénients. Une comparaison entre ces méthodes a permis d'identifier les situations dans lesquelles chacune est la mieux adaptée, en fonction de la précision requise, du temps de calcul, ainsi que de la simplicité ou de la complexité de la structure.

Le troisième chapitre aborde un exemple spécifique en utilisant quatre méthodes d'analyse : la technique des nœuds, des sections, de Cremona et des déplacements. Cette partie nous a donné l'opportunité de présenter clairement les différentes méthodes, tout en mettant en avant leurs résultats.

Le chapitre 4 présente la modélisation numérique à l'aide du logiciel Abaqus. Une comparaison a été effectuée entre les résultats obtenus par la méthode analytique et la méthode numérique, mettant en évidence une correspondance considérable entre les deux méthodes. Un second exemple a été simulé afin d'analyser l'évolution de plusieurs paramètres tels que la masse effective (EM), les facteurs de participation (PF), les valeurs propres (EIGVAL), l'énergie et la masse .chacun représenté graphiquement selon le numéro de barre.

Enfin, pour résumer, cette étude a démontré que l'utilisation de la modélisation numérique avec le logiciel Abaqus constitue une méthode efficace et sûre pour l'analyse des structures simple et complexes telles que les treillis. Cependant, une connaissance profonde des méthodes analytiques est essentielle pour une interprétation précise des résultats, la validation des modèles numériques et garantir la précision des analyses.

# *Chapitre I*

## *GÉNÉRALITÉS SUR*

## *LES TREILLIS*

**1. GÉNÉRALITÉS SUR LES TREILLIS :****1.1 INTRODUCTION :**

Les treillis sont des structures dont les pièces sont assemblées de façon à former des triangles. Les treillis sont très largement utilisés en construction. Les treillis, qu'ils soient en acier, en bois ou d'autres matériaux, sont présents dans les fermes de toiture, les grues, les ponts roulants, les pylônes et autres structures. On fait appel à ce mode de réalisation dans le but essentiel d'alléger l'ensemble d'une construction tout en assurant une plus grande stabilité. [5]

Dans l'ingénierie moderne, les structures en treillis ont une importance cruciale. Ce genre de structure utilise des géométries triangulaires afin d'assurer une stabilité exceptionnelle. Elles sont conçues pour supporter de grandes charges tout en optimisant l'usage des matériaux.

Les structures en treillis ou réticulées sont constituées de barres jointes entre elles à leurs extrémités. [6]

**1.2 Historique :**

La conception de structures en treillis n'est pourtant pas nouvelle, puisque certains vestiges montrent qu'elle était déjà utilisée auparavant, mais sûrement sans connaissance du calcul statique ni structurel.

Les Romains ont été les pionniers dans l'édification de structures en treillis, grâce à une technologie appropriée et à une mise en œuvre à grande échelle.

Durant le Moyen Âge, l'utilisation de barres en bois a favorisé le développement remarquable des systèmes réticulés. Toutefois, les fondements des calculs modernes ont été posés durant la Renaissance, notamment en Italie. Léonard de Vinci y a prêté attention en soumettant plusieurs esquisses de ponts et autres. C'est à Palladio qu'on doit le mérite d'avoir établi les véritables fondements du calcul des treillis en termes de la notion de calcul statique. C'est à partir de ce moment que l'utilisation des structures triangulées s'est répandue, notamment pour la construction des ponts.

Il va simplement dire que la première génération de treillis a été constituée de structures en bois, utilisées principalement dans la construction de ponts. Des écrits citent un pont érigé en Suisse vers 1750 avec une travée libre de près de 120 mètres.

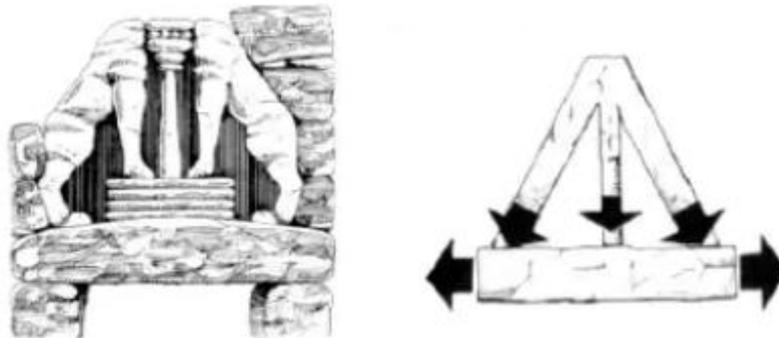
Un nouveau progrès concernant les treillis a été observé aux États-Unis, en ce qui concerne les ponts ferroviaires. De nombreuses catégories de structures de ponts Y ont été déposées et demeurent à ce jour des références pour la conception des treillis.

La période de la révolution industrielle a été marquée par l'emploi de barres d'acier dans les structures en treillis, ainsi que par l'élargissement de leur champ d'application : constructions, entrepôts industriels, pylônes électriques...

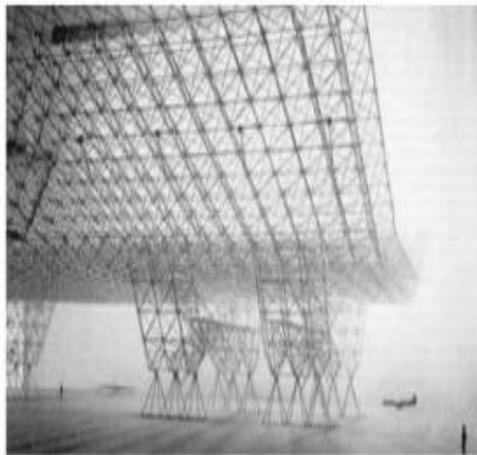
L'introduction du béton armé fait également cela.

Les Américains et les Russes sont en train de construire une station spatiale en orbite.

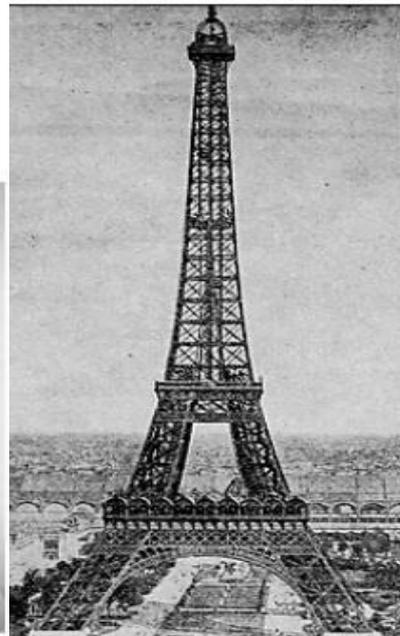
Mais il ne faut pas douter que l'homme, dès le début de la création du monde, utilisa sûrement et logiquement la structure réticulée dans sa vie courante avec pour seul but d'avoir une construction stable et sécurisante. Cela témoigne de son ingéniosité et de l'état actuel d'avancement des treillis qu'il a atteint [7]. La figure 1.1 illustre quelques exemples anciens d'un treillis.



(a)



(b)



(c)

**Figure 1. 1 Des anciens exemples d'un treillis a)La porte aux lions en mycenae(Grèce) est considérée comme un exemple du concept du treillis vu par les anciens Grecs [7] B) Projet d'un hangar mobile pour l'aviation Militaire des Etats-Unis, 1951, Arch .K.Wachsman [8] c) Tour EIFFEL PARIS (1889-1887)**

**1.3 Définition:**

Un ensemble de barres jointes par des articulations à leurs extrémités, qu'on désigne également comme treillis, triangulation ou structure réticulée, est constitué de points d'articulation communs à plusieurs barres appelés nœuds. Les barres sont assemblées de telle sorte qu'elles forment des

triangles. La structure triangulaire a été choisie pour ces constructions car c'est la seule forme géométrique indéformable sous l'effet d'une charge. On suppose que les charges extérieures sont appliquées sur les nœuds du treillis et que les éléments du treillis sont conçus pour résister à la tension et à la compression. Ces configurations procurent une stabilité structurelle exceptionnelle et sont couramment employées dans la construction des ponts, des tours et des toits. La figure 1.2 illustre un système de forme triangulaire.

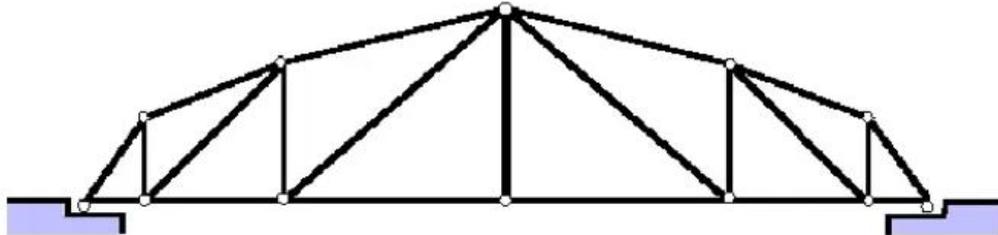


Figure 1. 2 Treillis (système triangulaire) [9]

#### 1.4 Composants d'un treillis :

Les composants d'un treillis sont présentés sur la figure 1.3.

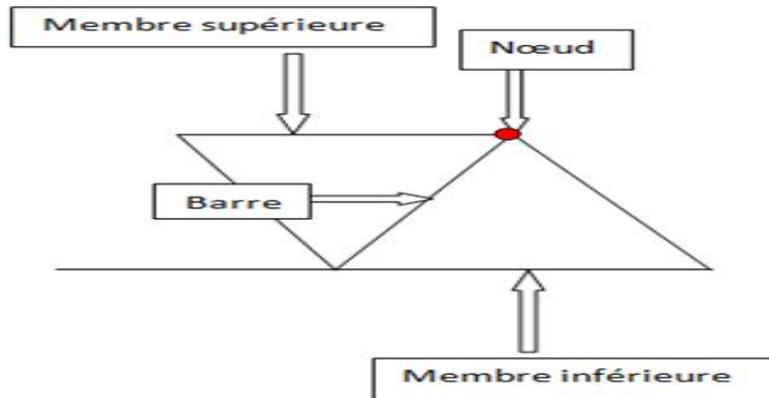


Figure 1. 3 : Constitution d'un treillis

##### 1.4.1 Les barres ou membrures :

Les éléments d'une structure triangulée se composent de barres. Elles sont construites en acier, en bois ou autre matériau. On a souvent l'habitude d'associer les barres ou membrures des treillis avec des barres articulées. [10]

### 1.4.1.1 Types de barres utilisées :

Les barres des treillis sont choisies parmi les profils suivants :

- profils ouverts, principalement des cornières, des U, des tés et des laminés marchands I.
- profils composés, par exemple double cornière et U double.
- profils fermés, en pratique des profils creux

Pour les ponts, les barres sont choisies parmi :

- les profils laminés
- les profils composés,

Les profils reconstitués en H, en U renversé en caisson

Les types de barres sont choisis en fonction de leur position, de l'utilisation U treillis, de sa portée, du type d'assemblage .

### 1.4.2 Les membrure :

Une poutrelle droite ou membrure est un solide dont la dimension longitudinale prédominante sur les autres dimensions transversales. [11]

### 1.4.3 Nœud :

Les points de jonction partagés par plusieurs barres constituent le lieu où elles se rencontrent. Les nœuds peuvent être constitués de joints rigides (assemblage par rivetage ou soudage) ou d'articulations (assemblage par rotule)[12]. Sur le plan mécanique, les nœuds sont représentés par des joints parfaits. Au départ, pour faciliter les calculs, les charges n'étaient appliquées qu'aux nœuds uniquement. L'exemple sur l'assemblage des trois barres pour former un nœud est illustré dans la figure 1.4, qui présente un exemple sur l'assemblage des trois barres pour créer un nœud [11].

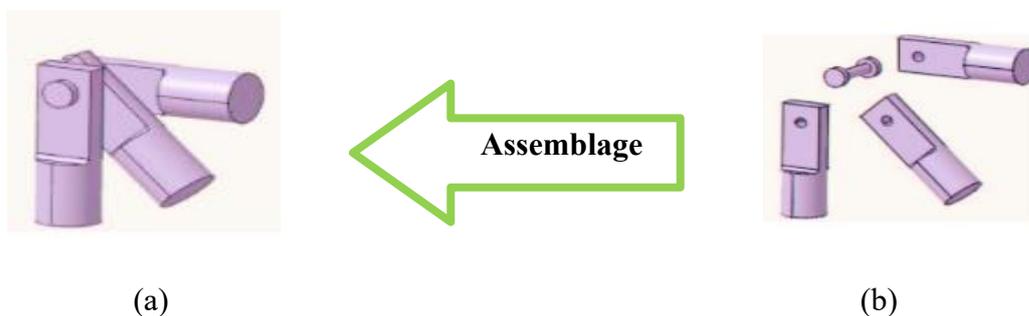


Figure 1. 4 Dessin détaillé du nœud a) rassemblé b) démonté

### 1.4.3.1 Technique d'assemblage :

Les treillis sont fabriqués en reliant les barres aux nœuds de diverses manières. L'assemblage est réalisé par le biais du boulonnage, du rivetage, du chevillage, du soudage, et ainsi de suite voir la (figure 1.5). Dans le cas d'un assemblage par soudure ou rivetage, on qualifie un nœud d'articulé si les axes des barres se croisent et si les barres sont étendues par rapport à leur épaisseur [5]

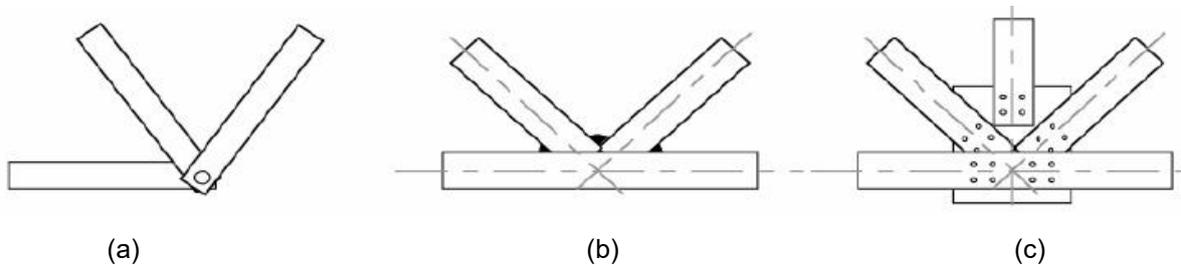


Figure 1. 5 Différents outils d'assemblage; a) cheville b) soudure c)boulonnage ou rivetage [5]

### 1.4.3 .2 Types de nœuds :

#### 1.4.3.2.1 Nœud simple :

Un nœud, c'est le point d'assemblage des barres. Des nœuds simples, ils ne relient que des barres. On peut appliquer des forces ou des efforts externes connus. Uniquement avec des nœuds simples. [13]

#### 1.4.3.2.2 Nœuds avec appuis d'un treillis :

Dans une structure en treillis, les points d'appui sont essentiels pour la distribution des forces et la conservation de sa stabilité. Un treillis est formé de divers composants (barres) reliés entre eux par des points d'intersection. Selon la configuration et les charges appliquées, divers types de supports peuvent être appliqués à ces nœuds. [13].

Voici les types d'appuis rencontrés aux nœuds d'un treillis :

**a) Appuis simple :** dans le cas d'un appuis simple, le nœud peut se déplacer dans le sens horizontal, mais il empêche tout mouvement vertical. Dans l'illustration de la figure 1.6, le nœud à droite a l'opportunité de se déplacer sur l'axe horizontal, cependant non sur l'axe vertical. [13]

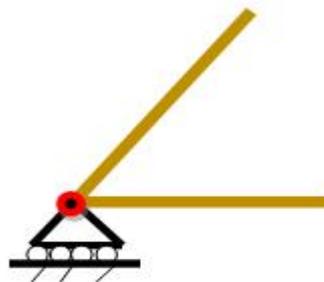
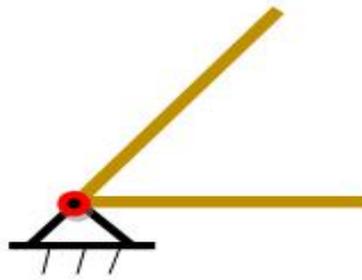


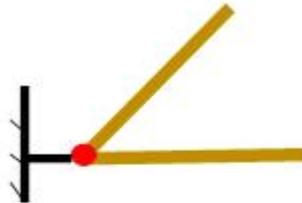
Figure 1. 6 Appuis simple

**b) appuis double (articulation) :** Le nœud est bloqué en déplacement. En contraire : les barres reliées à ce nœud demeurent libres de tourner, voir la figure 1.7. [13]



**Figure 1. 7 Appuis double**

**c) appui encastré :** Dans le cas d'encastré, le nœud est complètement bloqué en translation et en rotation. Par conséquent, les barres liées aux nœuds ne sont pas libres de tourner. Comme illustre dans la figure 1.8. [13]



**Figure 1. 8 Encastrement**

### 1 .5 Méthode pour construire un treillis :

Étant généralement constitués de barres articulées, les treillis doivent être construits conformément à des normes rigoureuses pour garantir leur rigidité.

Méthode :

- 1 – On réalise un premier triangle à l'aide de trois barres articulées, résultant en trois barres et autant de nœuds.
- 2 – On complète ce premier triangle par un second en insérant deux barres supplémentaires, portant ainsi le total à cinq barres et quatre nœuds.
- 3 – On réalise l'ajout de triangles, un par un (en intégrant deux barres et un nœud), jusqu'à obtenir la structure entière.

Voir **la figure 1.9**, qui montre comment obtenir un système triangulaire [10].

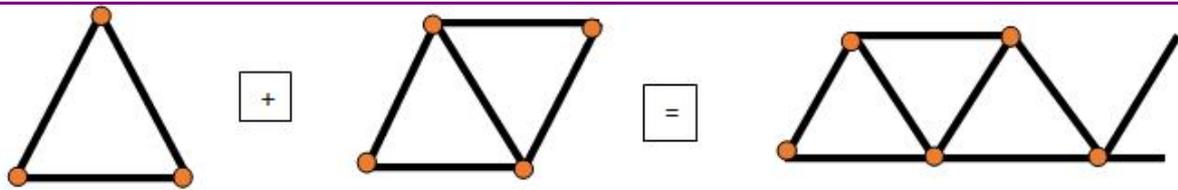


Figure 1. 9 La méthode pour construire un treillis

### 1.6. Les différentes formes des treillis :

Il existe trois grandes catégories de treillis plans : le treillis simple, le treillis composé et le treillis formé de barres qui se chevauchent.

#### 1.6.1 Treillis simple est formé uniquement de mailles triangulaires :

Si le nombre de réactions d'appui ne dépasse pas trois, on trouve généralement que ce type de treillis est isostatique. Ce pendant, des exceptions sont possibles, comme l'indique la figure 1.10 ci-après : il s'agit d'un treillis simple qui se referme sur lui-même et dont le degré d'hyperstaticité interne est égal à 3.

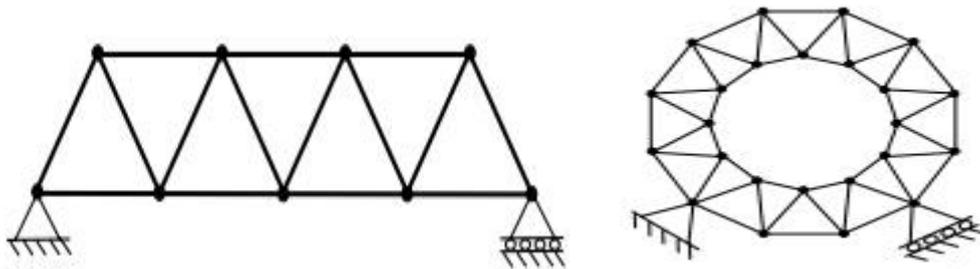


Figure 1. 10 Treillis simple avec des mailles triangulaires [14]

#### 1.6.2 Treillis composé résulte de l'assemblage de treillis simples :

C'est la résultante de l'assemblage de treillis simples voir la figure 1. 11 qui explique un modèle de treillis composé. Un tel treillis peut être isostatique ou hyperstatique.

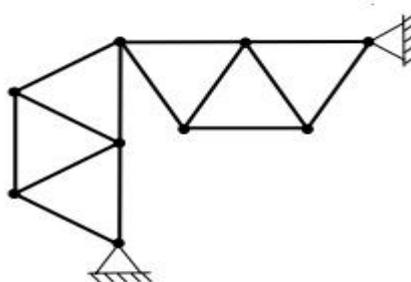


Figure 1. 11 Treillis composé [14]

### 1.6.3 Le treillis formé de barres qui se chevauchent sans être reliées physiquement :

Un tel treillis peut être isostatique ou hyperstatique. Dans le cas de la figure 1.12, il est hyperstatique de degré 1. [11]

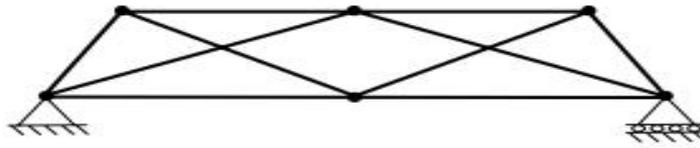


Figure 1. 12 Treillis hyperstatique [14]

Le treillis de la figure 1.13, par contre, est isostatique. Il est toutefois qualifié de complexe, car il peut être analysé par une seule méthode : c'est la méthode matricielle. [14]

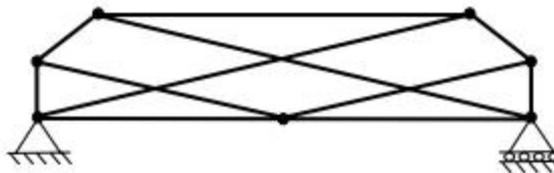


Figure 1. 13 Treillis isostatique [14]

### 1.7 Type de treillis :

Les treillis sont des mécanismes qui reposent sur des triangles soumis à la tension et à la compression. Ils sont principalement utilisés dans les structures de grande dimension, simples ou complexes, ainsi que dans les plans (comme les ponts, les fermes, les poutres, etc.). [12]

#### 1.7.1 Les poutres en treillis :

On représente souvent les poutres en treillis, triangulation ou structure réticulée. Ces structures permettent de couvrir des portées plus larges, bien que leur assemblage puisse parfois s'avérer complexe. Elles sont classées en fonction du rapport  $h/L$  et de leur forme. Si le rapport  $h/l$  est inférieur à 0,1, on valide alors les types de poutres en treillis. Consultez la figure 1.14 pour un exemple concernant la poutre en treillis. [12]

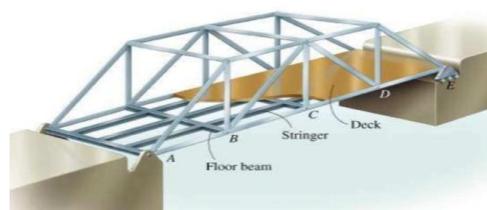


Figure 1. 14 Exemple d'une poutre en treillis [15]

## 1.7.2 Les fermes :

Les poutres maîtresses dans la structure métallique sont composées d'un système triangulé, où les membrures supérieures suivent l'inclinaison de la toiture. Si l'inégalité  $0,1 < h/l < 1/2$  est vérifiée, alors nous avons une sorte de ferme. Consultez la figure 1.15 pour un exemple concernant les fermes. [12]

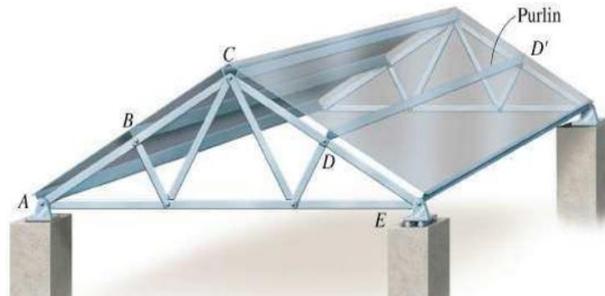


Figure 1. 15 Exemple d'une ferme [15]

On classe les treillis ou poutres treillis en fonction de leur système général et de la disposition des barres. On utilise des fermes triangulées pour soutenir les couvertures. Les poutres treillis à membrures parallèles sont utilisées pour supporter les couvertures et les planchers et pour les ponts, bien qu'une hauteur additionnelle soit souvent nécessaire au niveau des piles dans le cas de ponts continus. Au départ, on a donné des caractéristiques spécifiques à divers types de treillis, comme le treillis Fink, la poutre Warren, et ainsi de suite. Le treillis le plus couramment utilisé est à une travée, sur appuis simples et isostatique intérieurement, avec des nœuds supposés être des articulations.

A) **Treillis PRATT** : Dans ce treillis, les diagonales sont en traction sous l'action des charges gravitaires, il est donc utilisé pour des actions descendantes prédominantes (la figure 1.16).

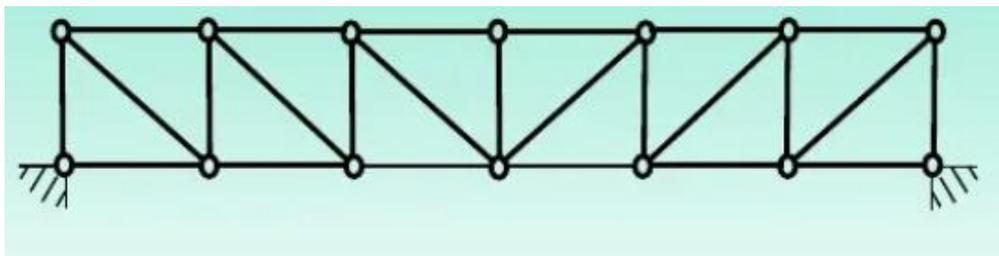


Figure 1. 16 Exemple d'un treillis PRATT [12]

B) **Treillis HOWE** : Dans les diagonales sont tendues sous l'action des charges ascendantes voir la figure 1.17. Cette solution est utilisée pour des situations où le soulèvement est prédominant (bâtiment ouvert).

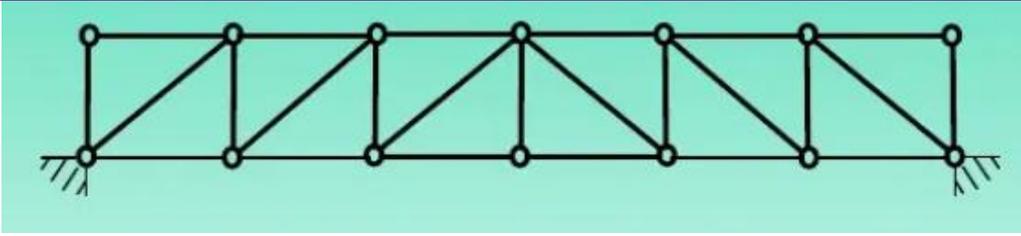


Figure 1. 17 Exemple d'un treillis HOWE [12]

C) **Treillis WARREN** : Dans les diagonales sont soit tendues, soit comprimées. Cette forme est également utilisable comme treillis horizontal de poutres de roulement.

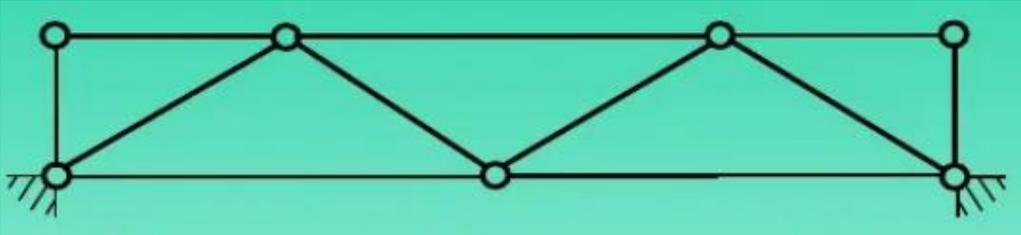


Figure 1. 18 Exemple d'un treillis WARREN [12]

D) **Treillis en K** : Ce modèle est utilisé pour les poutres horizontales dont on veut conserver la symétrie axiale la figure ci-dessous explique la forme géométrique de ce modèle.

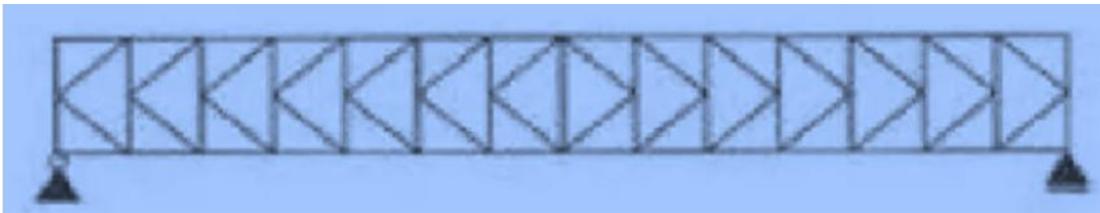


Figure 1. 19 Exemple d'un treillis en K [12]

### 1.8 Chargement:

Le chargement que doit supporter un treillis doit être appliqué aux nœuds ; ce qui a pour effet de provoquer des contraintes en traction et en compression dans les barres (voir Figure 1. 20). L'ajout d'une charge sur une barre entre ses joints entraînerait une tension de flexion susceptible d'endommager le treillis.

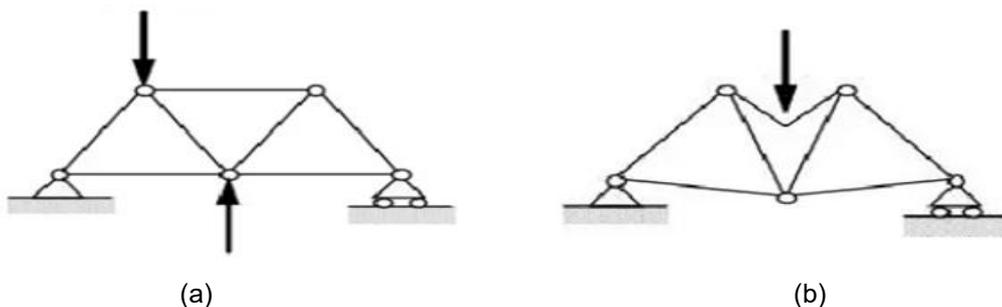


Figure 1. 20 La distribution des charges sur un treillis a) bien chargé b) mal chargé [16]

Les treillis peuvent être sollicités par des forces externes, tandis que les pièces de ces structures sont soumises à des forces internes de la part des pièces voisines. Ces efforts internes et externes doivent être déterminés pour pouvoir choisir les matériaux requis dans la réalisation des constructions.[10]

**1.9 CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, nous avons déterminé les différents éléments nécessaires relatifs aux treillis. D'autre part, nous avons expliqué le choix de la forme triangulaire dans le système, détaillé ses variétés et sa constitution, la procédure pour obtenir un système triangulaire. En outre, nous avons également discuté sur des différentes configurations d'un treillis et des forces externes et internes auxquelles il est soumis.

# *Chapitre II*

*LES METHODES*

*DE CALCULS*

*DES TREILLES*

*Chapitre II*

*LES METHODES*

*DE CALCULS*

*DES TREILLES*

**2. LES METHODES DE CALCULS DES TREILLES:****2.1 INTRODUCTION :**

Les structures de treillis (également appelées triangulations ou structures réticulées) se composent de barres linéaires reliées entre elles à leurs extrémités, toutes situées dans un unique plan nommé le plan de charpente. Les nœuds du système sont les articulations partagées par plusieurs barres. Il établit généralement une suite simple (plane) de triangles adjacents. Cette structure est l'une des principales utilisées en ingénierie. Des forces externes telles que les charges à supporter, le poids de la structure, le poids de la neige, le trafic, les réactions d'appui peuvent être appliquées, tandis que les composants de ces structures sont exposés à des forces internes provenant des pièces voisines. Il est nécessaire de définir ces efforts, qu'ils soient internes ou externes, afin de sélectionner les matériaux nécessaires à la réalisation des constructions. Des pièces trop grandes ne sont pas rentables, tandis que des pièces trop petites manquent de sécurité. Quand toutes les barres et les forces exercées se trouvent dans un seul plan. [17]

On présumera que la charge, présentée sous forme de forces ponctuelles, est appliquée aux nœuds du treillis. Dans ce contexte, chaque poutre ne subit qu'une contrainte normale et on les désigne alors comme des barres. Les efforts sont transférés uniquement dans la direction des barres.

L'analyse d'un système triangulé consiste à : déterminer les efforts normaux dans chaque barre et calculer les déplacements des nœuds.

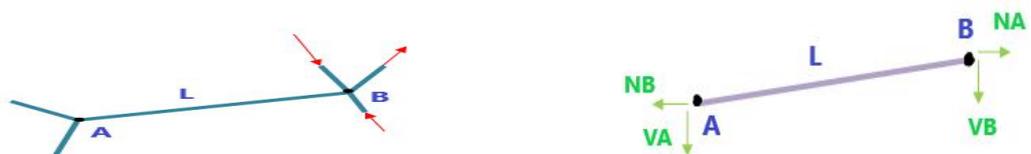
Les équations de la statique sont utilisées pour déterminer les réactions de support.

Les efforts dans les barres cependant, sont déterminés par l'une des méthodes :

- méthodes des nœuds.
- méthodes des sections.
- méthodes de déplacements.
- méthodes des forces.
- Méthodes des éléments finis. [18]

**2.2 Forces exercé sur les treillis :****2.2.1 Efforts et déformations dans les treillis :**

Une caractéristique essentielle des treillis est l'absence de moments de flexion et, par conséquent, d'efforts de cisaillement dans les barres. Pour illustrer cela, prenons l'exemple de la figure 2.1 d'une barre AB dans un treillis :



**Figure 2. 1 Les efforts exercés sur les barres [14]**

les équations d'équilibre (2.1) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum f/xx = 0 \rightarrow Na = Nb = 0 \\ \sum f/yy = 0 \rightarrow Va = Vb = 0 \\ \sum M/pt = 0 \rightarrow Va \times l = 0 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

**2.2.1.1 Les forces Extérieures :**

Les forces extérieures se sont exercées sur les nœuds :

Le poids propre.

Le poids de la neige.

Le vent, le trafic.

Les réactions d'appui.

**2.2.1.2 Les forces intérieures :**

Les efforts internes sur les treillis c'est des efforts internes de traction ou de compression dans les barres des treillis (voir la figure 2.2).

**A - Force de tension (ou traction) :** Lorsque les forces externes agissant sur un nœud d'une structure tendent à allonger la barre, on dit que cette barre travaille en tension.

**b - Force de compression :** Lorsque les forces externes agissent sur un nœud d'une structure tendent à comprimer la barre, on dit que cette barre travaille en compression. [10]



**Figure 2. 2 Efforts internes appliqués sur les barres a) Traction b) compression.**

**2.3 Les systèmes des treillis :**

**2.3.1 Structures isostatiques (statiquement déterminées) et hyperstatiques (statiquement indéterminées) :**

Un treillis isostatique est à la fois isostatique de l'extérieur et de l'intérieur. On dit qu'il est isostatique externe si ses relations sont établies de manière à ce que toutes les réactions d'appui peuvent être déterminées uniquement à partir des équations d'équilibre global de la structure.

On dit qu'un treillis est intérieurement isostatique si, en supposant que les réactions sont connues, on peut déterminer les efforts dans toutes ses barres à l'aide des méthodes de base de la statique (méthode des nœuds et des sections). [11]

L'hyperstaticité d'un treillis, c'est le fait que le nombre d'éléments inconnus des réactions d'appuis est supérieur au nombre d'équations d'équilibre (nombre d'équations = nombre d'équilibres).

- Si le nombre d'éléments inconnus des réactions d'appuis est inférieur au nombre d'équations d'équilibre dont on dispose, le système est dit instable.

Et le plan peut être sous trois formes :

- une hyperstaticité extérieure.
- une hyperstimulation intérieure.<sup>3</sup>
- une hyperstaticité à la fois extérieure et intérieure.[5]

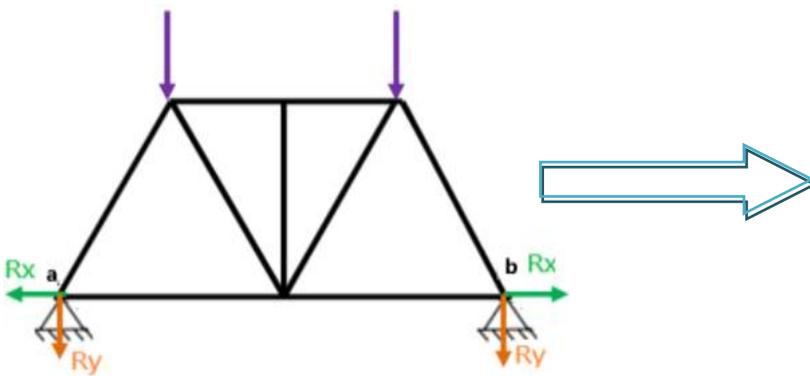
**2.3.2 Système instable :**

Si le nombre d'éléments inconnus des réactions d'appui est inférieur au nombre d'équations d'équilibre dont on dispose, le système est dit instable. [19]

**2.4 Les exemples sur les systèmes des treillis :**

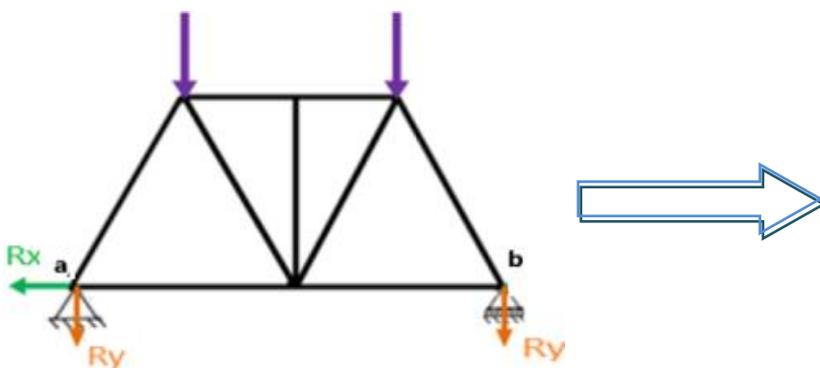
La figure 2.3 illustré les différents systèmes des treillis :

**A-Système hyperstatique :**



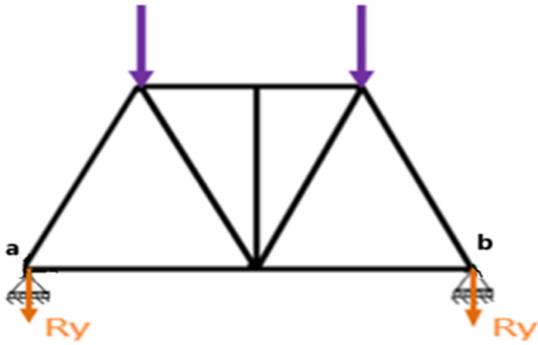
*Il ya 3 équations d'équilibres :*  
 $\sum f/x = 0; \sum f/y = 0; \sum M/pt = 0$   
*Et 4 inconnues :*  
 Rax  
 Ray  
 Rbx  
 Rby

**B-Système isostatique :**



*Il ya 3 équations d'équilibres :*  
 $\sum f/x = 0; \sum f/y = 0; \sum M/pt = 0$   
*Et 3 inconnues :*  
 Rax  
 Ray  
 Rby

C-Système instable :



Il ya 3 équations d'équilibres :

$$\sum f/x = 0; \sum f/y = 0; \sum M/pt = 0$$

Et 2 inconnues :

$R_y$   
 $R_{by}$

Figure 2. 3 Système des structures en treillis.

2.5 Pour calculez les treillis ils ya plusieurs méthodes :

2.5.1 Vérifier que le système est sélectionné statiquement :

- pour vérifier que le système statique et stable nous utilisons l'équation (2.2) :

$$b = 2 \times n - 3 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} b : \text{nombre de barre.} \\ n : \text{nombre de nœud.} \end{cases} \quad (2.2)$$

2.5.2 Degré d'hyperstaticité intérieure :

La figure 2.4 présente le schéma de degré d'hyperstaticité:

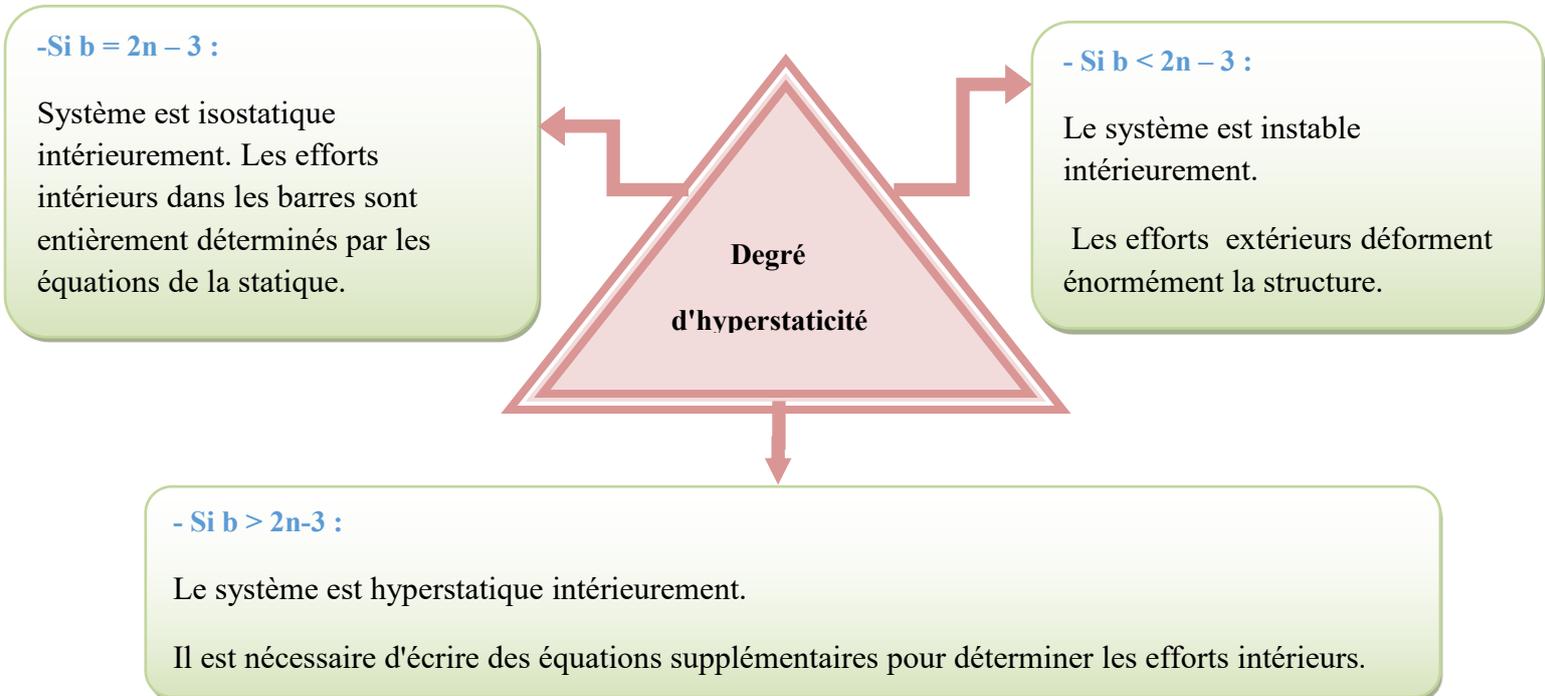


Figure 2. 4Schéma de degré d'hyperstaticité [20].

**2.6 Analyse de treillis(les méthodes de calculs utilisé dans les treillis):**

Les réactions d'appuis sont déterminées à partir des équations de la statique.

Les efforts dans les barres cependant sont déterminés par l'une des méthodes suivantes :

**2.6.1 Méthode des nœuds :**

- **Principe :** équilibre des forces à chaque nœud.
- **Définition :**

Les forces dans les barres de treillis déterminées statiquement par la méthode des nœuds.

On coupe tous les nœuds les uns après les autres. À chaque nœud, on établit les conditions d'équilibre. Pour pouvoir appliquer la méthode des nœuds, il faut que le nombre de forces inconnues qui s'exercent au niveau du nœud soit de deux maximums voir la figure 2.5.

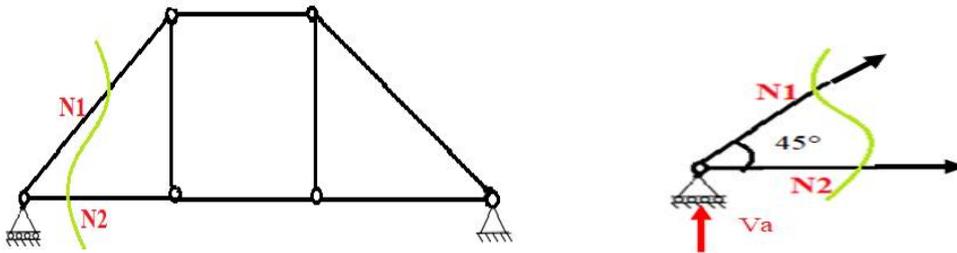


Figure 2. 5Exemple sur la méthode des nœuds [21]

1- Pour calculez les réactions on doit utiliser les équations d'équilibre (2.3):

$$\sum f/x = 0 \quad \sum f/y = 0 \quad \sum M/pt = 0 \tag{2.3}$$

2- Est pour calculer les efforts :

- On à calculez par l'équation (2.4) la sommes des forces par rapport les directions X et Y:

$$\begin{aligned} -\sum f/x = 0 &\Rightarrow N_1 \times \cos 45^\circ + N_2 \\ -\sum f/y = 0 &\Rightarrow N_1 \times \sin 45^\circ + V_a \end{aligned} \tag{2.4}$$

**2.6.2 Méthode des sections (la méthode de Ritter):**

- **Principe :** Coupez le treillis en sections et appliquez les équations d'équilibre.
- **Définition :**

La méthode des sections de Ritter est appliquée lorsqu'on identifie exclusivement certains efforts spécifiques dans la barre d'un treillis. Pour l'application de la méthode des sections de Ritter, il est essentiel de connaître les réactions d'appui et les forces externes voir la figure 2.6. La coupe traverse trois barres, dont deux sont connectées dans un nœud. Pour la condition d'équilibre des moments, il est judicieux de choisir comme point de référence le point d'intersection entre les deux efforts dans la barre. Cela réduit à un seul effort dans la barre inconnu de l'équation.

Le bénéfice de cette approche réside dans la possibilité de calculer les différents efforts dans la barre sans avoir à prendre en compte tous les nœuds.

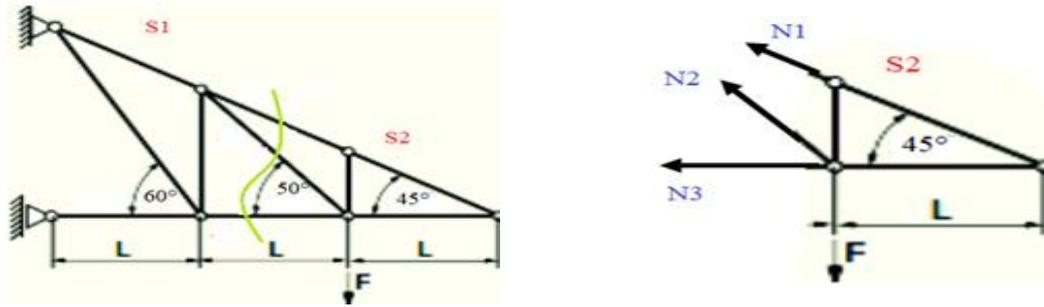


Figure 2. 6Exemple sur la méthode des sections [21]

- pour calculez les efforts inconnue par les équations d'équilibres (2.5) :

$$\sum f/x = 0 ; \sum f/y = 0$$

$$-\sum f/x = 0 \Rightarrow N_1 \times \cos 45^\circ + N_2 \times \cos 45^\circ + N_3.$$

$$-\sum f/y = 0 \Rightarrow N_1 \times \sin 45^\circ + V_a + N_2 \times \sin 45^\circ. \quad [21] \quad (2.5)$$

### 2.6.3 Méthodes des plans ou des forces (méthode Cremona):

- **Principe :** Utilisation de diagrammes graphiques pour déterminer les efforts.
- **Definition :**

La méthode graphique selon Cremona Ici, nous devons établir le polygone des forces pour chaque nœud successivement. L'application de cette méthode à un nœud n'est pas possible si plus de deux efforts restent non résolus. [14]

#### 1- Distinguer la structure et les forces appliquées :

Montrer les charges extérieures (forces appliquées) et les réactions d'appui (calculées par les équations d'équilibre) dans le treillis.

#### 2- Déterminer les forces :

-Utiliser les équations d'équilibre pour trouver les réactions d'appui (2.6) :

$$\sum F_x = 0 ; \sum F_y = 0 ; \sum M/pt = 0 \quad (2.6)$$

#### 3- Tracer le polygone des forces externes : le schéma (diagramme des forces internes).

- Illustrer un diagramme de force externe correspond à représenter un vecteur.
- Placer les forces en respectant leur orientation.
- Pour chaque nœud du treillis, appliquez l'équilibre des forces en élaborant un polygone fermé.

4- Exemple sur différents schéma graphique des nœuds:

Le tableau 2.1 présente les différents schémas graphiques des nœuds.

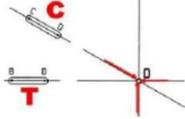
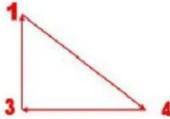
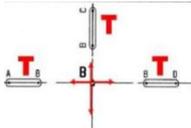
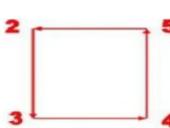
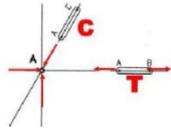
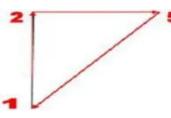
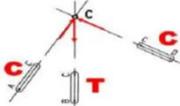
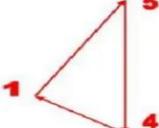
Nœuds	schéma de polygone
	
	
	
	

Tableau 2. 1 Schéma graphique de la méthode de Cremona [22]

2.6.4 Méthode de déplacements (le déplacement horizontal du nœud) :

- **Principe** : Calcul des déplacements des nœuds pour déterminer les efforts internes.
- **Définition** : Pour un système hyperstatique, que ce soit en externe ou en interne, il est approprié d'utiliser les techniques de réduction de l'hyperstaticité de la méthode du déplacement. Il s'agit d'une approche analytique basée sur l'énergie de déformation pour déterminer les déplacements et les efforts internes dans des structures élastiques.

**Les étapes de calculs :**

1. Déterminer les degrés de liberté de la structure (déplacements des nœuds).

$$K=b+r-2n \rightarrow \text{le degré d'hyperstaticité.} \tag{2.7}$$

b = le nombre des barres

r = le nombre des réactions

n = le nombre des nœuds

On choisit la poussée  $H_b$  (réaction horizontale au point B) à l'appui comme inconnue hyperstatique  $H_b = X_1$  ; on obtient un système de base à partir duquel on posant  $X_1 = 0$ , on obtient le système isostatique avec les charges réelles appelé état 0.

Puis on crée toujours à partir du système de base un autre système virtuel on éliminant les charges extérieures et on prenant uniquement l'inconnue  $X_1=1$  appelé l'état 1, voire l'exemple de la figure (2.7).

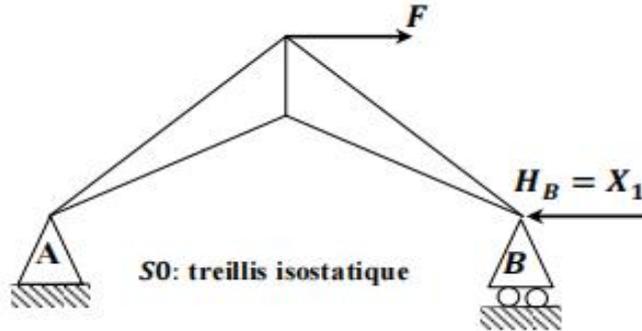


Figure 2. 7Exemple de la technique de la méthode des déplacements.

1- Écrire les équations d'équilibre: Exprimer les équations d'équilibre en fonction des déplacements et des efforts, par l'utilisation de l'équation (2.8).

$$\sum f/x = 0 \ ; \sum f/y = 0 \tag{2.8}$$

2. L'équation canonique est réduite à :  $\delta_{11} X_1 + \delta_{10} = 0$  (2.9)

Où :

$\delta_{11}$  : représente le déplacement horizontale à l'appui B du à la force;

**(État 1) par l'application de l'équation (2.10);**

$\delta_{10}$ : Représente le déplacement horizontal à l'appui B dues aux forces extérieures réelles

**(État 0)par l'application de l'équation (2.11).**

Où :

$$\delta_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n n_{i1}^2}{EA} \times L \tag{2.10}$$

$$\delta_{10} = \frac{\sum_{i=1}^n n_{i1} \times N_{i0}}{EA} \times L \tag{2.11}$$

3. Résoudre le système d'équations pour trouver les déplacements des nœuds [11].

## 2.6.5 Méthode des éléments finis :

- **Principe** : résolution de la structure en éléments finis et numérique.
- **Définition** :

Au cours des deux dernières décennies, les méthodes de calcul des structures ont connu une évolution significative. Cette avancée a été stimulée par les exigences des secteurs industriels de haute technologie et appuyée par les progrès réalisés dans le domaine de l'informatique. Donc, la méthode des éléments finis (MEF) est communément utilisée aujourd'hui pour l'analyse des structures dans de nombreux.

Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que la MEF appliquée au calcul des structures est une technique récente, à caractère pluridisciplinaire, car elle met en œuvre les connaissances de trois disciplines de base :

La mécanique des structures : élasticité, résistance des matériaux, dynamique, plasticité l'analyse numérique: méthodes d'approximation, résolution des systèmes linéaires, problèmes aux valeurs propre. [24]

- **Les étapes de la méthode analytique d'éléments finis** :

- on a Divisé le treillis a des éléments (barres et nœuds) d'une façon de 1D).
- on a Définie les caractéristique suivants : Module de Young (E), la longueur (L), section (S) .
- Fixe les charges extérieures de chaque nœud et les appuie.

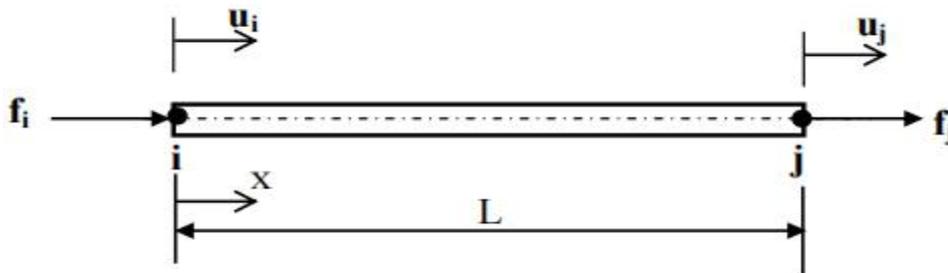


Figure 2. 8Exemple d'une barre uniforme à deux rotules.

Formulation du système des équations d'équilibre:

$u = u(x)$  déplacement ,  $\epsilon = \epsilon(x)$  déformation ,  $\sigma = \sigma(x)$  contrainte.

Relation entre déformation et déplacement équation (2.12):

$$\epsilon = \frac{du}{dx} \quad (2.12)$$

Relation entre contrainte et déplacement equation (2.13):

$$\sigma = E \times \epsilon \quad (2.13)$$

A-La rigidité de la barre: la rigidité peut être obtenue à partir à l'équation (2.13) :

$$K = \frac{EA}{L} \quad (2.14)$$

Transformation locale vers globales :

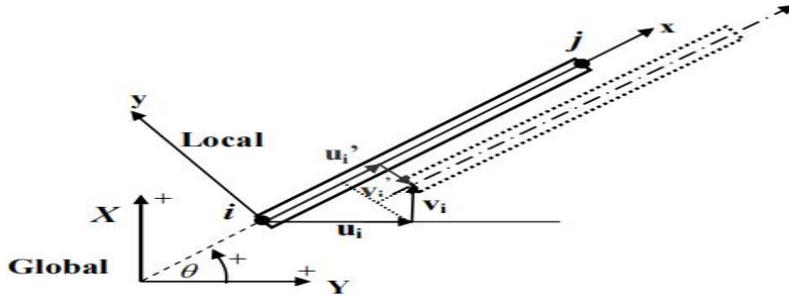


Figure 2. 9 Système des coordonnées de transformation.

La relation de transformation:

$$U_i' = u_i \cos \theta + v_i \sin \theta \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$V_i' = u_i \cos \theta + v_i \sin \theta \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

On suppose que :

$$\cos \theta \rightarrow \alpha, \sin \theta \rightarrow \beta. \quad (2.17)$$

**A- La matrice de la rigidité :**

L'équation (2.18) représente la matrice de rigidité d'un élément barre dans les coordonnées locales.

Dans l'équation  $\frac{EA}{L}$  pour un élément barre est similaire à la constante de raideur k pour un élément ressort.

$$[K] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ avec : } [R] = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix} ; [R]^T = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

**B- Assemblage des matrices de rigidité globales :**

Assemblez les matrices de rigidité globale et les forces à l'aide de la méthode de rigidité directe.

Cette étape s'applique aux structures composées de plusieurs éléments.

$$[K] = [R] \cdot [R]^T = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \beta \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & -\sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha & \sin^2 \beta & -\sin \beta \cos \alpha & -\sin^2 \beta \\ -\cos^2 \alpha & \sin \beta \cos \alpha & -\cos^2 \alpha & \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \beta \cos \alpha & \sin^2 \beta & \sin \beta \cos \alpha & \sin^2 \beta \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

$$[K] = [R] \cdot [R]^T = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \alpha^2 & \alpha\beta & -\alpha^2 & -\alpha\beta \\ \alpha\beta & \beta^2 & -\alpha\beta & -\beta^2 \\ -\alpha^2 & \alpha\beta & -\alpha^2 & \alpha\beta \\ -\alpha\beta & \beta^2 & \alpha\beta & \beta^2 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

**C- La matrice de rigidité globale et les vecteurs de charges et de déplacements :**

Déterminer les déplacements en imposant des conditions aux limites et en résolvant simultanément un système d'équation suivante :

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{K}] \times [\mathbf{u}]. \quad (2.21)$$

F : vecteur des forces appliquer sur les nœuds.

K : la matrice de rigidité global.

u : vecteur de déplacements des nœuds.

[25]

2.7 Les avantages et inconvénients des méthodes :

Méthode des nœuds.

**Les avantages:**

- Facile à utiliser pour les structures isostatiques et petite taille.
- Fournit des résultats précis pour les efforts de traction et de compression dans les barres.

**Les inconvénients :**

- Limité aux structures isostatiques, « ne fonctionne pas correctement sur les structures hyperstatiques ».
- Cette approche identifie les barres soumises à des efforts de traction et de compression.

Méthode graphique (Cremona) .

**Les avantages:**

- Adaptée aux structures hyperstatiques.
- Cette technique nécessite moins de calculs que la méthode de déplacement.

**Les inconvénients :**

- Ne peut pas s'appliquer aux treillis très hyperstatiques.
- Moins fréquemment employé dans les logiciels de calcul.

Méthode des sections(Ritter) .

**Les avantages :**

- Utilisé pour des structures isostatiques de grande envergure, cet outil permet de déterminer les efforts dans des barres spécifiques sans avoir besoin d'analyser l'intégralité de la structure.
- Moins de calculs par rapport à la méthode des nœuds.

**Les inconvénients :**

- N'est pas efficace pour les structures hyperstatiques.
- Ne peut pas déterminer les forces internes du treillis.

**Les Méthodes de calculs utilisés dans les treillis**

Méthode de déplacement (Castigliano).

**Les avantages:**

- Extrêmement précise et adaptable à des structures hyperstatiques.
- Principalement utilisé dans les logiciels de calcul.

**Les inconvénients :**

- Calculs plus complexes par rapport à la méthode des forces.
- Difficulté à résoudre manuellement les grandes structures.

Méthode des éléments finis.

**Les avantages :**

- Calculable avec des logiciels (Robot, Abaqus, etc.).
- Elle est précise et applicable aux grandes structures et hyperstatiques.

**Les inconvénients :**

- Calculs très longs à effectuer manuellement.
- Nécessite Avoir une bonne maîtrise des calculs des matrices et des logiciels.

Figure 2. 10 Avantages et inconvénients [23].

**2.7.1 Comparaison des méthodes de calcul des treillis :**

L'étude des treillis est effectuée à l'aide de diverses méthodes, chacune présentant ses propres avantages, inconvénients et principes.

- ◆ Pour les treillis de petite taille et isostatiques : la méthode des nœuds ou la méthode des sections sont efficaces.
- ◆ Pour les treillis de petite taille et hyperstatiques : Utilisation des méthodes de déplacement et graphique.
- ◆ Pour les structures complexes : la méthode des déplacements et la méthode des éléments finis sont plus adaptées, notamment grâce à l'utilisation de logiciels.
- ◆ Pour les grands treillis : L'utilisation de la méthode des sections et de la méthode des éléments finis s'avère efficace.
- ◆ Pour une analyse rapide : la méthode graphique est la plus rapide.

En conclusion de la comparaison de différentes méthodes d'analyse des treillis, il s'avère que l'approche basée sur les déplacements est la plus couramment employée dans le secteur du génie civil contemporain. À l'inverse des méthodes classiques comme celles basées sur les nœuds ou les sections, qui se cantonnent à des structures simples, la technique des déplacements s'avère plus appropriée pour les structures complexes et hyperstatiques. De surcroît, grâce à sa formulation matricielle, elle s'adapte idéalement aux logiciels de calcul actuels. C'est pour ces motifs qu'elle est actuellement la solution la plus précise, performante et universelle destinée aux ingénieurs civils. [23]

**2.8 CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales méthodes de calcul utilisées pour l'analyse des treillis, le choix de la méthode étant déterminé par la nature et la complexité de la structure. Pour les méthodes de treillis et isostatique basées sur les « nœuds » et les « sections », car elles sont simples à utiliser. Pour les treillis complexes, hyperstatiques ou exposés à diverses contraintes, on privilégie généralement la technique des « déplacements » et la méthode « graphique ». En ce qui concerne les grands treillis, on recourt souvent à la méthode des « éléments finis », qui peut être aisément automatisée via les logiciels de calcul de structure.

Ces techniques permettent d'identifier les efforts internes, externes et la stabilité des structures. On analyse ces méthodes de manière analytique et numérique pour comprendre le comportement des treillis et renforcer la sécurité et la résistance des structures, ce qui sert d'instrument aux ingénieurs en génie civil.

# *Chapitre III*

## *CALCUL*

### *ANALYTIQUE*

#### *DES TREILLIS*

### 3. CALCULS ANALYTIQUE DES TREILLIS:

#### 3.1. INTRODUCTION:

Les structures en treillis représentent un élément essentiel dans le domaine de la construction métallique civile et industrielle. En plus de leur rôle de résistance, elles se distinguent par leur légèreté et leur facilité d'utilisation. Cependant, il serait judicieux d'envisager l'optimisation de ce genre de structure grâce à un outil de performance. Effectivement, le concepteur, compte tenu de ses contraintes humaines, n'est pas en mesure de tester efficacement un vaste éventail de configurations dimensionnelles (et géométriques) pour parvenir à la solution idéale à son problème d'optimisation et de conception. [26]

L'approche analytique du calcul des treillis, d'une part, constitue un outil essentiel en génie civil puisqu'elle facilite l'analyse et la détermination des efforts internes au sein des barres qui composent les treillis. Ces structures sont généralement utilisées pour des ponts, des toitures et des constructions où la légèreté et la répartition des charges se révèlent être des critères significatifs.

Ce chapitre vise à étudier les aspects cruciaux indispensables pour résoudre les équations d'équilibre des forces des treillis, en se basant sur les méthodes analytiques de la statique. En effet, il est question de déterminer tous les efforts internes (tension ou compression) des composants du treillis en supposant que toutes les barres sont considérées comme des éléments purement axiaux, sans flexion ni torsion. Pour ce faire, l'accent sera mis sur les méthodes dites de la méthode des nœuds et de la méthode des sections pour bien appréhender les techniques à mettre en œuvre pour réaliser une analyse logique efficace de treillis soumis à une charge quelconque.

#### 3.2. MODÈLE GÉOMÉTRIE :

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'analyse des structures des treillis en utilisant des méthodes analytiques avant d'aborder la modélisation numérique avec le logiciel ABAQUS. À cet effet, nous avons pris comme un exemple une structure treillis soumise à des charges concentrées voir la figure 3.1, d'autre part les caractéristiques sont les suivantes:

- Forces appliquées : 2000 N
  - Longueur de chaque segment : 5m
  - Section transversale : 5cm<sup>2</sup>
  - Module de Young de l'acier : 210 GPa
  - Coefficient de Poisson de l'acier : 0,3.
- L'objectif est de déterminer les efforts internes (forces axiales dans les barres) et les réactions d'appui en appliquant les méthodes analytiques classiques.

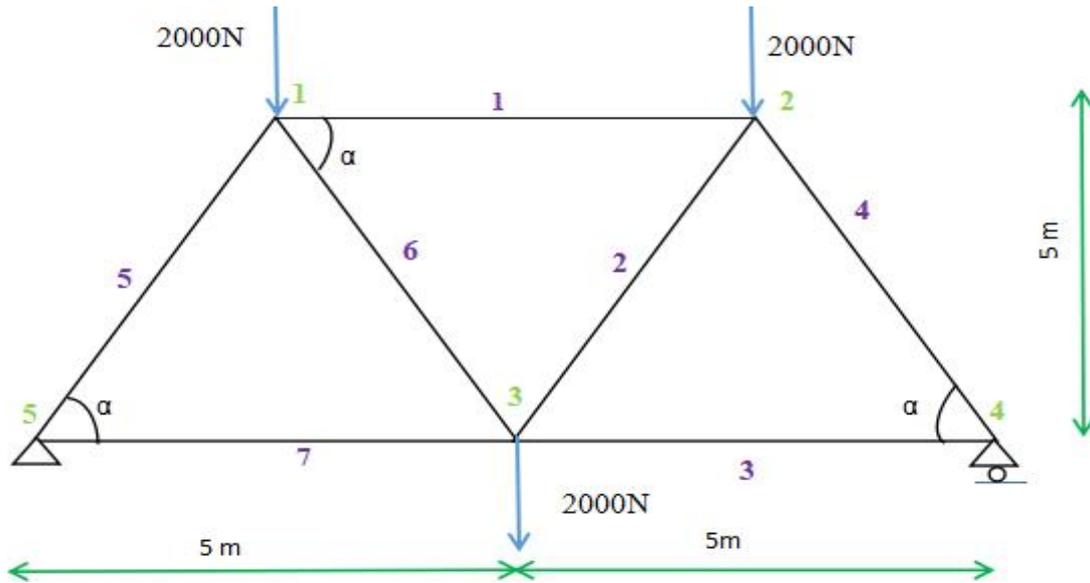


Figure 3. 1 Exemple d'un treillis étudié.

3.3 .LES MÉTHODES ANALYTIQUES :

Nous allons calculer cet exemple par les quatre méthodes :

3.3.1. Méthode des nœuds :

- Premièrement, on a vérifié que le système statique et stable par la relation (3.1):

$$b=2n-3 \tag{3.1}$$

$$7=2 \times 5 - 3 \iff 7=7 \text{ C.V}$$

Déterminer les réactions d'appui :

$$\sum f / xx' = 0 \iff R_{5x} = 0$$

$$\sum M / 5 = 0 \iff - (R_{4Y} \times 10) + (2000 \times 5) + (2000 \times 2.5) + (2000 \times 7.5) = 0$$

$$\implies \boxed{R_{4Y} = 3000N}$$

$$\sum M / 4 = 0 \iff (R_{5Y} \times 10) - (2000 \times 5) - (2000 \times 7.5) - (2000 \times 2.5) = 0$$

$$\implies \boxed{R_{5Y} = 3000N}$$

$$\sum yy' = 0 \iff R_{4Y} + R_{5Y} - 2000 - 2000 = 0$$

$$\implies \boxed{R_{4Y} + R_{5Y} = 6000 \text{ N}}$$

- Appliquer les équations d'équilibre à chaque nœud:

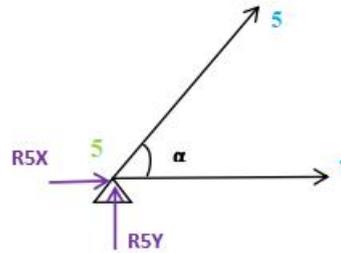
Nœud 5:

$$\sum f/yy' = 0 \iff N_5 \times \sin \alpha + R_{5Y} = 0$$

$$\implies N_5 = \frac{R_{5Y}}{\sin \alpha} \iff N_5 = -3355.705 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \iff N_5 \times \cos \alpha + N_7 = 0.$$

$$\implies N_7 = -N_5 \times \cos \alpha \iff N_7 = 1500 \text{ N}$$



$$\tan \alpha = \frac{5}{2.5}$$

$$\alpha = 63.434^\circ$$

$$\cos \alpha = 0.447$$

$$\sin \alpha = 0.894$$

Nœud 1 :

$$\sum f/yy' = 0 \iff -N_5 \times \sin \alpha - N_6 \times \sin \alpha - 2000 = 0$$

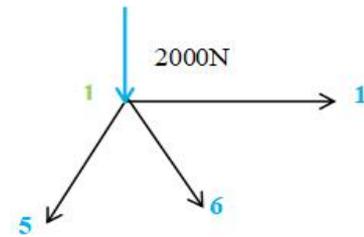
$$\implies N_6 = \frac{-N_5 \times \sin \alpha - 2000}{\sin \alpha}$$

$$\implies N_6 = 1118.568 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \iff -N_5 \times \cos \alpha + N_6 \times \cos \alpha + N_1 = 0$$

$$\implies N_1 = N_5 \times \cos \alpha - N_6 \times \cos \alpha = 0$$

$$\implies N_1 = -2000 \text{ N}$$



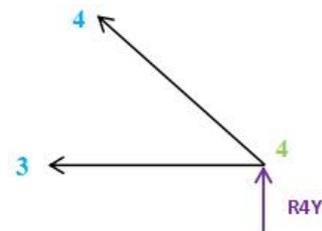
Nœud 4:

$$\sum f/yy' = 0 \iff N_4 \times \sin \alpha + R_{4Y} = 0$$

$$\implies N_4 = \frac{-R_{4Y}}{\sin \alpha} \iff N_4 = -3355.705 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \iff -N_4 \times \cos \alpha - N_3 = 0.$$

$$\implies N_3 = -1500 \text{ N}$$

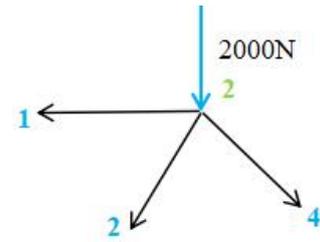


Nœud 2:

$$\sum f_{/yy'} = 0 \iff -N_2 \times \sin \alpha - N_4 \times \sin \alpha - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{-N_4 \times \sin \alpha - 2000}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow N_2 = 1118.568 \text{ N}$$



### 3.3.1.1. Tableaux des résultats :

Le tableau 3.1 regroupe les différents résultats des efforts dans les barres.

Barres	Intensité	Nature
5	- 3355.705	Compression
7	1500	Traction
6	1118.568	Traction
1	- 2000	Compression
4	- 3355.705	Compression
3	1500	Traction
2	1118.568	Traction

Tableau 3. 1 Les différents résultats des efforts dans les barres.

3.3.2. Méthode de Cremona :

3.3.2.1. Tableau des polygones :

Les différents schémas de polygone illustre dans le tableau 3.2.

	Les Nœuds	Le schéma de polygone
Joint 5		
Joint 1		
Joint 4		
Joint 2		

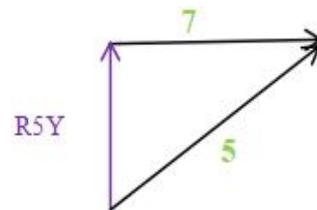
Tableau 3. 2différents schémas de polygone

3.3.2.2. Calculs des joints :

Joint 5 :

$$N_7 = R_{5Y} \iff N_7 = 3000 \text{ N}$$

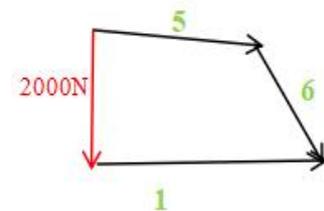
$$N_5 = \frac{-R_{5Y}}{\sin \alpha} \iff N_5 = -3355.705 \text{ N}$$



Joint 1 :

$$N_1 = -2000 \text{ N}$$

$$\implies -N_6 \sin \alpha - N_1 - N_6 \sin \alpha - N_5 \sin \alpha = 0$$

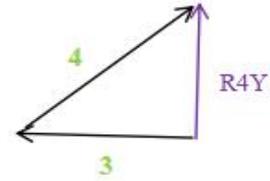


$$\implies N_6 = \frac{3355.705 \times \sin \alpha - 2000}{\sin \alpha} \iff N_6 = 1118.568 \text{ N}$$

Joint 2 :

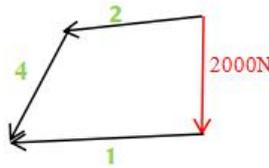
$$N_3 = R_4 Y \iff N_3 = 3000 \text{ N}$$

$$N_4 = \frac{-R_4 Y}{\sin \alpha} \iff N_5 = -3355.705 \text{ N}$$



Joint 4 :

$$\implies N_1 = -2000 \text{ N}$$



3.3.2.3. Tableau des résultats :

Le tableau 3. 3 regroupe les différentes intensités de chaque barre.

Joints	Intensités	Nature
5	- 3355.705	Compression
7	1500	Traction
6	1118.568	Traction
1	- 2000	Compression
4	- 3355.705	Compression
3	1500	Traction
2	1118.568	Traction

Tableau 3. 3 Les intensités de chaque barre

3.3.3. Méthode des sections (Ritter):

Elle consiste à couper le système en deux parties, et considérer les équations d'équilibre de la statique de l'une des deux parties. La section devrait être choisie pour qu'il y ait au maximum trois efforts inconnus.

Exemple :

Déterminer les efforts dans les barres N1, N3, N4, N6, N7 du système de la figure 3.2 suivants :

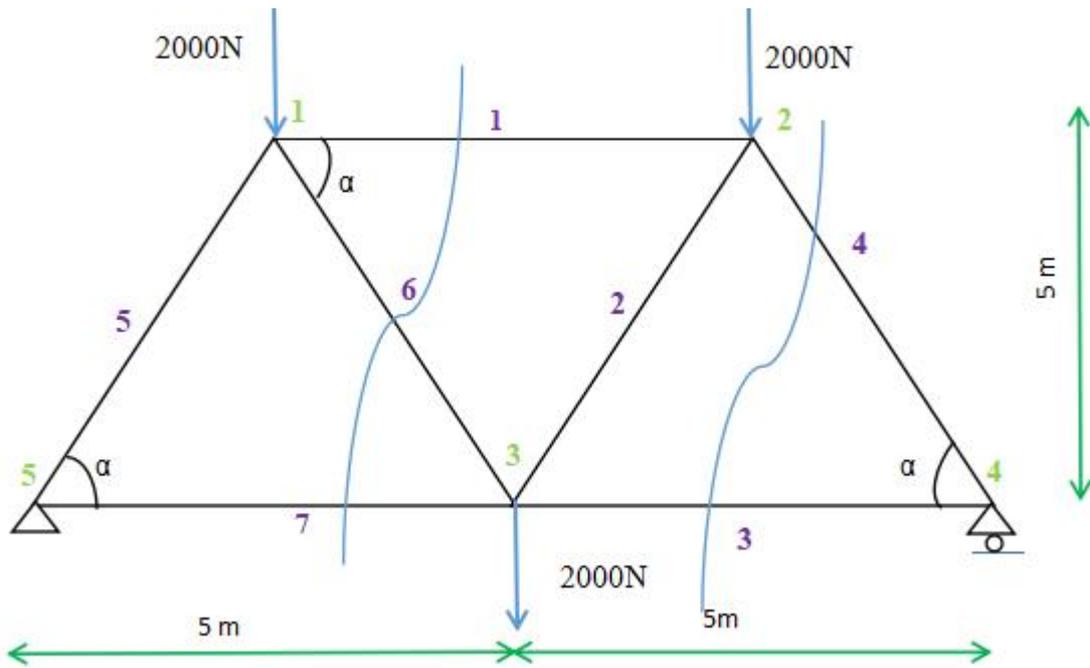


Figure 3. 2 Le modèle illustre la méthode de découpage.

Coupe 1-1 :

$$\sum F_{YY} = 0 \iff -2000 + 3000 - N_6 \times \sin \alpha = 0$$

$$\implies N_6 = 1118.568 \text{ N}$$

♦ On choisit le nœud 1 Comme point de rotation:

$$\sum M_{/1} = 0 \iff R_{5y} \times 25 - N_7 \times 50 = 0$$

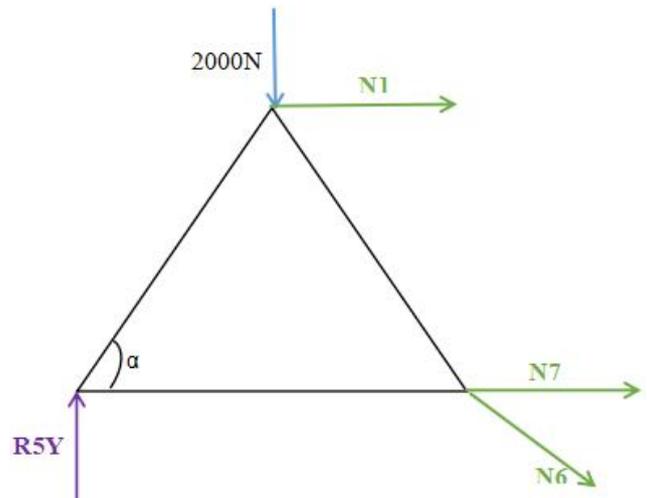
$$\implies 3000 \times 25 - N_7 \times 50 = 0$$

$$\implies N_7 = 1500 \text{ N}$$

$$\sum F_{XX} = 0 \iff N_1 + N_7 + N_6 \times \cos \alpha = 0$$

$$\implies N_1 + 1500 + 1118.568 \times 0.447 = 0$$

$$\implies N_1 = -2000 \text{ N}$$



Coupe 2-2 :

$$\sum f/yy' = 0 \Leftrightarrow R_{4y} + N_4 \times \sin \alpha = 0$$

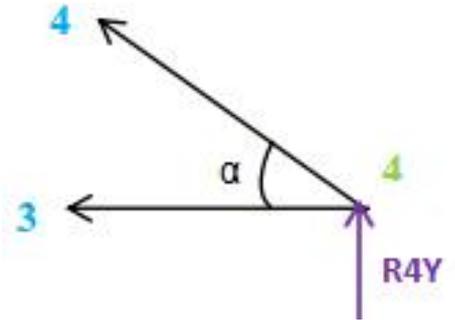
$$\Rightarrow 3000 + N_4 \times 0.894 = 0$$

$$\Rightarrow N_4 = -3355.705 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \Leftrightarrow -N_4 \times \cos \alpha - N_3 = 0$$

$$\Rightarrow 3355.705 \times 0.447 - N_3 = 0$$

$$\Rightarrow N_3 = 1500 \text{ N}$$



### 3.3.4 Méthode de déplacement :

Pour le treillis hyperstatique suivant, on demande :

- de déterminer le degré d'hyperstaticité.
- de déterminer le déplacement au niveau de **nœud 4**.

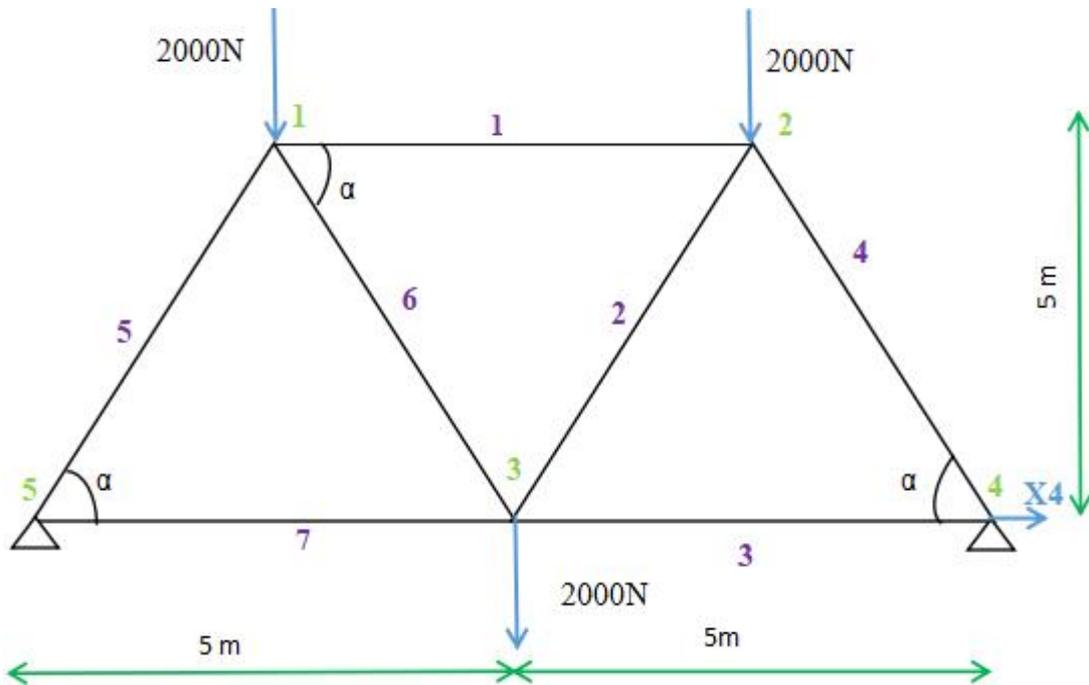


Figure 3. 3Exemple d'un treillis

- Degré d'hyperstatique :

$$K = b + r - 2n \quad K = 7 + 4 - 2 \times 5 \quad (3.2)$$

$K = 1$  donc une fois hyperstatique.

État 0 : Charges extérieures  $\neq 0$  On a supposé une charge horizontale extérieure au niveau

Nœud 4 ;  $X_4 = 0$ .

Nœud 5:

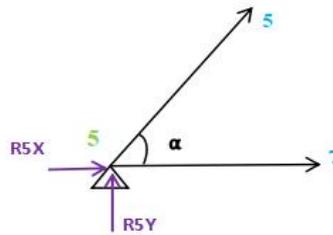
$$\sum f / yy' = 0 \Leftrightarrow N_5 \times \sin \alpha + 3000 = 0$$

$$\Rightarrow N_5 = -3355.705 \text{ N}$$

$$\sum f / xx' = 0 \Leftrightarrow N_7 + N_5 \times \cos \alpha.$$

$$\Rightarrow 3355.705 \times 0.447 = 0$$

$$\Rightarrow N_7 = 1500 \text{ N}$$



$$\tan \alpha = \frac{5}{2.5}$$

$$\alpha = 63.434^\circ$$

$$\cos \alpha = 0.447$$

$$\sin \alpha = 0.894$$

Nœud 1:

$$\sum f / xx' = 0 \Leftrightarrow N_1 - N_5 \times \cos \alpha + N_6 \times \cos \alpha = 0.$$

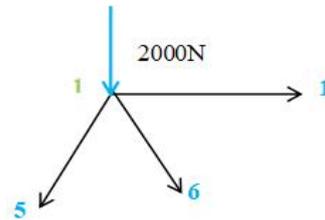
$$\Rightarrow N_1 = 3355.705 \times 0.447 + 1118.568 \times 0.447$$

$$\Rightarrow N_1 = -2000 \text{ N}$$

$$\sum f / yy' = 0 \Leftrightarrow -N_5 \times \sin \alpha - N_6 \times \sin \alpha - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow N_6 = \frac{-N_5 \times \sin \alpha - 2000}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow N_6 = 1118.568 \text{ N}$$



Nœud 4:

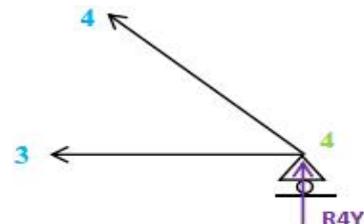
$$\sum f / yy' = 0 \Leftrightarrow 3000 + N_4 \times \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_4 = -3355.705 \text{ N}$$

$$\sum f / xx' = 0 \Leftrightarrow -N_4 \times \cos \alpha - N_3 = 0$$

$$\Rightarrow 3355.705 \times 0.447 - N_3 = 0$$

$$\Rightarrow N_3 = 1500 \text{ N}$$

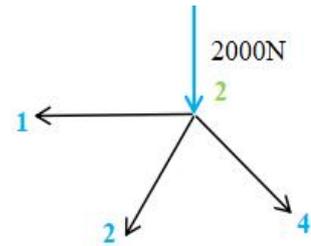


Nœud 2:

$$\sum f/yy' = 0 \Leftrightarrow -N_4 \times \sin \alpha - N_2 \times \sin \alpha - 2000 = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{3355.705 \times 0.894 - 2000}{0.894}$$

$$\Rightarrow N_2 = 1118.568 \text{ N}$$



3.3.4. Tableau des résultats :

Le tableau ci-dessous présente les Différents résultats obtenus concernant les efforts normaux dans l'état 0.

N° de la barre	Longueur de la barre	Effort normal $N_{\Sigma F}^0$
1	5	-2000
2	5.59	1118.568
3	5	1500
4	5.59	-3355.705
5	5.59	-3355.705
6	5.59	1118.568
7	5	1500

Tableau 3. 4 Différents résultats obtenus des efforts normaux dans l'état 0

État 1 : charges extérieures = 0 On a supposé une charge horizontale extérieure au niveau Nœud 4 ;  $X_4=1$ .

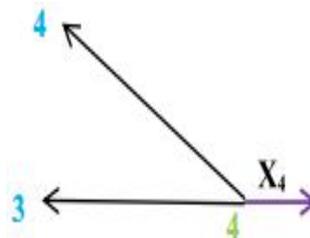
Nœud 1:

$$\sum f/yy' = 0 \Leftrightarrow -N_4 \times \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_4 = 0 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \Leftrightarrow -N_3 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow N_3 = 1 \text{ N}$$



$$\tan \alpha = \frac{5}{2.5}$$

$$\alpha = 63.434^\circ$$

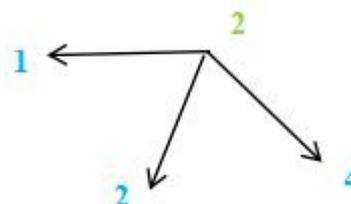
$$\cos \alpha = 0.447$$

$$\sin \alpha = 0.894$$

Nœud 2 :

$$\sum f/yy' = 0 \Leftrightarrow -N_2 \times \sin \alpha - N_4 \times \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_2 = 0 \text{ N}$$



$$\sum f/xx' = 0 \Leftrightarrow -N_1 - N_2 \times \cos \alpha + N_4 \times \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = 0 \text{ N}$$

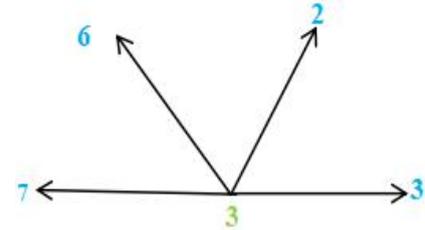
Nœud3:

$$\sum f/yy' = 0 \Leftrightarrow N_6 \times \sin \alpha + N_2 \times \sin \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_6 = 0 \text{ N}$$

$$\sum f/xx' = 0 \Leftrightarrow N_3 + N_2 \times \cos \alpha - N_7 - N_6 \times \cos \alpha = 0$$

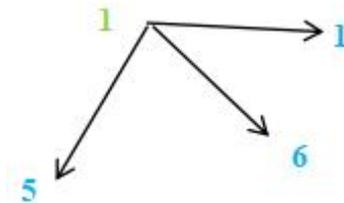
$$\Rightarrow N_7 = 1 \text{ N}$$



Nœud1:

$$\sum f/xx' = 0 \Leftrightarrow -N_1 + N_6 \times \cos \alpha - N_5 \times \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow N_5 = 0 \text{ N}$$



### 3.3.4.2. Tableau des résultats :

Le tableau 3.5 regroupe les différents efforts normaux obtenus dans l'état 1.

N° de la barre	Longueur de la barre	Effort normal $n_1^0$
1	5	0
2	5.59	0
3	5	1
4	5.59	0
5	5.59	0
6	5.59	0
7	5	1

Tableau 3. 5 Différents efforts normaux obtenus dans l'état 1.

- Calculer des déplacements  $\delta_{ij}$  :

$$\delta_{11} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i l^2}{EA} \times L \quad (3.3)$$

$$\Rightarrow \delta_{11} = 9.52 \times 10^{-6}$$

$$E = 210 \text{ GPa}$$

$$A = 5 \text{ cm}^2$$

$$L = 5 \text{ m}$$

$$\delta_{10} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i l \times N_{i0}}{EA} \times L \quad (3.4)$$

**3.3.4.4. Efforts normaux dans les barres des systèmes réels (treillis hyperstatique) :**

Le tableau 3. 6 regroupe les différents efforts dans les barres.

N° de la barre	Longueur de la barre	Effort normal $N_{\Sigma F}^0$	Effort normal $n_1^0$	EA	$\frac{n_i l \times N_{i0}}{EA} \times L$
1	5	-2000	0	$210 \times 10^6 \times 0.05$	0
2	5.59	1118.568	0	$210 \times 10^6 \times 0.05$	0
3	5	1500	1	$210 \times 10^6 \times 0.05$	$7.14 \times 10^{-4}$
4	5.59	-3355.705	0	$210 \times 10^6 \times 0.05$	0
5	5.59	-3355.705	0	$210 \times 10^6 \times 0.05$	0
6	5.59	1118.568	0	$210 \times 10^6 \times 0.05$	0
7	5	1500	1	$210 \times 10^6 \times 0.05$	$7.14 \times 10^{-4}$
					$\delta_{10} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i l \times N_{i0}}{EA} \times L$ $\delta_{10} = 1.42 \times 10^{-3}$

Tableau 3. 6 Différents efforts dans les barres.

**3.4. CONCLUSION :**

Dans ce chapitre, on a appliqué quatre méthodes analytiques pour l'étude d'un treillis «Méthode des nœuds, méthode des section, graphique Cremona et la méthode des déplacements». Les trois premières méthodes nous ont permis de déterminer les efforts internes dans les barres, tandis que la méthode des déplacements des nœuds, elle consiste à déterminer les déplacements (translation et rotations) de nœuds de la structure. Puis à en déduire les efforts internes et les actions de liaison. Cette approche nous a permis de comparer les résultats et de mieux comprendre le comportement mécanique de la structure.

*Chapitre IV*  
**MODÉLISATION**  
*ET*  
**DISCUSSIONS**  
*DES RÉSULTATS*

**4. MODÉLISATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS :****4.1. INTRODUCTION :**

Ce chapitre se concentre sur les étapes de la simulation numérique d'un modèle de treillis et les résultats obtenus, réalisée avec le logiciel Abaqus, dans le but de valider et de vérifier les résultats obtenus par les méthodes analytiques.

Cette étape est cruciale, car elle permet de confronter la théorie à la simulation numérique tout en tenant compte des conditions réelles de fonctionnement de la structure.

La modélisation suit une méthodologie rigoureuse, respectant les principes de la mécanique des structures et les exigences du calcul par éléments finis. Après avoir décrit en détail le modèle numérique et le maillage, les propriétés des matériaux, les conditions aux limites et les sollicitations appliquées, les résultats sont présentés sous forme de visualisations, de tableaux et de courbes.

La modélisation est l'étape clé de toute analyse, elle consiste à rattacher la structure réelle à un modèle connu de la mécanique des solides, des structures et des matériaux qui est capable d'en décrire le fonctionnement avec une précision convenable.

**4.2. MODÉLISATION :****4.2.1. Méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis est une procédure numérique pour analyser les structures et les milieux continus. Habituellement le problème adressé est compliqué à résoudre d'une manière satisfaisante par des méthodes analytiques classiques. Le problème peut concerner des analyses des contraintes, la conduction de la chaleur, ou n'importe lequel de plusieurs autres secteurs. Le procédé de la méthode des éléments finis produit beaucoup d'équations algébriques simultanées, qui sont produites et résolues sur un ordinateur numérique. [4]

**4.2.2. Code de calcul (Abaqus) :**

ABAQUS est un code de calcul par éléments finis. Il permet, entre autres, de réaliser des simulations du comportement des pièces ou des structures impliquant des éléments finis en polymères ou en élastomères : prise en compte des non-linéarités, des grandes déformations, couplage avec les effets de température. Il est ainsi possible de réaliser des analyses en statique ou en dynamique, par exemple pour des problématiques d'étanchéité, des analyses vibratoires... [27].

La figure 4.1 explique les différents produits utilisés dans Abaqus

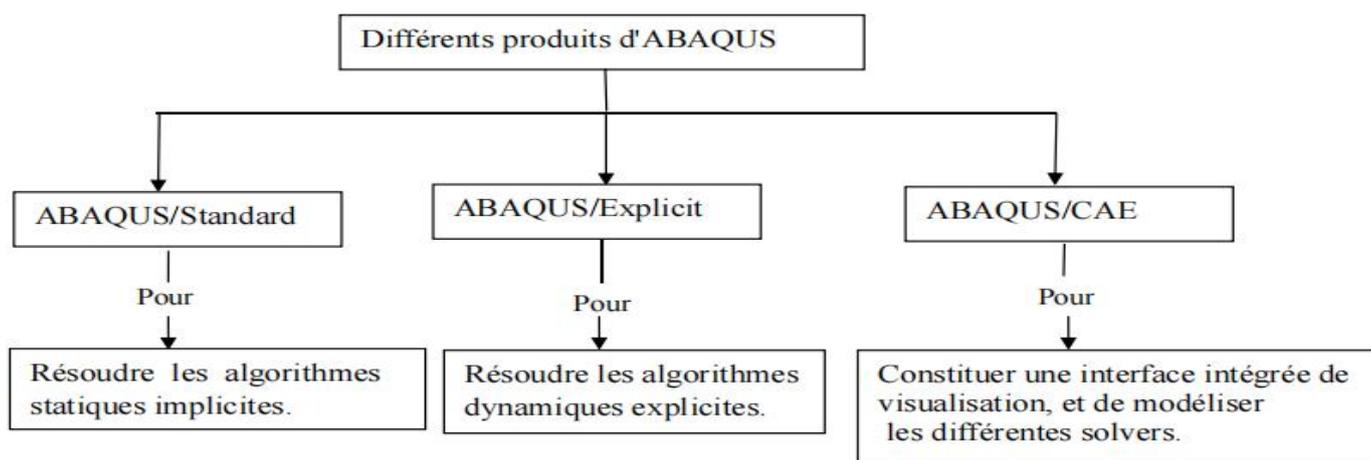


Figure 4. 1 Illustration des différents produits d'Abaqus [4]

4.2.3. Différents types d’éléments Abaqus :

Le code de calcul ABAQUS dispose d’une multitude de types d’éléments qui diffèrent par leurs propriétés d’interpolation.

Le tableau 4.1 présente les différents types d’éléments et leurs formes, D'autre part, le tableau 4.2 regroupe les formes schématiques de chaque élément dans Abaqus.

Type d’élément	Description	Exemples / Formes
<b>1D (Unidimensionnel)</b>	Élément linéaire avec une seule dimension dominante	Barre, poutre (droite ou courbe)
<b>2D (Bidimensionnel)</b>	Élément avec deux dimensions dominantes	Élasticité plane (contrainte ou déformation), plaque, coque
<b>3D (Tridimensionnel)</b>	Élément avec trois dimensions	Tétraèdre, hexaèdre (cube), prisme...
<b>Axisymétriques</b>	Élément ayant une symétrie de révolution (géométrie et chargement)	Pièces circulaires (ex: réservoirs, tuyaux sous pression)
<b>Autres elements</b>	Éléments spéciaux utilisés dans certains cas	Ressorts, amortisseurs, éléments rigides

Tableau 4. 1 Différentes éléments utilisés en Abaqus [4]

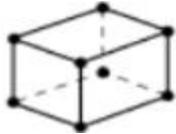
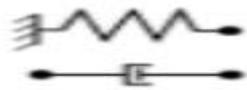
Différents types des éléments	Le nome des éléments dans Abaqus
	Éléments continus (solides et fluides).
	Éléments de coque.
	Éléments de poutre.
	Éléments rigides.
	Éléments infinis.
	Éléments de membrane.
	Éléments de ferme.
	Éléments de connecteur tels que ressorts et amortisseurs.

Tableau 4. 2 Différents types d'éléments disponibles dans ABAQUS [28]

4.2.4. Réalisation d'une simulation numérique :

La réalisation complète d'un jeu de données s'effectue après un passage successif dans les Modules de Abaqus comme illustre sur la figure (4.2) :

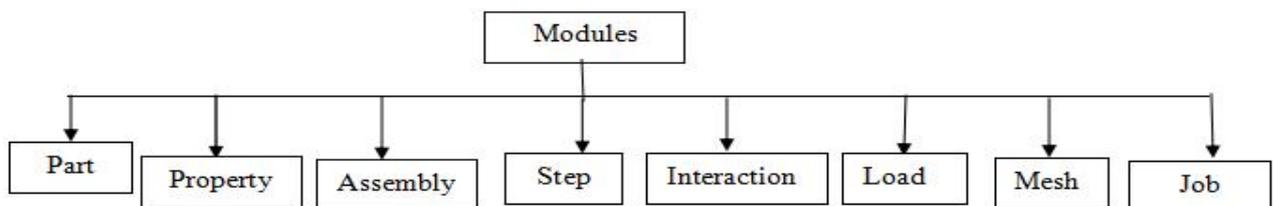


Figure 4. 2 Illustration des différents modules utilisés en Abaqus [4]

**4.2.5. Les systèmes d'unités dans le logiciel ABAQUS :**

Avant de commencer à définir un modèle, vous devez choisir le système d'unités que vous utiliserez voir le tableau 4.3. ABAQUS n'a pas de système intégré d'unités. Toutes les données d'entrée doivent être spécifiées dans des unités cohérentes dans les résultats qui suivent le système d'unité et sont basées sur le SI (mm).

Quantité	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Longueur	M	Mm	Ft	In
Force	N	N	Lbf	Lbf
Masse	Kg	Tonne( $10^3$ Kg)	Slug	Lbf $s^2/in$
Temps	S	S	S	S
Contrainte	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa(N/mm <sup>2</sup> )	Lbf /ft <sup>2</sup>	Psi(lbf/in <sup>2</sup> )
Energie	J	mJ( $10^{-3}$ )	Ft lbf	In lbf
Masse volumique	Kg/m <sup>3</sup>	Tonne /mm <sup>3</sup> )	Slug /ft <sup>3</sup>	Lbf $s^2/in^4$

**Tableau 4. 3**Différentes unités nécessaires utilisées dans ABAQUS [28]

**4.2.6. Modèle numérique :**

On a pris dans notre travail un modèle d'un treillis (voir la figure 4.3) pour faire la modélisation. Les caractéristiques géométriques sont comme suit : La longueur de chaque segment est 5m, la coupe transversale est 5cm<sup>2</sup>. L'effet de matériau a été analysé, la comparaison entre les treillis en acier, treillis en aluminium et treillis en bois a été effectué, les caractéristiques mécaniques de chaque matériau sont détaillées dans le tableau 4.4. Le maillage paramétrique est composé de 5 nœuds et 7 éléments, et les éléments de treillis à déplacement linéaire à 2 nœuds ont été utilisés pour faire la modélisation, c'est T2D2. D'autre part, les conditions aux limites de la modélisation du comportement linéaire d'un treillis sont les suivantes : On a deux appuis simple (U2=0) et double (U1=U2=UR1=UR2=0) supportant trois charges verticales concentrées de 1000N et de 2000N. Par ailleurs, les figures 4.4 et 4.5 illustrent les conditions aux limites et le maillage utilisé pour la modélisation respectivement.

	E(GPa)	Poisson	Densité (kg/m <sup>3</sup> )
Alu	70	0.33	7872
Acier	210	0.3	2700
Bois	7	0.2	550

**Tableau 4. 4**Caractéristiques mécaniques concernant les trois matériaux

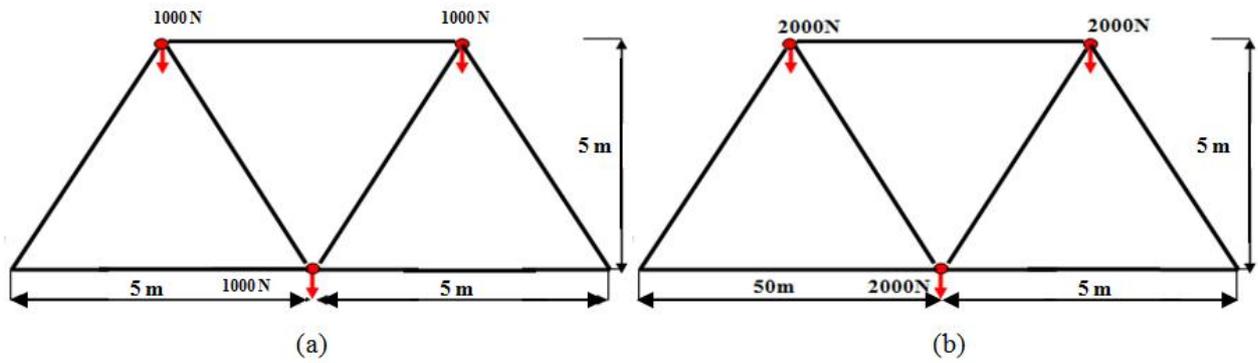


Figure 4. 3: La géométrie des treillis; a) 1000N et b) 2000N

4.2.7. Conditions aux limites :

On a prendre deux appuis, appuis simple aux niveaux de nœuds 5 et appuis double au niveau de nœuds 5 et trois charge verticale de 1000N et 2000N concentrées sur les nœuds 1, 3, 2.

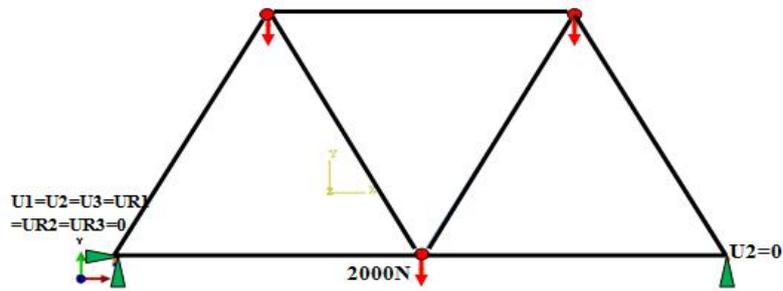


Figure 4. 4 Conditions aux limites

4.2.8. Maillage :

Le maillage paramétrique est composé de 5 nœuds et 7 éléments, les éléments de treillis à déplacement linéaire à 2 nœuds ont été utilisés pour faire la modélisation. En outre, les éléments de type T2D2 treillis en 2D ont utilisés dans Abaqus. Il ne transmet que des efforts axiaux (traction/compression) et n'a aucune rigidité au moment.

Notre problème se concentre au niveau des nœuds, puisque toutes les forces externes sont appliquées sur les nœuds.

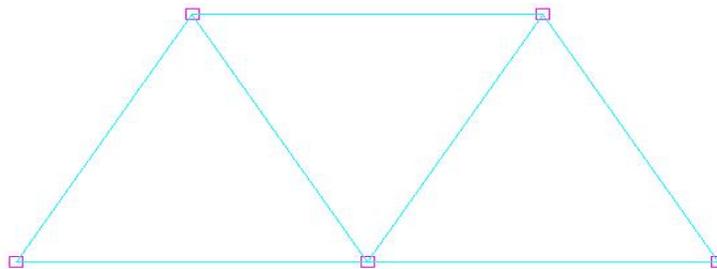


Figure 4. 5 Modèle FEM "Maillage"

4.2.9. Modélisation numérique:

Dans cette partie, on va présenter les résultats de la modélisation numérique qu'on a faite pour les modèles géométriques en trois matériaux différents (acier, aluminium, bois) concernant les deux charges 1000 N et 2000N.

4.2.9.1. Analyse de déplacements :

Nous présentons dans ce point l'analyse des déplacements (U1 et U2) pour les trois matériaux. D'autre part, les figures (4.6, 4.7, 4.8 et 4.9) expliquent les détails de la variation de déplacement de treillis que nous avons étudiée.

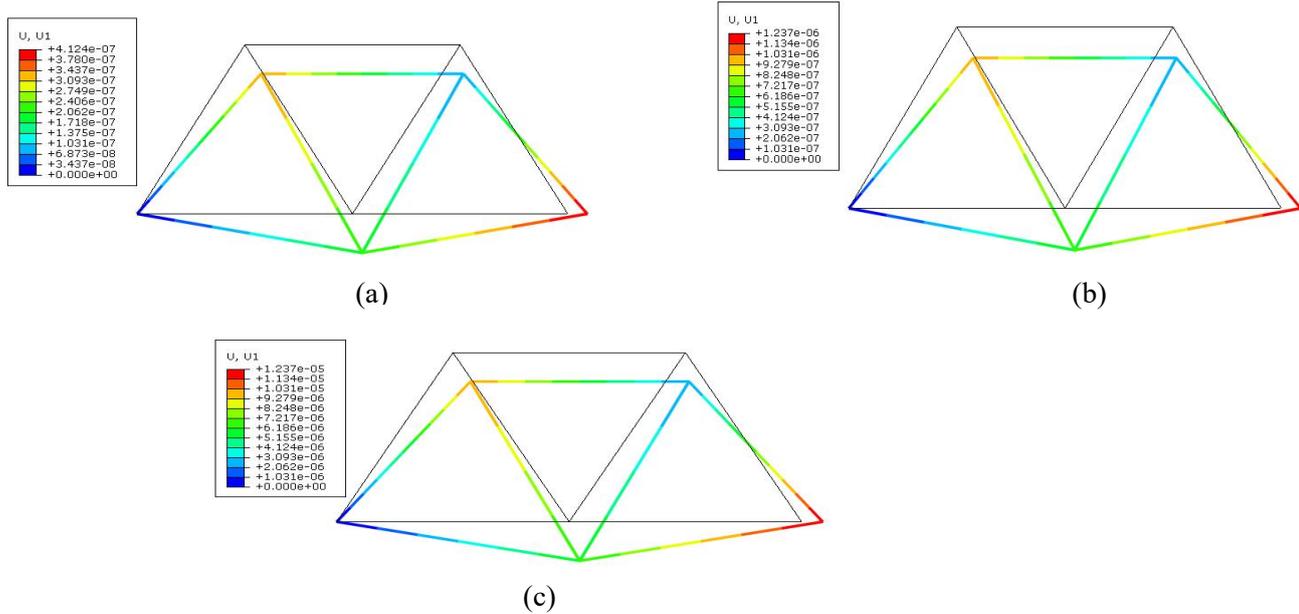


Figure 4. 6 Analyse de déplacements U1 pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

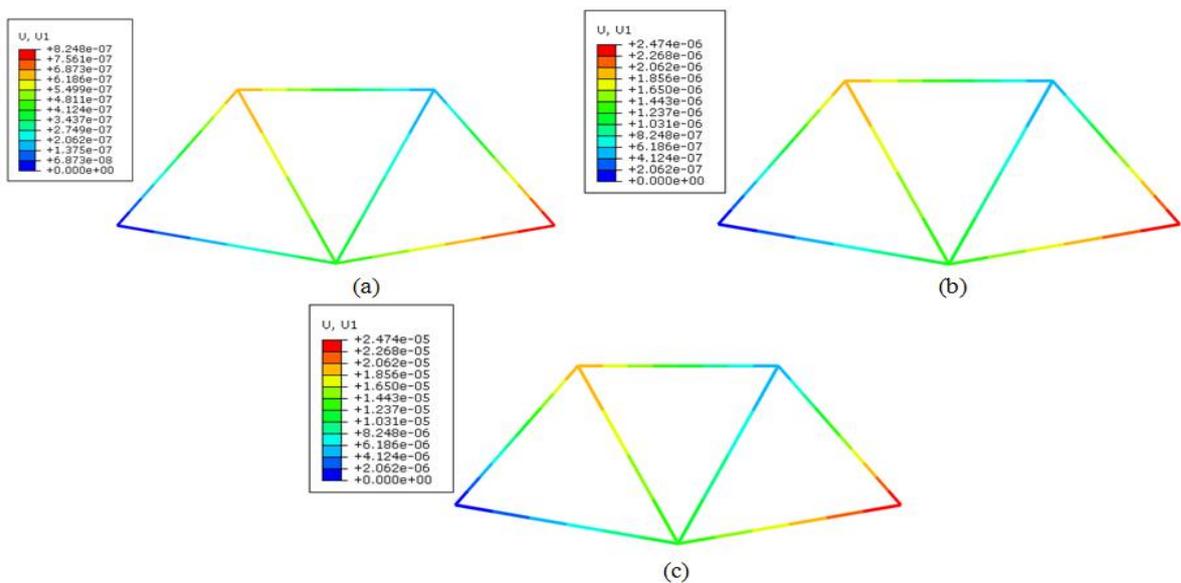


Figure 4. 7 Analyse de déplacements U1 pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

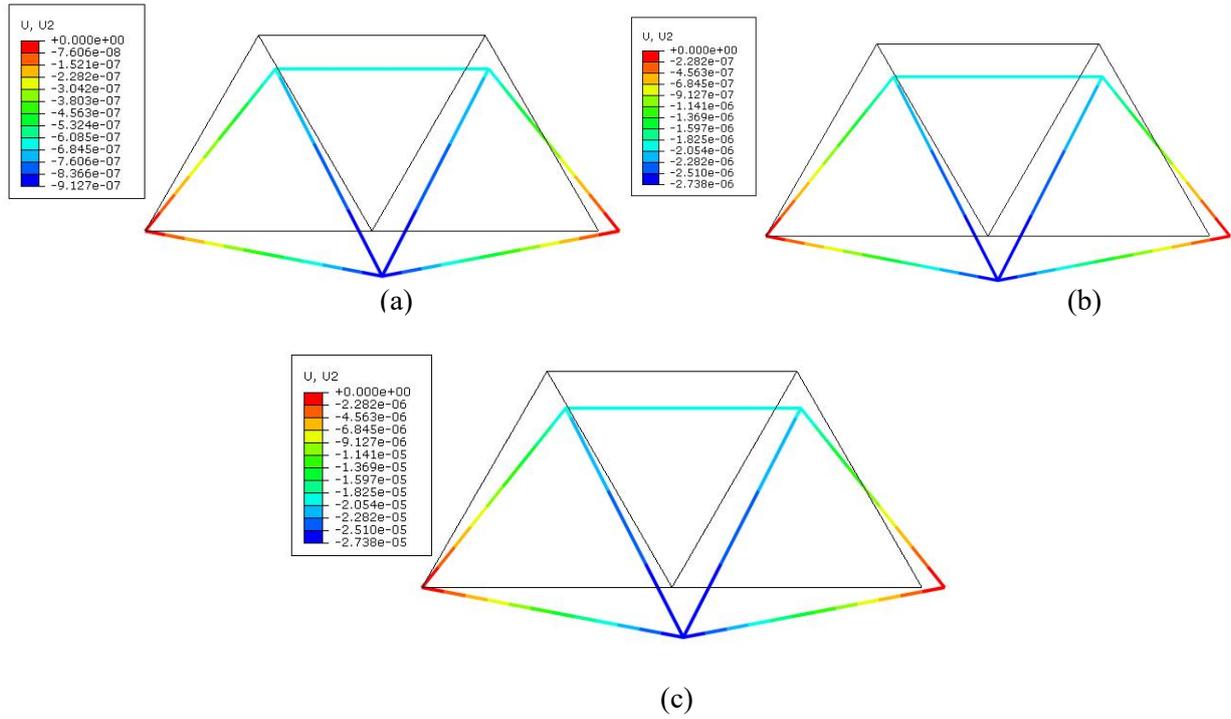


Figure 4. 8Analyse de déplacements  $U_2$  pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

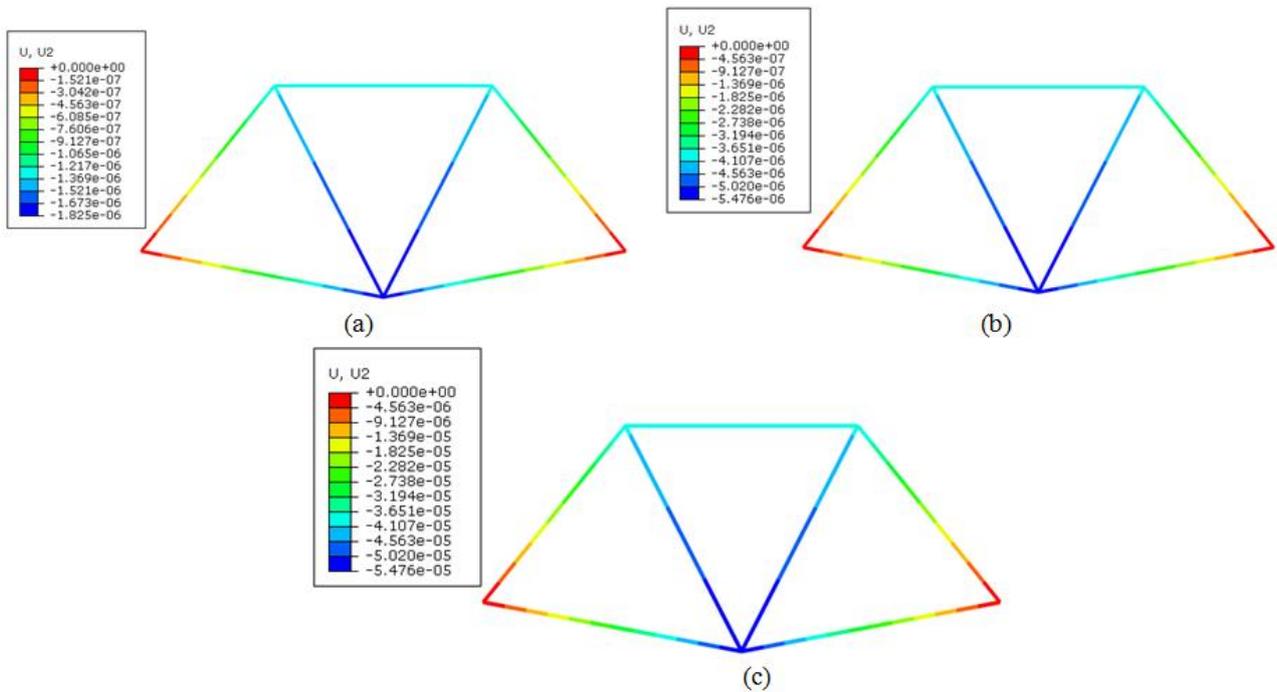


Figure 4. 9Analyse de déplacements  $U_2$  pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

4.2.9.2. Analyse de déformation :

Nous expliquons dans cette modélisation la présentation de déformation, dans les nœuds et dans les barres des treillis. Les figures (4.10 et 4.11) illustrent la déformation  $\epsilon_{11}$  concernant les trois matériaux.

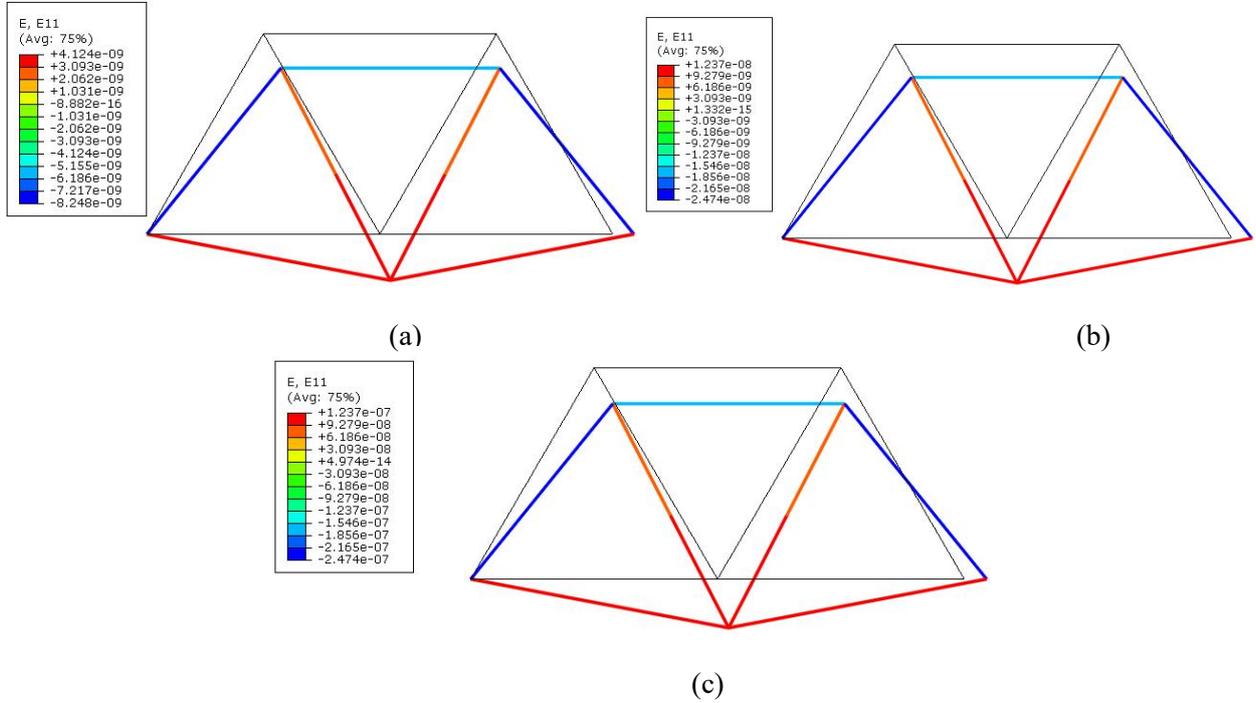


Figure 4. 10 Analyse de déformation  $\epsilon_{11}$  pour les trois matériaux avec une charge de 1000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

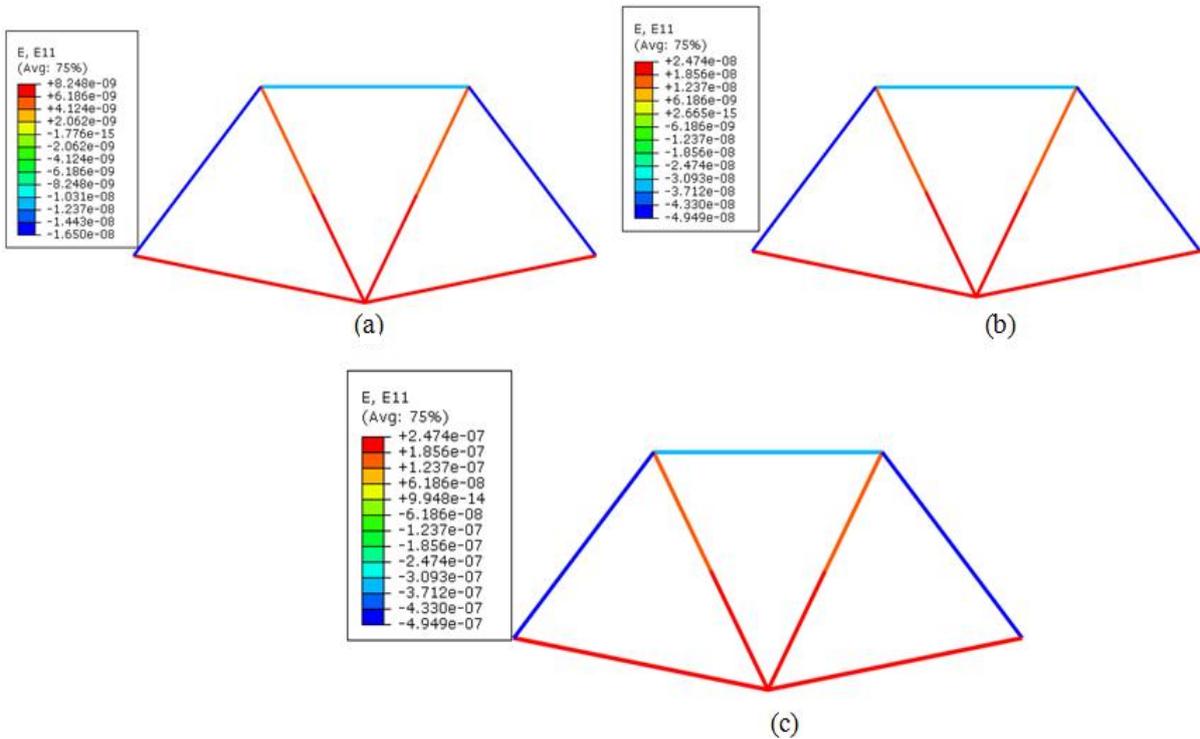


Figure 4. 11 Analyse de déformation  $\epsilon_{11}$  pour les trois matériaux avec une charge de 2000N; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

Les figures 4.10 et 4.11 expliquent les différentes analyses de déformation présentes sur le modèle de treillis avec changement de charge. En outre, la zone forte de déformation est indiquée sur le matériau du bois concernant les deux charges. Même la plus faible valeur de déformation est concentrée sur le matériau du bois.

4.2.9.3 Analyse des contraintes :

Les figures (4.12, 4.13, 4.14 et 4.15) illustrent l'analyse des différentes contraintes, cette modélisation est effectuée avec la méthode des éléments finis et par logiciel ABAQUS concernant les trois matériaux.

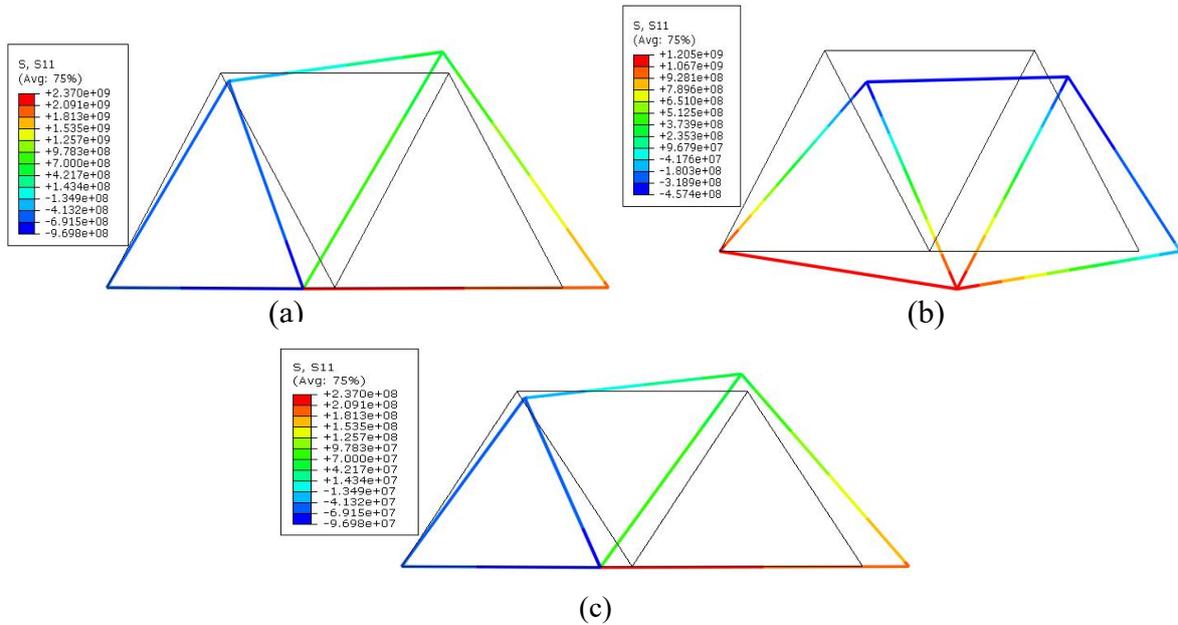


Figure 4. 12 Analyse de la contrainte  $\sigma_{11}$  pour les trois matériaux avec une charge de 1000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

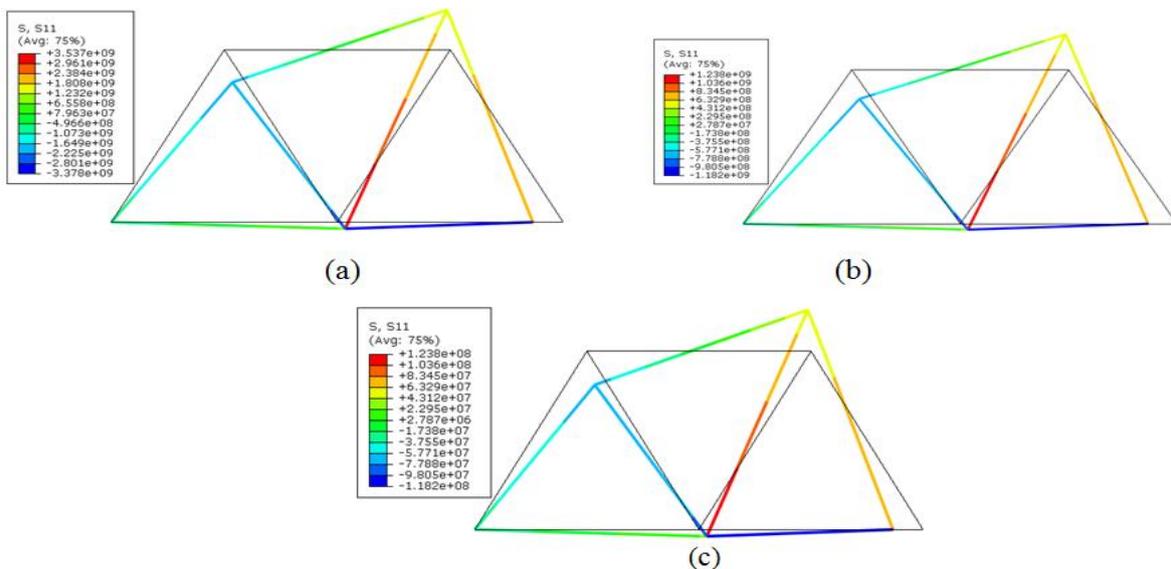


Figure 4. 13 Analyse de la contrainte  $\sigma_{11}$  pour les trois matériaux avec une charge de 2000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

$\sigma$ - Mises

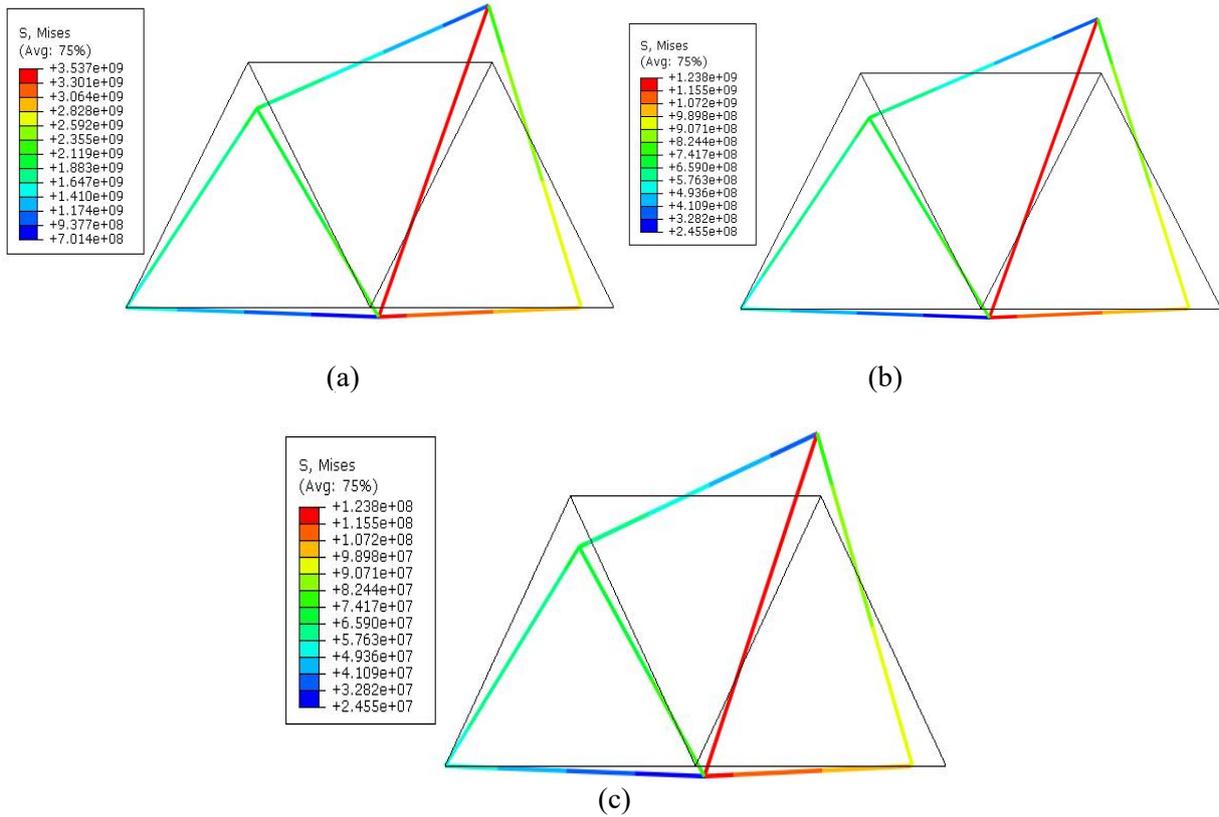


Figure 4. 14Analyse de la contrainte  $\sigma$ -Miss pour les trois matériaux avec une charge de 1000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

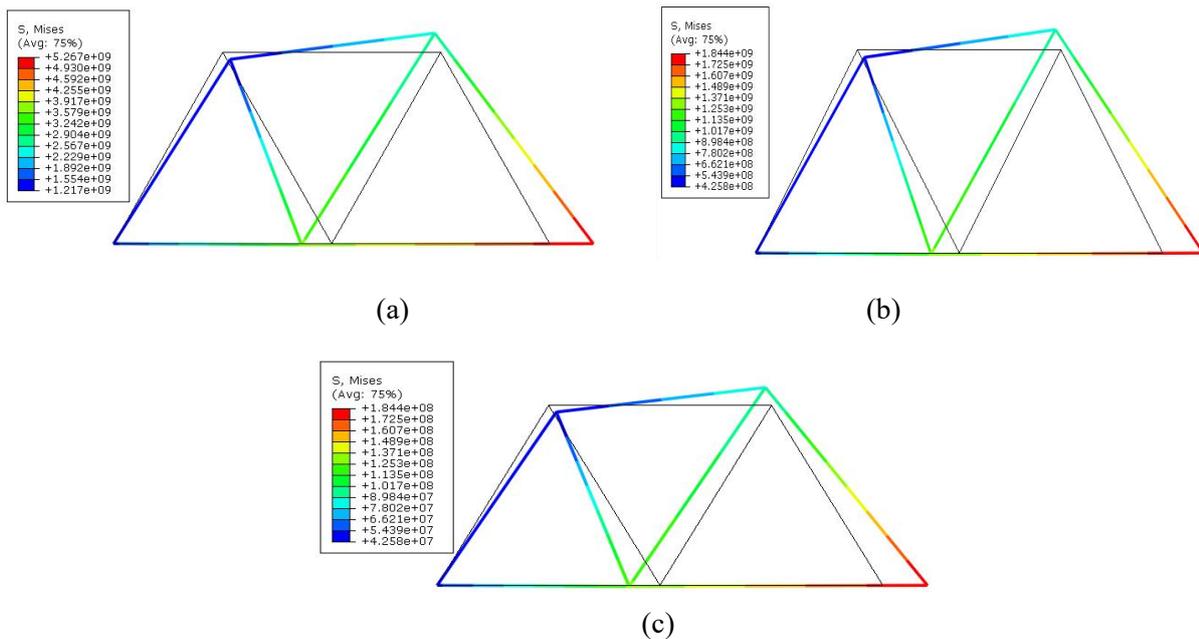


Figure 4. 15Analyse de la contrainte  $\sigma$ -Miss pour les trois matériaux avec une charge de 2000N ; a) Acier, b) Aluminium et c) Bois.

Les figures 4.12 à 4.15 expliquent les différentes contraintes principales ( $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{\text{-Mises}}$ ) avec la distribution dans le treillis. Concernant les deux charges appliquées, on indique que la zone de forte contrainte est concentrée sur le modèle du matériau de l'acier, même pour la faible contrainte qui est concentrée la plupart du temps sur le modèle du matériau de l'acier.

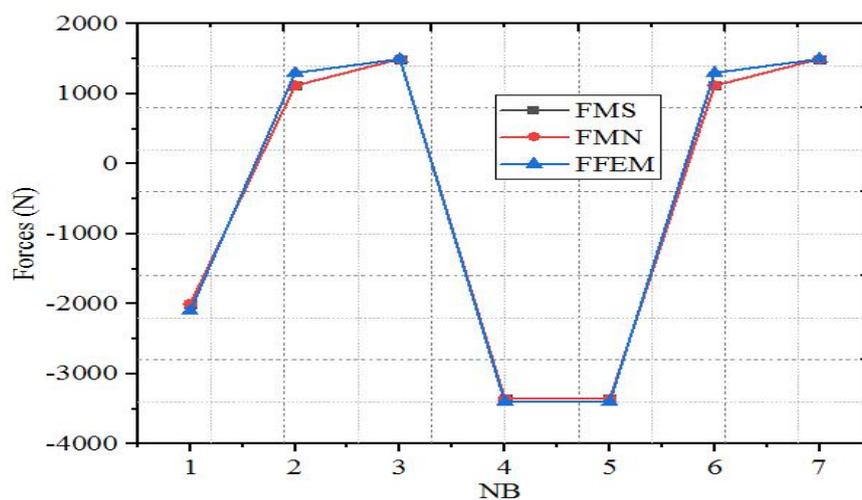
**4.3. Résultats et discussions :**

**4.3.1. Analyse comparative des résultats : Méthode analytique et Méthode numérique:**

Les efforts internes dans les barres obtenus par la méthode FEM sont comparés avec les résultats de la méthode analytique (nœuds et section). Le **tableau 4.6** regroupe les différents résultats obtenus avec le calcul de l'erreur relative, cette résultats et discussions basée sur l'application du modèle de la charge 2000N.

Barres	Les forces (N)			Erreur relative
	Méthodes analytiques		Méthode numérique FEM	
	Nœuds FMN	Sections FMS		
1	-2000	-2000	-2100	5%
2	1118.568	1118.568	1300	16.2%
3	1500	1500	1500	0%
4	-3355.705	-3355.705	-3400	1.3%
5	-3355.705	-3355.704	-3400	1.3%
6	1118.568	1118.568	1300	16.2%
7	1500	1500	1500	0%

**Tableau 4. 5 Comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes analytiques (nœuds et sections) et numérique.**



**Figure 4. 16** Comparaison entre les trois méthodes les méthodes analytiques (nœuds et sections) et la méthode numérique par la méthode FEM

**La figure 4.16** montre la comparaison entre les trois méthodes : les méthodes analytiques (nœuds et sections) et la méthode numérique en fonction de nombre des barres. On peut remarquer que les résultats obtenus sont très identiques, ce qui indique une grande précision et une bonne cohérence entre les méthodes. Les petites différences notées pour certaines barres peuvent résulter des simplifications effectuées par les méthodes analytiques, alors que la méthode numérique, plus efficace, intègre un plus grand nombre de paramètres. Cela confirme la solidité des méthodes analytiques pour des cas simples, tout en soulignant l'efficacité de la méthode numérique pour une modélisation plus détaillée.

4.3.2. Variables :

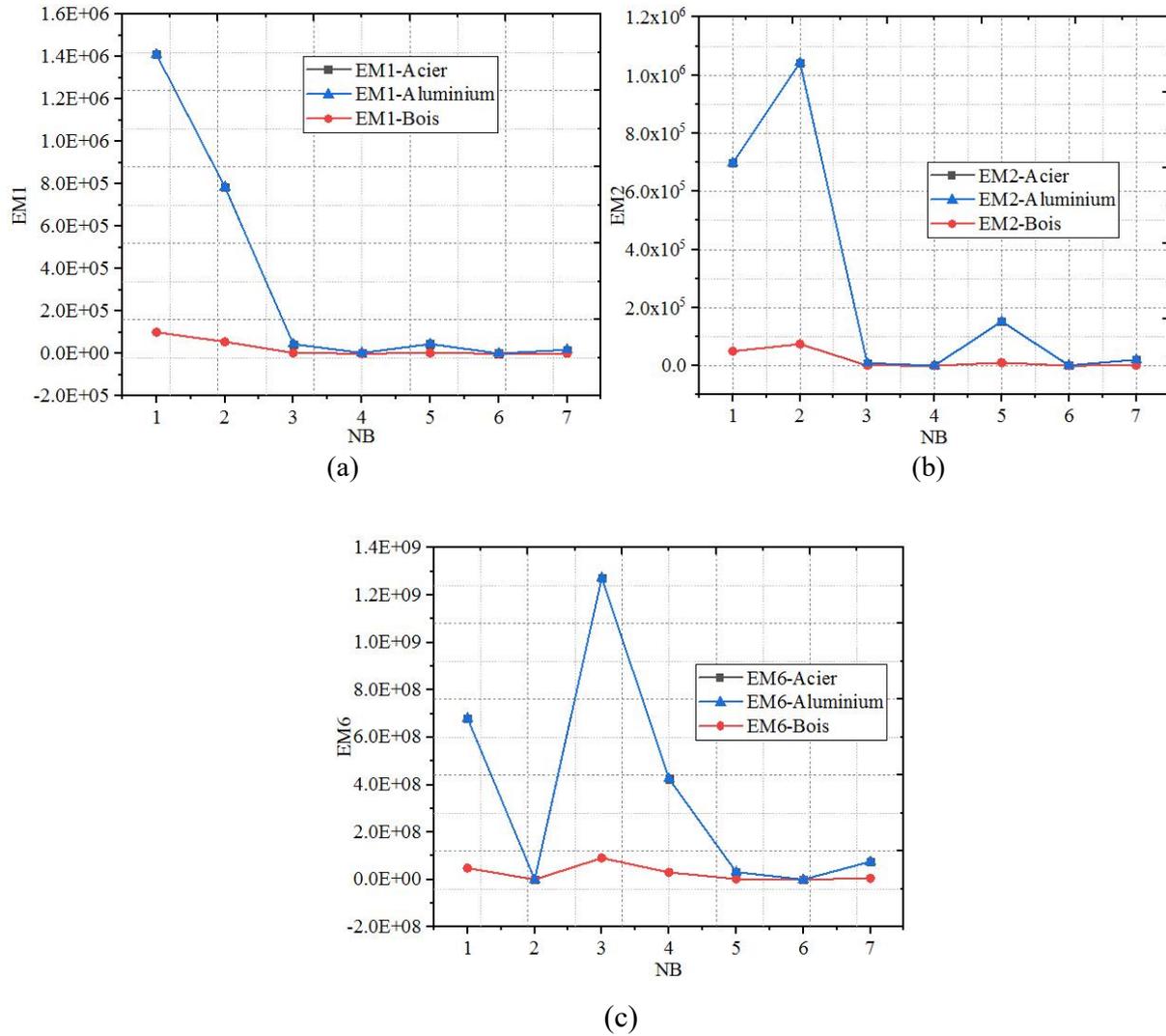


Figure 4. 17L'évolution de EM en fonction de numéros de barre; a)EM1, b) EM2, c) EM6

La figure 4.17 montre l'évolution d'effective masse en fonction de numéros de barre la figure (a) présente effective masse dans la barre 1, et la figure (b) présente la variation de la barre 2 et la figure (c) présente la barre 6, on peut remarquer que les deux matériaux (acier et l'aluminium) provoque une diminution dans les deux variables EM1 et EM2 et la figure 4.16c montre l'évolution de EM6 en fonction des numéros de barre pour les trois matériaux, sur le premier graphe EM1 on voit que l'acier et l'aluminium marqué une valeur très élevée concernant le premier barre. Ainsi, en remarque que la même tendance dans le graphe (b) pour (EM2), l'acier et l'aluminium ont un pic pour la deuxième barre. Pour le dernier graphe (EM6) l'aluminium et l'acier ont une énorme valeur au troisième mode beaucoup plus que le bois, le bois reste toujours très peu de variation donc on peut remarquer que l'acier et l'aluminium dominant dans (EM1) et (EM2), le bois reste très stable, avec faible valeurs.

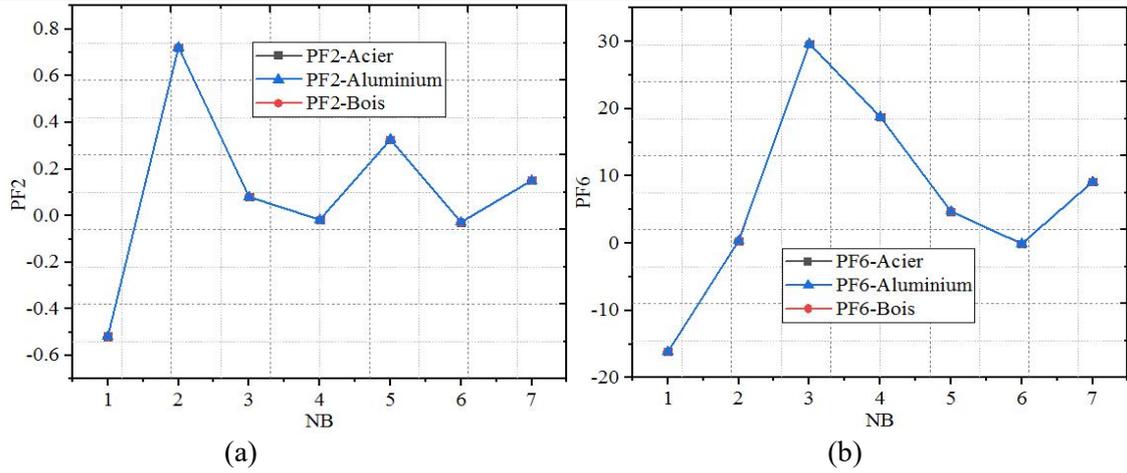


Figure 4. 18L'évolution des facteurs de participation en fonction des numéros de barre; a) PF2 et b) PF6.

La figure 4.18 montre l'évolution des facteurs de participation en fonction des numéros de barre. D'après les résultats obtenus, on peut observer que les trois matériaux sont comparables. La figure (4.18a) présente le facteur de participation mesuré au point 2. La barre 2 affiche la valeur du facteur de participation la plus élevée, au voisinage de 0.7. On a remarqué que la barre 1 présente une valeur négative (environ -0,5). La figure (4.18b) présente le facteur de participation mesuré au point 6, on a une augmentation du facteur au point 6 jusqu'à la barre 3 avec une valeur de 30.

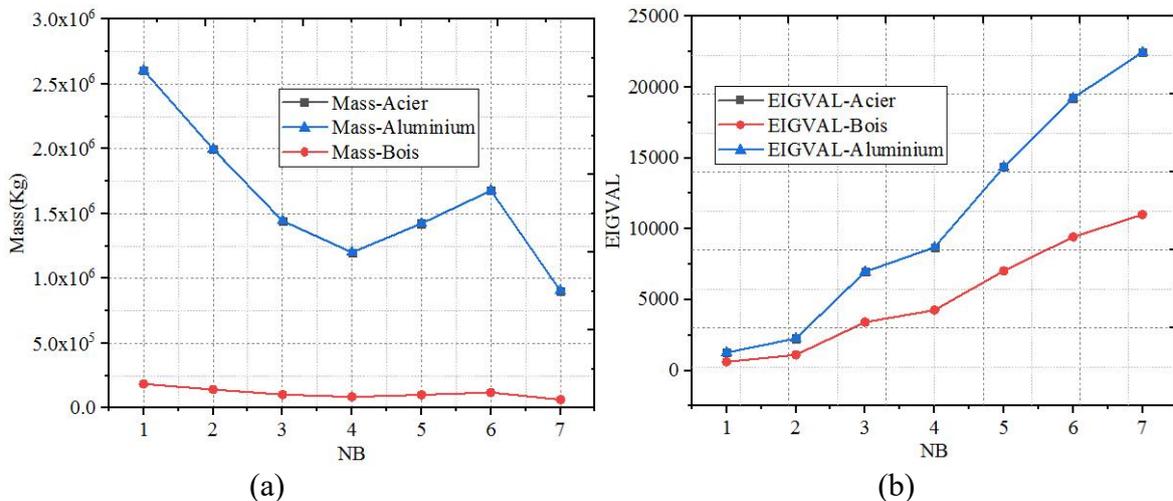
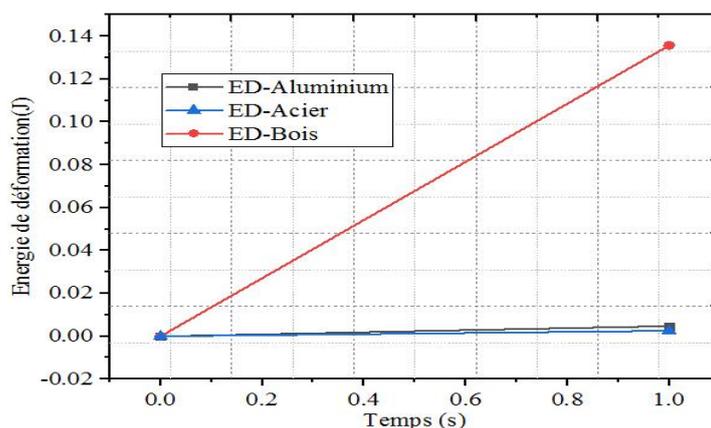


Figure 4. 19 a) L'évolution de la masse et c) valeur propre en fonction des numéros de barres.

La figure 4.19 montre l'évolution de deux paramètres, EIGVAL et masse en fonction des numéros de barre. On peut remarquer que l'acier et l'aluminium sont proportionnels entre eux, car les différentes propriétés mécaniques de ces matériaux sont très proches par rapport à l'autre matériau du bois. D'autre part, d'après les résultats obtenus concernant les trois matériaux, on observe que les deux premiers variables augmentent par l'augmentation des nombres de barre. Par conséquent, la valeur la plus élevée dans la barre 7 pour les deux figures (4.19a et 4.19b). Mais pour la troisième figure 4.19c, on peut remarquer que la valeur la plus élevée est dans la première barre, et puis commençait à diminuer dans les autres barres.



**Figure 4. 20L'évolution de l'énergie de déformation en fonction du temps**

La figure 4.20 montre l'évolution de l'énergie de déformation en fonction du temps. On peut remarquer que l'acier et l'aluminium sont identiques entre eux parce que les caractéristiques mécaniques des deux matériaux sont les mêmes, et on a connu que l'acier et l'aluminium sont plus rigides par rapport au matériau du bois. Donc c'est pour ça que l'énergie de déformation est presque nulle par rapport au bois. En outre, l'augmentation du temps provoque une augmentation légère de l'énergie de déformation concernant les deux matériaux, l'acier et le bois, et une augmentation rapide pour le matériau aluminium.

#### 4.4 CONCLUSION:

Le chapitre 4 présente une comparaison entre les deux méthodes analytiques et numériques. D'autre part, la modélisation est basée sur quelques paramètres comme les déplacements ( $U_1$  et  $U_2$ ), les contraintes ( $\sigma_{11}$  et  $\sigma$ -Mises) et la déformation ( $\varepsilon_{11}$ ).

Les résultats obtenus ont été analysés et discutés, mettant en évidence la cohérence entre les méthodes utilisées et confirmant la pertinence de la modélisation numérique pour ce type de structure. L'augmentation du temps provoque une augmentation légère de l'énergie de déformation. Les valeurs des facteurs de participation augmentent dans l'intervalle entre les deux points 2 et 6.

## **CONCLUSION GÉNÉRALE**

### **CONCLUSION GÉNÉRALE :**

Cette étude s'est concentrée sur la modélisation numérique d'une structure en treillis en utilisant la méthode des éléments finis par l'utilisation du logiciel Abaqus.

Une étude bibliographique nous a permis de donner des aspects généraux concernant le comportement des treillis.

Nous avons introduit les notions de base couramment utilisées dans les treillis.

En outre, un exemple spécifique a été utilisé pour calculer les forces par l'utilisation de la méthode de sections, de la méthode des nœuds et de la méthode numérique FEM.

À cet égard, l'étude de la méthode des éléments finis (FEM) nous a donné l'opportunité de présenter clairement les différentes solutions analytiques possibles pour calculer les différents paramètres en treillis.

L'étude menée dans cette mémoire traite d'une modélisation numérique à l'aide du logiciel Abaqus.

Une comparaison a été réalisée entre les résultats analytiques et numériques grâce à un graphe global, mettant en évidence une correspondance considérable entre les deux méthodes. Un second exemple a été simulé afin d'analyser l'évolution de plusieurs paramètres tels que la masse effective (EM), les facteurs de participation (PF), les valeurs propres (EIGVAL), l'énergie et la masse chacun représenté graphiquement selon le numéro de barre.

Nous avons obtenu une bonne corrélation des résultats entre les deux méthodes analytique et numérique avec une erreur maximale de 16.2 %.

D'autre part, l'estimation de l'erreur entre les deux méthodes est confinée entre 0 % et 16.2 % ; elle est évaluée comme un seuil acceptable.

Enfin, pour résumer, cette recherche a démontré que l'utilisation de la modélisation numérique par la méthode des éléments finis constitue une méthode efficace et sûre pour l'analyse de structures complexes telles que les treillis...

Cependant, une connaissance profonde des méthodes analytiques est essentielle pour une interprétation précise des résultats, la validation des modèles numériques et garantir la précision des analyses.

# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

- [1] Shaowei Xu. Research on Topology Optimization Design of Truss Structure, Highlights in Science, Engineering and Technology, Volume 86 (2024) ,CEAT 2024, 162- 171.
- [2] TP Mabaso. Abednigo Jabu Mbatha, Nkosilathi Zinti Nkomo, A Review of Trends in Truss Materials Used in the Construction Industry, International Journal of Engineering, 2024, 74-80.
- [3] Kalyanmoy Deb. Surendra Gulati, Design of Truss-Structures for Minimum Weight using Genetic Algorithms, Finite Elements in Analysis and Desig, 2000, 37(5), DOI: 10.1016/S0168-874X(00)00057-3.
- [4] Mellouk Halima. Exposé élément finis UNIVERSITÉ DE YAHIA FARES.
- [5] Villeneuve, S. Chapitre IV – Les treillis. Polycopié de cours,Cégep de Chicoutimi, établissement public d’enseignement supérieur du Québec, équivalent d’un collège technique et préuniversitaire, année 2006.
- [6] Dr OUEDRAOGO W P Germain’. (syst2me triangulaire ou treillis Chapitre 4 ), univerté virtuelle du Burkina Faso.
- [7] Bourouz, A. Les structures en treillis. Document pédagogique non, Département de génie civil.
- [8] CHAACHOUA AMINA, institut d’architecture, les treillis. université Saad Dahleb Blida, année universitaire 2011/2012.
- [9] Sidoroff, F. Chapitre 17 – Treillis hyperstatiques. polycopié de cours, Département de Génie Civil, École Centrale de Lyon.
- [10] BOU CHAAYA Wissam. Mémoire Treillis de WARREN et Treillis Spatial Pour L’obtention Du Diplôme D’ingénieur EICnam Spécialité : Mécanique des structures , 2011/2012.
- [11] Mohammed BOUDIAF et MR Mohammed MEKKI’. Polycopié de Calcul des structures hyperstatiques,.L’Université des Sciences et de la Technologie d’Oran, année universitaire 2016/2017.
- [12] BOUDINA NOUR EL HOUDA et HAMDI KAWTHAR ROUFAIDA’. Cours STRUCTURE EN TREILLIS.
- [13] FEDLAOUI Abdelkader, ALLOU Abdelkader’. MÉMOIRE Étude expérimentale des forces dans un treillis simple, pour l’obtention du Diplôme de MASTER en Génie civil Spécialité : Structures, Année universitaire 2023/2024.
- [14] Simon, Francly. Projet de passerelle mixte bois/acier sur l’Ourthe à La Roche-en-Ardenne. Rapport technique (maîtrise d’œuvre), La Roche-en-Ardenne, Belgique, 2004.
- [15] Dr Ayman, TRAD Structural Analysis; Statics Chapter 6 - CVLE BEIRUT ARAB UNIVERSITY.

- [16] Benaïssa I. Chapitre II – Résistance des matériaux (efforts internes et états de charge). Polycopié de cours, Département de Génie Civil, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran – Mohamed Chérif Messaadia (USTO-MB, Algérie), année académique 2019–2020.
- [17] HADJAZI Khamis. Cours de résistance des matériaux, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, année universitaire 2013/2014.
- [18] Belhadj A.F. Cours RDM 2<sup>ème</sup> A LMD, Université Ferhat Abbas Sétif 1 ; Institut d'Architecture & Des Sciences de la Terre, 2020/2021.
- [19] Lecheheb Mostefa. Calcul des structures (chapitres 1). Polycopié de cours, Département de Génie Civil, Université Abdelhafid Boussouf – Mila, 2018/2019.
- [20] Huon Vincent. Les treillis et portiques (cours — L3 STPI Mécanique, schéma de degré d'hyperstaticité). Polycopié de cours non daté, Département de Mécanique, Université de Montpellier.
- [21] Mécanique appliquée – statique Forces dans un treillis, guntHamburg .
- [22] Delassus É. Détermination des efforts dans les barres par la méthode de Cremona. Article, Faculté des Sciences de Toulouse, 1900.
- [23] Dr. Mohamed MERAZI'. DÉFORMATIONS DES STRUCTURES ÉLASTIQUES MÉTHODES ÉNERGÉTIQUES & THÉORÈMES GÉNÉRAUX (CHAPITRE 2) ; École nationale polytechnique d'Oran Maurice Audin ; année universitaire 2023 /2024.
- [24] Y.AOUES; A. HADJ HENNI, dirigé par Dr K. SILHADI et 'Mr. B.MEZAZIGH'. ETUDE ET OPTIMISATION DES STRUCTURES SPATIALES EN TREILLIS, ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE.
- [25] KADA Abdelhak. Polycopie METHODE DES ELEMENTS FINIS (Master1 LMD Génie Civil). Université Hassiba Benbouali de chlef, faculté de génie civil et d'architecture, année universitaire Octobre 2017.
- [26] BERDJI MOHAMED EL BACHIR et GHERIBI NOUREDDINE. Modélisation d'une structure en matériaux isotropes par la méthode des éléments finis, Université Kasdi Merbah Ouargla, année universitaire 2018/2019.
- [27] BOUMENKAR Manèl. Mémoire Présenté pour l'obtention du Diplôme de Master, Spécialité: Construction Mécanique, UNIVERSITE BADJI MOKHTAR – ANNABA. Année universitaire 2020/2021.
- [28] M.AIT TALEB Aïssa. Mémoire de fin d'étude pour de l'obtention du diplôme de Master Académique en Génie Mécanique, Spécialité : Fabrication Mécanique et Productique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Année universitaire 2017/2018.

# **Annexes**

# **Annexe A**

## **Programme numérique du matériau**

### **Acier**

**Abaqus 6.13-1**

**Date 18-mai-2025 Time 12:52:15**

**For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.**

**The Abaqus Software is a product of:**

**Dassault Systemes Simulia Corp.**

**Rising Sun Mills**

**166 Valley Street**

**Providence, RI 02909-2499, USA**

**The Abaqus Software is available only under license from Dassault Systemes or its subsidiary and may be used or reproduced only in accordance with the terms of such license.**

**On machine HALIMI-PC**

**you are authorized to run**

**Abaqus/Standard until 31-Dec-2055**

**Your site id is:**

**For assistance or any other information you may obtain contact information for your local office from the world wide web at:**

**<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>**

\*\*\*\*\*

```

*
*
* *****
* * NOTICE *
* *****
*
*
* Abaqus 6.13-1
*
* BUILD ID: 2013_05_16-04.28.56 126354
*
*
* Please make sure you are using release 6.13 manuals
* plus the notes accompanying this release.
*
*
*
*

```

\*\*\*\*\*

**PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**OPTIONS BEING PROCESSED**

\*\*\*\*\*

**\*Heading**

**\*Node**

**\*Element, type=T2D2**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**

**\*Elset, elset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**

```

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-1
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-2
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-3
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-4
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-5
*material, name=STEEL
*density
*elastic
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*boundary
*boundary
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*output, field
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*static
*boundary
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
***WARNING: STRAIN OUTPUT REQUEST LE IS NOT VALID FOR SOME ELEMENTS
IN THIS
ANALYSIS. THIS REQUEST IS SWITCHED TO THE STRAIN MEASURE, E.
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON

```

**\*output, field**  
**\*nodeoutput**  
**\*elementoutput, directions=YES**  
**\*endstep**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST ER IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST IE IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: STRAIN OUTPUT REQUEST LE IS NOT VALID FOR SOME ELEMENTS IN THIS ANALYSIS. THIS REQUEST IS SWITCHED TO THE STRAIN MEASURE, E.**  
**\*\*\*WARNING: STRAIN OUTPUT REQUEST NE IS NOT VALID FOR SOME ELEMENTS IN THIS ANALYSIS. THIS REQUEST IS SWITCHED TO THE STRAIN MEASURE, E.**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PE IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PEEQT IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PEMAG IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PEQC IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST THE IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST VE IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST VEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SEPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE T2D2**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE T2D2**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST PEEQMAX IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SALPHA IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SEE IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SEP IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS**  
**\*\*\*WARNING: OUTPUT REQUEST SE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE T2D2**  
**\*boundary**  
**\*Step, name=Step-1, nlgeom=NO**  
**\*static**  
**\*boundary**  
**\*cload**  
**\*cload**  
**\*cload**

\*endstep  
 \*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*endstep

**PROBLEM SIZE**

NUMBER OF ELEMENTS IS 7  
 NUMBER OF NODES IS 5  
 NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER 5  
 TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 10  
 (DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER  
 VARIABLES. INCLUDE \*PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)  
 END OF USER INPUT PROCESSING

**JOB TIME SUMMARY**

USER TIME (SEC) = 0.20000  
 SYSTEM TIME (SEC) = 0.20000  
 TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.40000  
 WALLCLOCK TIME (SEC) = 3

1

Abaqus 6.13-1 Date 18-mai-2025 Time 12:52:32  
 For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1  
 TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

**STEP 1 STATIC ANALYSIS**

**AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -**

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.00  
 AND A TOTAL TIME PERIOD OF 1.00  
 THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.000E-05  
 THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE

**TOTAL MASS OF MODEL**

2695000.

**LOCATION OF THE CENTER OF MASS OF THE MODEL**

15.00000 7.315702

**MOMENT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN**

I(ZZ)

4.6349849E+09

**PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN**

I(XY)

-2.9573725E+08

**MOMENT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS**

I(ZZ)

3.8843748E+09

**PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS**

I(XY)

5.9604645E-08

**MEMORY ESTIMATE**

PROCESS OPERATIONS PER ITERATION	FLOATING PT REQUIRED (MBYTES)	MINIMUM MEMORY (MBYTES)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)
----------------------------------	-------------------------------	-------------------------	---------------------------------

**NOTE:**

**(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,**

**THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST**

**KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.**

**(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE**

**ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN**

**INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.**

**(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE**

**CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR**

**PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN**

**THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL**

**CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC**

**ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.**

**(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS**

**IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING**

**POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION,**

**SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE**

**PRINTED HERE.**

**(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF**

**THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE**

**THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK**

**SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE**

**I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL**

**MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK**

**USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY**

**MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE**

BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

Abaqus 6.13-1 Date 18-mai-2025 Time 12:52:37  
For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 2 INCREMENT 1  
TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

STEP 2 CALCULATION OF EIGENVALUES  
FOR NATURAL FREQUENCIES

THE LANCZOS EIGENSOLVER IS USED FOR THIS ANALYSIS

Abaqus WILL COMPUTE UNCOUPLED  
STRUCTURAL AND ACOUSTIC MODES

NUMBER OF EIGENVALUES 10  
HIGHEST FREQUENCY OF INTEREST 1.00000E+18  
MAXIMUM NUMBER OF STEPS WITHIN RUN 35  
BLOCK SIZE FOR LANCZOS PROCEDURE 7

THE EIGENVECTORS ARE SCALED SO THAT  
THE LARGEST DISPLACEMENT ENTRY IN EACH VECTOR  
IS UNITY

THIS IS A LINEAR PERTURBATION STEP.

ALL LOADS ARE DEFINED AS CHANGE IN LOAD TO THE REFERENCE STATE

MEMORY ESTIMATE

PROCESS	FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION	MINIMUM MEMORY REQUIRED (MBYTES)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)
1	2.65E+002	16	25

NOTE:

(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,

THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST

KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.

(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE

ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN

INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.

(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE

CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR

PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN

THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL

CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC

ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.

(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS

IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING

POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION,

SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE

PRINTED HERE.

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF

THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE

THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK

SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE

I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL

MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK

USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY

MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE

BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE

ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

EIGENVALUE OUTPUT

MODE NO      EIGENVALUE                      FREQUENCY                      GENERALIZED MASS  
COMPOSITE MODAL DAMPING

(RAD/TIME) (CYCLES/TIME)

1	1269.8	35.634	5.6713	2.60717E+06	0.0000
2	2269.8	47.642	7.5825	1.99837E+06	0.0000
3	6976.6	83.526	13.294	1.44452E+06	0.0000
4	8707.3	93.313	14.851	1.20161E+06	0.0000
5	14376.	119.90	19.082	1.42419E+06	0.0000
6	19251.	138.75	22.082	1.67788E+06	0.0000
7	22475.	149.92	23.860	9.04682E+05	0.0000

PARTICIPATION FACTORS

MODE NO    X-COMPONENT    Y-COMPONENT    Z-COMPONENT    X-ROTATION    Y-ROTATION    Z-ROTATION

1	0.73566	-0.51733	0.0000	0.0000	0.0000	-16.159
2	0.62714	0.72256	0.0000	0.0000	0.0000	0.39064
3	0.17685	8.04726E-02	0.0000	0.0000	0.0000	29.696
4	-5.14728E-02	-1.74191E-02	0.0000	0.0000	0.0000	18.817

5	0.17883	0.32696	0.0000	0.0000	0.0000	4.7343
6	-2.42199E-02	-2.75865E-02	0.0000	0.0000	0.0000	-6.73365E-02
7	-0.14161	0.15108	0.0000	0.0000	0.0000	9.1515

**E F F E C T I V E   M A S S**

<b>MODE NO</b>	<b>X-COMPONENT</b>	<b>Y-COMPONENT</b>	<b>Z-COMPONENT</b>	<b>X-ROTATION</b>	<b>Y-ROTATION</b>	<b>Z-ROTATION</b>
----------------	--------------------	--------------------	--------------------	-------------------	-------------------	-------------------

1	1.41099E+06	6.97759E+05	0.0000	0.0000	0.0000	6.80734E+08
2	7.85972E+05	1.04334E+06	0.0000	0.0000	0.0000	3.04954E+05
3	45177.	9354.5	0.0000	0.0000	0.0000	1.27390E+09
4	3183.6	364.60	0.0000	0.0000	0.0000	4.25443E+08
5	45548.	1.52254E+05	0.0000	0.0000	0.0000	3.19216E+07
6	984.25	1276.9	0.0000	0.0000	0.0000	7607.8
7	18142.	20649.	0.0000	0.0000	0.0000	7.57672E+07
<b>TOTAL</b>	<b>2.31000E+06</b>	<b>1.92500E+06</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>2.48808E+09</b>

**THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED**

**ANALYSIS COMPLETE**

**WITH 20 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE**

**AND 1 WARNING MESSAGES ON THE MSG FILE**

**JOB TIME SUMMARY**

**USER TIME (SEC) = 0.20000**

**SYSTEM TIME (SEC) = 0.30000**

**TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.50000**

**WALLCLOCK TIME (SEC) = 7**

**Annexe B**

**Programme numérique**

**du matériau**

**Aluminium**

**Abaqus 6.13-1**                      **Date 18-mai-2025 Time 00:52:37**  
**For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.**  
**The Abaqus Software is a product of:**  
**Dassault Systemes Simulia Corp.**  
**Rising Sun Mills**  
**166 Valley Street**  
**Providence, RI 02909-2499, USA**

**The Abaqus Software is available only under license from Dassault Systemes or its subsidiary and may be used or reproduced only in accordance with the terms of such license.**

**On machine HERNAS-PC**  
**you are authorized to run**  
**Abaqus/Standard until 31-Dec-2055**  
**Your site id is:**

**For assistance or any other information you may obtain contact information for your local office from the world wide web at:**

**<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>**

\*\*\*\*\*

```
*
*
* *****
* * NOTICE *
* *****
*
*
* Abaqus 6.13-1
*
* BUILD ID: 2013_05_16-04.28.56 126354
*
*
* Please make sure you are using release 6.13 manuals
* plus the notes accompanying this release.
*
*
*
*
* *****
```

**PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**OPTIONS BEING PROCESSED**

\*\*\*\*\*

- \*Heading**
- \*Node**
- \*Element, type=T2D2**
- \*Nset, nset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**
- \*Elset, elset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**
- \*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-1**
- \*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-2**
- \*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-3**

```

*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-4
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-5
*material, name=STEEL
*density
*elastic
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*boundary
*boundary
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*output, field
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*static
*boundary
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
***WARNING: STRAIN OUTPUT REQUEST LE IS NOT VALID FOR SOME ELEMENTS IN THIS
      ANALYSIS. THIS REQUEST IS SWITCHED TO THE STRAIN MEASURE, E.
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*endstep
*boundary
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*static
*boundary
*load

```

\*cload  
 \*cload  
 \*endstep  
 \*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*endstep

**PROBLEM SIZE**

NUMBER OF ELEMENTS IS 7  
 NUMBER OF NODES IS 5  
 NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER 5  
 TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 10  
 (DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER  
 VARIABLES. INCLUDE \*PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)  
 END OF USER INPUT PROCESSING

**JOB TIME SUMMARY**

USER TIME (SEC) = 0.20000  
 SYSTEM TIME (SEC) = 0.20000  
 TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.40000  
 WALLCLOCK TIME (SEC) = 3

1

Abaqus 6.13-1 Date 18-mai-2025 Time 00:52:54  
 For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1  
 TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

**STEP 1 STATIC ANALYSIS**

**AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -**

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.00  
 AND A TOTAL TIME PERIOD OF 1.00  
 THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.000E-05  
 THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE

TOTAL MASS OF MODEL  
 2755200.

LOCATION OF THE CENTER OF MASS OF THE MODEL  
 15.00000 7.315702

MOMENT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN I(ZZ)  
 4.7385196E+09

PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN I(XY)  
 -3.0234333E+08

MOMENT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS I(ZZ)  
 3.9711427E+09

PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS I(XY)  
 -5.9604645E-08

**MEMORY ESTIMATE**

PROCESS	FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION	MINIMUM MEMORY REQUIRED (MBYTES)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)
---------	--------------------------------------	----------------------------------	---------------------------------

1	2.65E+002	17	26
---	-----------	----	----

**NOTE:**

(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,

THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.

(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.

(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.

(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION, SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE PRINTED HERE.

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

1

Abaqus 6.13-1 Date 18-mai-2025 Time 00:52:58  
For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 2 INCREMENT 1  
TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

**STEP 2 CALCULATION OF EIGENVALUES  
FOR NATURAL FREQUENCIES**

**THE LANCZOS EIGENSOLVER IS USED FOR THIS ANALYSIS**

**Abaqus WILL COMPUTE UNCOUPLED  
STRUCTURAL AND ACOUSTIC MODES**

**NUMBER OF EIGENVALUES 10  
HIGHEST FREQUENCY OF INTEREST 1.00000E+18  
MAXIMUM NUMBER OF STEPS WITHIN RUN 35  
BLOCK SIZE FOR LANCZOS PROCEDURE 7**

**THE EIGENVECTORS ARE SCALED SO THAT  
THE LARGEST DISPLACEMENT ENTRY IN EACH VECTOR  
IS UNITY**

**THIS IS A LINEAR PERTURBATION STEP.**

**ALL LOADS ARE DEFINED AS CHANGE IN LOAD TO THE REFERENCE STATE**

**MEMORY ESTIMATE**

<b>PROCESS</b>	<b>FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION</b>	<b>MINIMUM MEMORY REQUIRED (MBYTES)</b>	<b>MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)</b>
1	2.65E+002	16	25

**NOTE:**

**(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,**

**THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST**

**KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.**

**(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE**

**ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN**

**INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.**

**(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE**

**CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR**

**PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN**

**THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL**

**CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC**

**ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.**

**(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS**

**IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING**

**POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION,**

**SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE**

**PRINTED HERE.**

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

EIGENVALUE OUTPUT

MODE NO	EIGENVALUE	FREQUENCY	GENERALIZED MASS	COMPOSITE
MODAL DAMPING				
	(RAD/TIME)	(CYCLES/TIME)		
1	434.71	20.850	3.3183	2.66541E+06 0.0000
2	777.07	27.876	4.4366	2.04300E+06 0.0000
3	2388.5	48.872	7.7782	1.47679E+06 0.0000
4	2981.0	54.598	8.6896	1.22845E+06 0.0000
5	4921.5	70.154	11.165	1.45600E+06 0.0000
6	6590.6	81.183	12.921	1.71536E+06 0.0000
7	7694.2	87.717	13.961	9.24890E+05 0.0000

PARTICIPATION FACTORS

MODE NO	X-COMPONENT	Y-COMPONENT	Z-COMPONENT	X-ROTATION	Y-ROTATION	Z-ROTATION
1	0.73566	-0.51733	0.0000	0.0000	0.0000	-16.159
2	0.62714	0.72256	0.0000	0.0000	0.0000	0.39064
3	0.17685	8.04726E-02	0.0000	0.0000	0.0000	29.696
4	-5.14728E-02	-1.74191E-02	0.0000	0.0000	0.0000	18.817
5	0.17883	0.32696	0.0000	0.0000	0.0000	4.7343
6	-2.42199E-02	-2.75865E-02	0.0000	0.0000	0.0000	-6.73365E-02
7	-0.14161	0.15108	0.0000	0.0000	0.0000	9.1515

EFFECTIVE MASS

MODE NO	X-COMPONENT	Y-COMPONENT	Z-COMPONENT	X-ROTATION	Y-ROTATION	Z-ROTATION
1	1.44251E+06	7.13345E+05	0.0000	0.0000	0.0000	6.95940E+08
2	8.03529E+05	1.06665E+06	0.0000	0.0000	0.0000	3.11766E+05
3	46186.	9563.5	0.0000	0.0000	0.0000	1.30235E+09
4	3254.7	372.74	0.0000	0.0000	0.0000	4.34947E+08
5	46565.	1.55655E+05	0.0000	0.0000	0.0000	3.26347E+07
6	1006.2	1305.4	0.0000	0.0000	0.0000	7777.8
7	18547.	21110.	0.0000	0.0000	0.0000	7.74597E+07
TOTAL	2.36160E+06	1.96800E+06	0.0000	0.0000	0.0000	2.54366E+09

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED  
ANALYSIS COMPLETE

**WITH 1 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE  
AND 1 WARNING MESSAGES ON THE MSG FILE**

**JOB TIME SUMMARY**

**USER TIME (SEC) = 0.20000**  
**SYSTEM TIME (SEC) = 0.20000**  
**TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.40000**  
**WALLCLOCK TIME (SEC) = 7**

**Annexe C**  
**Programme**  
**numérique du**  
**matériau**  
**Bois**

**Abaqus 6.13-1**

**Date 18-mai-2025 Time 01:25:04**

**For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.**

**The Abaqus Software is a product of:**

**Dassault Systemes Simulia Corp.**

**Rising Sun Mills**

**166 Valley Street**

**Providence, RI 02909-2499, USA**

**The Abaqus Software is available only under license from Dassault Systemes or its subsidiary and may be used or reproduced only in accordance with the terms of such license.**

**On machine HALIMI -PC**

**you are authorized to run**

**Abaqus/Standard until 31-Dec-2055**

**Your site id is:**

**For assistance or any other information you may obtain contact information for your local office from the world wide web at:**

**<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>**

\*\*\*\*\*

\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*  
\* \* \* \* \*

**Abaqus 6.13-1**

**BUILD ID: 2013\_05\_16-04.28.56 126354 \***

\* **Please make sure you are using release 6.13 manuals** \*  
\* **plus the notes accompanying this release.** \*

\*\*\*\*\*

**PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION**

\*\*\*\*\*

**OPTIONS BEING PROCESSED**

\*\*\*\*\*

**\*Heading**

**\*Node**

**\*Element, type=T2D2**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**

**\*Elset, elset=ASSEMBLY\_PART-1-1\_SET-1**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-1**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-2**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-3**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-4**

**\*Nset, nset=ASSEMBLY\_SET-5**

**\*material, name=STEEL**

```

*density
*elastic
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*boundary
*boundary
*solidsection, elset=ASSEMBLY_PART-1-1_SET-1, material=STEEL
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*output, field
*elementoutput, directions=YES
*elementoutput, directions=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*output, field
*output, history, variable=PRESELECT
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*output, field
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*static
*boundary
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, variable=PRESELECT
*endstep
***WARNING: STRAIN OUTPUT REQUEST LE IS NOT VALID FOR SOME ELEMENTS IN THIS
      ANALYSIS. THIS REQUEST IS SWITCHED TO THE STRAIN MEASURE, E.
*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*endstep
*boundary
*Step, name=Step-1, nlgeom=NO
*static
*boundary
*load
*load
*load
*endstep

```

\*Step, name=Step-2, nlgeom=NO, perturbation  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*frequency, eigensolver=LANCZOS, normalization=DISPLACEMENT, acousticcoupling=ON  
 \*endstep

**PROBLEM SIZE**

NUMBER OF ELEMENTS IS 7  
 NUMBER OF NODES IS 5  
 NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER 5  
 TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 10  
 (DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER  
 VARIABLES. INCLUDE \*PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)  
 END OF USER INPUT PROCESSING

**JOB TIME SUMMARY**

USER TIME (SEC) = 0.20000  
 SYSTEM TIME (SEC) = 0.0000  
 TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.20000  
 WALLCLOCK TIME (SEC) = 1

1

Abaqus 6.13-1 Date 18-mai-2025 Time 01:25:18  
 For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1  
 TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

**STEP 1 STATIC ANALYSIS**

**AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -**

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.00  
 AND A TOTAL TIME PERIOD OF 1.00  
 THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.000E-05  
 THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

**LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE**

**TOTAL MASS OF MODEL**

192500.0

**LOCATION OF THE CENTER OF MASS OF THE MODEL**

15.00000 7.315702

**MOMENT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN**

**I(ZZ)**

3.3107035E+08

**PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE ORIGIN**

**I(XY)**

-2.1124089E+07

**MOMENT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS**

**I(ZZ)**

2.7745535E+08

**PRODUCT OF INERTIA ABOUT THE CENTER OF MASS**

**I(XY)**

-1.1175871E-08

**MEMORY ESTIMATE**

PROCESS	FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION	MINIMUM MEMORY REQUIRED (MBYTES)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)
1	2.65E+002	17	26

**NOTE:**

(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,

THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.

(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.

(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.

(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION, SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE PRINTED HERE.

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

1

Abaqus 6.13-1

Date 18-mai-2025 Time 01:25:39

For use by under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 2 INCREMENT 1

TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

**STEP 2 CALCULATION OF EIGENVALUES  
FOR NATURAL FREQUENCIES**

**THE LANCZOS EIGENSOLVER IS USED FOR THIS ANALYSIS**

**Abaqus WILL COMPUTE UNCOUPLED  
STRUCTURAL AND ACOUSTIC MODES**

**NUMBER OF EIGENVALUES           10**  
**HIGHEST FREQUENCY OF INTEREST           1.00000E+18**  
**MAXIMUM NUMBER OF STEPS WITHIN RUN           35**  
**BLOCK SIZE FOR LANCZOS PROCEDURE           7**

**THE EIGENVECTORS ARE SCALED SO THAT  
THE LARGEST DISPLACEMENT ENTRY IN EACH VECTOR  
IS UNITY**

**THIS IS A LINEAR PERTURBATION STEP.**

**ALL LOADS ARE DEFINED AS CHANGE IN LOAD TO THE REFERENCE STATE**

**MEMORY ESTIMATE**

<b>PROCESS</b>	<b>FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION</b>	<b>MINIMUM MEMORY REQUIRED (MBYTES)</b>	<b>MEMORY TO MINIMIZE I/O (MBYTES)</b>
<b>1</b>	<b>2.65E+002</b>	<b>16</b>	<b>25</b>

**NOTE:**

**(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES  
MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,**

**THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL  
GUIDELINE BASED ON THE BEST**

**KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION  
PROCESS HAS BEGUN.**

**(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS  
THE MAXIMUM VALUE OF THE**

**ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH  
UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN  
INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.**

**(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE  
FIRST ITERATION OF THE**

**CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT  
THAN ACTUAL USAGE FOR**

**PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM  
BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN**

**THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT  
CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL**

**CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC  
PROCEDURES WHERE ACOUSTIC**

**ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.**

**(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT  
OPERATIONS FOR EACH PROCESS**

**IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT  
THE ACTUAL FLOATING**

**POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE  
DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION,**

**SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO  
BE BETTER THAN THE ESTIMATE**

**PRINTED HERE.**

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "\*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

E I G E N V A L U E O U T P U T

MODE NO EIGENVALUE FREQUENCY GENERALIZED MASS COMPOSITE MODAL DAMPING

		(RAD/TIME)	(CYCLES/TIME)		
1	622.19	24.944	3.9699	1.86226E+05	0.0000
2	1112.2	33.350	5.3078	1.42740E+05	0.0000
3	3418.5	58.468	9.3055	1.03180E+05	0.0000
4	4266.6	65.319	10.396	85829.	0.0000
5	7044.1	83.929	13.358	1.01728E+05	0.0000
6	9433.0	97.124	15.458	1.19848E+05	0.0000
7	11013.	104.94	16.702	64620.	0.0000

P A R T I C I P A T I O N F A C T O R S

MODE NO X-COMPONENT Y-COMPONENT Z-COMPONENT X-ROTATION Y-ROTATION Z-ROTATION

1	0.73566	-0.51733	0.0000	0.0000	0.0000	-16.159
2	0.62714	0.72256	0.0000	0.0000	0.0000	0.39064
3	0.17685	8.04726E-02	0.0000	0.0000	0.0000	29.696
4	-5.14728E-02	-1.74191E-02	0.0000	0.0000	0.0000	18.817
5	0.17883	0.32696	0.0000	0.0000	0.0000	4.7343
6	-2.42199E-02	-2.75865E-02	0.0000	0.0000	0.0000	-6.73365E-02
7	-0.14161	0.15108	0.0000	0.0000	0.0000	9.1515

E F F E C T I V E M A S S

MODE NO X-COMPONENT Y-COMPONENT Z-COMPONENT X-ROTATION Y-ROTATION Z-ROTATION

1	1.00785E+05	49840.	0.0000	0.0000	0.0000	4.86239E+07
2	56141.	74524.	0.0000	0.0000	0.0000	21782.
3	3226.9	668.18	0.0000	0.0000	0.0000	9.09928E+07
4	227.40	26.043	0.0000	0.0000	0.0000	3.03888E+07
5	3253.4	10875.	0.0000	0.0000	0.0000	2.28012E+06
6	70.304	91.206	0.0000	0.0000	0.0000	543.42
7	1295.8	1474.9	0.0000	0.0000	0.0000	5.41194E+06

TOTAL 1.65000E+05 1.37500E+05 0.0000 0.0000 0.0000 1.77720E+08

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED  
ANALYSIS COMPLETE

**WITH 1 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE  
AND 1 WARNING MESSAGES ON THE MSG FILE**

**JOB TIME SUMMARY**

**USER TIME (SEC) = 0.30000**  
**SYSTEM TIME (SEC) = 0.20000**  
**TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.50000**  
**WALLCLOCK TIME (SEC) = 22**