

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

جامعة سعيدة – د. الطاهر مولاي –

UNIVERSITÉ DESAÏDA– Dr MOULAY TAHAR – Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Civil & Hydraulique



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de **MASTER en Génie Civil**

Spécialité : « Structures »

ÉTUDE NUMERIQUE POUR CARACTERISER LES PARAMETRES DE FISSURE D'UNE STRUCTURE 2D PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Présenté par :

Mr DJEMAA ABDEL AZZIZ

Membres du jury

Pr. A. BENOUIS	Professeur	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Président
Pr. M. M. BOUZIANE	Professeur	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Examineur
Dr. M. BENTAHAR	Maître de conférences A	Université Dr. TAHAR Moulay de Saida	Encadrant

Année Universitaire : 2024 – 2025

Remerciement

Je tiens à remercier chaleureusement mon encadreur, Dr BENTAHAR Mohammed, d'avoir accepté de diriger ce travail et de m'avoir prodigué des conseils scientifiques, qui ont été précieux, et des orientations pour la réalisation de ce travail.

Des remerciements aux membres du jury, pour l'intérêt que vous avez montré pour ce travail et pour avoir accepté de le juger.

À l'ensemble des enseignants qui ont contribué à ma formation ainsi qu'à tout le personnel administratif qui a participé au bon déroulement de ce travail, aux enseignants du département de génie civil. Pour sa disponibilité, sa patience et de ses précieux conseils qu'ils sont prodigués.

Mes remerciements aussi à mon père, mon frère, mes sœurs, mes enseignants, mes amis, mes collègues de travail ainsi que mes collègues de la promotion 2024/2025.

À tous ceux qui, par leur encouragement ou leur amitié.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail : À mes très chers parents qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, ma mère qui a été à mes côtés et m'a soutenu durant toute ma vie, et mon père qui a sacrifié toute sa vie afin de me voir devenir ce que je suis, merci infiniment, mes parents.

À toute la famille DJEMAA,

À mon encadreur, bien sûr : M. BENTAHAR Mohammed, qui a fait tout leur possible pour nous aider et nous orienter dans l'élaboration de notre mémoire.

À toute la promotion de Génie civil 2025,

Symboles et notations

W Largeur de la maille

a/W Rapport entre la longueur de fissure et largeur de la maille

a Longueur de fissure

B La demi- hauteur de la maille

E Module Young

ν Coefficient du poisson

μ Module de cisaillement

Δa Variation de longueur de fissure

C Coefficient multiplicateur de la loi de Paris

da/Dn Vitesse de propagation de fissure

S Facteur d'échange entre les deux zones, haute et basse

p Propagation de fissure

(1) Pointe de fissure initiale

(1') Pointe de fissure finale

α L'angle d'orientation de fissure

N Nombre d'éléments verticaux

M Nombre d'éléments horizontaux

F Facteur de correction géométrique

K Facteur d'intensité de contrainte

KI Facteur d'intensité de contraintes en mode I

KII Facteur d'intensité de contraintes en mode II

KIII Facteur d'intensité de contraintes en mode III

KIC Facteur d'intensité de contraintes critique en mode I

KIIC Facteur d'intensité de contraintes critique en mode II

K_{eff} Facteur d'intensité de contraintes effective

K_{eqv} Facteur d'intensité de contrainte équivalent

Kc Facteur d'intensité de contrainte critique

KV Facteur d'intensité de contrainte comparative

KImin Facteur d'intensité de contraintes minimal en mode I

KImax Facteur d'intensité de contraintes maximal en mode I

ΔK Variation de facteur d'intensité de contraintes

K_{Ω} Facteur d'intensité des contraintes (FIC) en mode Ω
J Intégrale de Rice
J_I Intégrale J de mode I
J_{II} Intégrale J de mode II
G Taux de restitution d'énergie
G_I Taux de restitution d'énergie en mode I
G_{II} Taux de restitution d'énergie en mode II
G_{III} Taux de restitution d'énergie en mode III
 θ L'angle de bifurcation
S(θ) Facteur de la densité d'énergie de déformation
 Π L'énergie potentielle
F Travail des forces extérieures
U L'énergie de déformation élastique du solide
m(x) Fonction poids
L Longueur du front
A* L'aire de la surface
 Γ Contour fermé entourant la fissure
 Γ_0 Contour initiale
 Γ_1 Contour finale
 Γ_c Périmètre de la fissure
q Fonction lissée au choix
d Π Variation de l'énergie potentielle
da Variation de surface fissurée
fetg Les fonctions de répartition angulaire
ds Élément de contour
w Densité d'énergie de déformation
W_{ext} Énergie potentielle dans le cas des forces extérieures
W_e L'énergie de déformation élastique
T_i Composantes du vecteur de contraintes
u_i Composantes du vecteur de déplacement
m Nombre de points de Gauss
wp Poids d'intégration
 ξ_k Coordonnées des éléments dans les repères locaux
[u_i] Les déplacements des lèvres de fissure correspondant aux trois modes
r, θ Les coordonnées polaires
rp Rayon autour de la pointe de fissure

ΔK_{Ith} Variation cyclique théorique FIC en mode I
 ΔK_q Variation de l'équivalent cyclique FIC
 ΔK_{Ic} Variation de FIC cyclique critique
C, m Constants de matériau (loi de Paris lié au matériau)
N Nombre de cycles
S Facteur d'intensité d'énergie de déformation
 $\sigma_{\theta\theta}$ Contrainte circonférentielle

Abréviations

SFEM STRETCHING FINITE ELEMENT METHOD

CTOD Crack Tip Opening Displacement

LEFM Linear Elastic Fracture Mechanics

FIC Facteur d'Intensité de Contrainte

DET Displacement extrapolation technique

PG-NE Petrov-Galerkin naturel élément

MCSC Maximum circumferential stress criterion

FEM Finite element method

BEM Boundary Elements Method

MDD Method of discontinuity of displacement

DDM Method of Displacement Discontinuity

CTOD Crack Tip Opening Displacement

ملخص:

تقدم هذه المذكرة دراسة انتشار الشق ثنائي الأبعاد، لتوصيف حالة الإجهاد في مقدمة الشق من خلال تطور عامل شدة الإجهاد في الوضعين الأول والثاني، ودراسة تركيز الإجهاد من خلال تطور تكامل J. بالإضافة إلى ذلك، يعتمد هذا العمل على دراسة شق مستقيم أولي بطول (a = 10 مم) ومثال آخر لشق مائل بزاوية $\alpha = 15$ درجة و30 درجة. كما تم استخدام العناصر التريبية CPS4 مع 4 عقد من الإجهاد المستوي ثنائي الخط. وتم تطبيق معيار معدل إطلاق الطاقة. بالإضافة إلى ذلك، أجريت الدراسة بطريقة العناصر المحدودة (FEM). بالإضافة إلى ذلك، تمت مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها فيما يتعلق بالمحاكاة العددية ومناقشتها لأحمال مطبقة مختلفة وزوايا مختلفة. تم الحصول على نتائج جيدة بين القيم المقارنة المختلفة المتعلقة بتطور الإجهادات والإزاحات في جميع حالات النمذجة في عملنا. من ناحية أخرى، استُخدمت الطريقة التحليلية لمقارنة معاملات الكسر، مثل عوامل شدة الإجهاد (K_I و K_{II})، والتكامل J. اعتمد عملنا على برنامج حساب العناصر المحدودة ABAQUS لإجراء المحاكاة العددية.

الكلمات المفتاحية: انتشار الشقوق ثنائية الأبعاد، طريقة العناصر المحدودة (FEM)، عامل شدة الإجهاد

(SIF)، التكامل J، CPS4، الأحمال المطبقة

Abstract:

This thesis presents a 2D crack propagation study, to characterize the stress state at the crack front by the evolution of the stress intensity factor in mode I and II, and to study the stress concentration by the evolution of the J integral. In addition, the work is based on the study of an initial straight crack of length (a = 10 mm) and another example a crack inclined by the angle $\alpha = 15^\circ$ and 30° . Thus, the quadratic elements CPS4 with 4 nodes of bilinear plane stress were used. The criterion of the energy release rate was applied. In addition, the study was carried out by the finite element method (FEM). In addition, the results obtained concerning the numerical simulation were compared and discussed for different applied loads and for different angles. A good correspondence was obtained between the different comparison results concerning the evolution of stresses and for displacements in all the modeling cases of our work. On the other hand, the analytical method was used to make the comparison of crack parameters such as stress intensity factors (K_I and K_{II}) and J integral. Our work based on the finite element calculation code ABAQUS to make the numerical simulation.

Keywords : crack propagation 2D, finite element method (FEM), stress intensity factor (SIF), J-integral, CPS4, applied loads (SIF)

Résumé:

Cette mémoire présente une étude de propagation de fissure en 2D, pour caractériser l'état de contrainte au front de fissure par l'évolution du facteur d'intensité de contrainte en mode I et II, et pour étudier la concentration de contrainte par l'évolution de l'intégrale J. En outre, le travail est basé sur l'étude d'une fissure initiale rectiligne de longueur (a = 10 mm) et, d'autre part, d'une fissure inclinée par l'angle $\alpha = 15^\circ$ et 30° . Ainsi, les éléments quadratiques CPS4 à 4 nœuds de contrainte plane bilinéaire ont été utilisés. Le critère du taux de restitution d'énergie a été appliqué. En outre, l'étude a été réalisée par la méthode des éléments finis (FEM). De plus, les résultats obtenus concernant la simulation numérique ont été comparés et discutés pour différentes charges appliquées et pour différents angles. Une bonne correspondance a été obtenue entre les différents résultats de comparaison concernant l'évolution des contraintes et pour les déplacements dans tous les cas de modélisation de notre travail. D'autre part, la méthode analytique a été utilisée pour faire la comparaison des paramètres de fissure tels que les facteurs d'intensité de contrainte (K_I et K_{II}) et l'intégrale J. Notre travail est basé sur le code de calcul par éléments finis ABAQUS pour faire la simulation numérique.

Mots clés : propagation de fissure 2D, méthode d'éléments finis (FEM), Facteur d'intensité de contrainte (FIC), l'intégrale J, CPS4, charges appliquées

Table des matières

Remerciement.....	Error! Bookmark not defined.
Symboles et notations	4
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1 GÉNÉRALITÉS SUR LA MÉCANIQUE DE LA RUPTURE	4
1.1 INTRODUCTION	4
1.2 HISTORIQUE DE LA MÉCANIQUE DE LA RUPTURE	4
1.3 DIFFÉRENTS TYPES DE RUPTURE	4
1.4 MÉCANIQUE DE RUPTURE PAR FISSURATION	6
1.5 INFLUENCE DES PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX SUR LA RUPTURE	6
1.6 CRITÈRES DE RUPTURE ET DE PROPAGATION	7
1.7 CONCLUSION	8
2 ANALYSE DE LA PROPAGATION DE FISSURE	10
2.1 INTRODUCTION	10
2.2 MÉCANIQUE DE LA RUPTURE AU FRONT DE LA FISSURE	10
2.2.1 La zone 1	11
2.2.2 La zone 2	11
2.2.3 La zone 3	12
2.3 MODES DE FISSURATION EN MÉCANIQUE DE LA RUPTURE	12
2.4 ETUDE D'UNE FISSURE DANS LES MATÉRIAUX ÉLASTIQUES	13
2.5 PARAMÈTRES POUR ÉTUDIER LA ZONE SINGULIÈRE	14
2.6 APPROCHE LOCALE	14
2.6.1 Facteur d'intensité de contrainte.....	15
2.6.2 Évaluation du FIC par la méthode des éléments finis	17
2.7 CARACTÉRISATION DE LA PROPAGATION DE FISSURE	19
2.7.1 Lois de propagation	19
2.7.2 Loi de propagation de fissure en mode I	20

2.8	CRITÈRES DE PROPAGATION DE FISSURE.....	22
2.8.1	Critère du taux de restitution d'énergie	22
2.8.2	Critère d'Erdogan et Sih(MCSC)	23
2.8.3	Critère de Richard 2D.....	23
2.9	CONCLUSION	24
3	MÉTHODES ET LOGICIEL DE MODÉLISATION NUMÉRIQUE	26
3.1	INTRODUCTION	26
3.2	La méthode des éléments finis (FEM).....	26
3.3	Méthode des éléments de frontière (BEM)	27
3.4	Méthode des éléments finis étendus (XFEM)	29
3.5	La méthode des éléments finis par étirement de la maille (SFEM).....	30
3.6	Modélisation de la propagation d'une fissure	30
3.6.1	Principe de modélisation	30
3.6.2	Présentation du code de calcul Abaqus/CAE	31
3.7	Conclusion	33
4	RÉSULTATS ET DISCUSSIONS DE L'ANALYSE ET LA DES CARACTÉRIATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE.....	35
4.1	INTRODUCTION :	35
4.2	MODÈLE D'ÉTUDE.....	35
4.2.1	Modèle numérique (Maillage)	35
4.2.2	Conditions aux limites.....	36
4.3	RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE	37
4.3.1	L'analyse de déplacements	37
4.3.2	L'analyse de la contrainte σ -Mises et σ_{11}	39
4.4	RÉSULTATS ET DISCUSSION POUR L'ÉVOLUTION DES PARAMÈTRES DE FISSURE	41
4.4.1	Méthode analytique	42
4.4.2	Facteur d'intensité de contrainte K_I dans le cas du mode I.....	43
4.4.3	Facteurs d'intensités de contrainte K_I , K_{II} et J pour $\alpha = 30^\circ$ dans les deux cas (mode I et II). 43	
4.4.4	Facteurs d'intensités de contrainte K_I , K_{II} et J pour $\alpha = 15^\circ$ dans les deux cas (mode I et II). 46	
4.5	CONCLUSION	47
	CONCLUSION GÉNÉRALE	49
	ANNEXES.....	Error! Bookmark not defined.

Table des figures

Figure 1-1:Exemple de rupture fragile [6]	5
Figure 1.2. Exemple de rupture ductile [6]	6
Figure 1.3 Diagramme de l'influence des propriétés des matériaux sur la rupture	7
Figure 2.2. Illustration schématique pour les différentes zones au voisinage d'une pointe de fissure Shixiang [9].	11
Figure 2.1 (a) fissure initiale (b) lignes de force et concentration de contraintes d'une maille	10
Figure 2.3 Illustration des modes de fissuration en rupture	12
Figure 2.4 Système d'axes par rapport à pointe de fissure	13
Figure 2.5 Illustration du champ des contraintes au voisinage du front de fissure	15
Figure 2.6. Illustration de principe des techniques d'extrapolation	18
Figure 2.7 Illustration du choix arbitraire d'un contour fermé entourant la fissure	19
Figure 2.8. Illustration schématique les trois régimes de propagation d'une fissure en mode I	20
Figure 2.9. Phénomène d'une fermeture de fissure Courtin [33].....	22
Figure 2.10.Définition de l'angle de bifurcation d'une fissure	23
Figure 3.1. Illustration schématique de la méthode numérique BEM pour l'analyse d'un corps fissuré Duflot [56]	28
Figure 3.2. Illustration schématique de la méthode numérique XFEM pour l'analyse d'un corps fissuré Duflot [56]	29
Figure 3.3. Illustration schématique de la méthode numérique SFEM; Bentahar [69] et Bentahar et al [70]	30
Figure 3.4. Illustration de procédure itérative pour modéliser l'évolution du front d'une fissure planeproposé par Lin et Smith [76].....	30
Figure 3.5. Interface ABAQUS 2017	32
Figure 3.6. Étapes à suivre pour la programmation [77].	32
Figure 4.1. Modèle géométrique: a) fissure initiale de $\alpha=0^\circ$ et b) modèle numérique FEM.....	36
Figure 4.2. Modèles : a) fissure initiale de $\alpha=0^\circ$, b) fissure inclinée de $\alpha=30^\circ$, c) fissure inclinée de $\alpha=15^\circ$	36
Figure 4.3. Modèle : a) Caractéristiques géométriques du modèle; b) conditions aux limites	36
Figure 4.4. L'analyse du déplacement ; a) déplacement U1 ($\alpha=0^\circ$) et b) déplacement U1 ($\alpha=30^\circ$) et c) déplacementU1($\alpha=15^\circ$).....	37
Figure 4.5.L'analyse du déplacement ; a) déplacement U2 ($\alpha=0^\circ$)b) déplacement U2 ($\alpha=30^\circ$) et c)déplacementU2($\alpha=15^\circ$).....	38
Figure 4.6. L'évolution de déplacement en fonction de la distance X; a) déplacement U1 et b) déplacement U238	
Figure 4.7.L'analyse des contraintes; a) σ - Mises ($\alpha=0^\circ$) et b) ($\alpha=15^\circ$) , c) σ - Mises ($\alpha=30^\circ$),d) S11 ($\alpha=0^\circ$) , e) σ 11 ($\alpha=15^\circ$), f) σ 11 ($\alpha=30^\circ$), g) S22 ($\alpha=0^\circ$) , h) σ 22 ($\alpha=15^\circ$) et i) σ 22 ($\alpha=30^\circ$)	40
Figure 4.8.L'évolution des contraintes (σ -Mises, σ 11 et σ 22) en fonction de la distance X	41
Figure 4.9. L'évolution du facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de la longueur de fissure (a); a)50, b) 75 et c) 100MPa $\alpha=0^\circ$ dans le cas de mode I.....	43
Figure 4.10. Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} pour $\alpha=30^\circ$; a) $\sigma=50$ MPa, b) $\sigma=75$ MPa et c) $\sigma=100$ MPa	44
Figure 4.11.Évolution de l'intégrale-J pour $\alpha=30^\circ$; a) $\sigma=50$ MPa, b) $\sigma=75$ MPa et c) $\sigma=100$ MPa	45
Figure 4.12.Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} pour $\alpha=15^\circ$; a) $\sigma=50$ MPa, b) $\sigma=75$ MPa et c) $\sigma=100$ MPa	46
Figure 4.13.Évolution de l'intégrale-J en fonction de la longueur de fissure (a)pour $\alpha=15^\circ$; a) $\sigma=50$ MPa, b) $\sigma=75$ MPa et c) $\sigma=100$ MPa.....	47

Liste des tableaux

Tableau 3.1. Système d'unités pour le code de calcul Abaqus [78].....	33
---	----

INTRODUCTION

GÉNÉRALE

INTRODUCTION

GÉNÉRALE

Introduction générale

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La modélisation de propagation de fissure est un problème très complexe et important pour l'étude de la durée de vie d'une structure. De nos jours la modélisation de propagation de fissure par les différentes méthodes numériques joue un rôle bénéfique pour résoudre les problèmes en mécanique de la rupture. Significativement utilisée en biomécanique et en calcul de structures, elle permet également de traiter certains problèmes de fatigue thermiques, électromagnétiques, ...

La prédiction précise de la durée de vie en fatigue des composants ou des structures présente un grand intérêt pour les applications d'ingénierie mécanique. A` cet égard, il est maintenant de plus en plus nécessaire de pouvoir simuler avec précision la fissure initiale dans les structures. Pour ce là, l'application des méthodes numériques est utile, pour résoudre les problèmes en mécanique de la rupture. Parmi ces méthodes on trouve la méthode des éléments finis, les différences finis et la méthode des volumes finis.

En conséquence, la méthode des éléments finis a été largement développée ces dernières années, et reste la méthode la plus utilisée et celle qui offre plus de solutions pour un très grand nombre d'applications.

Ainsi, des méthodes analytiques sont donc utilisées pour résoudre les problèmes en mécanique de la rupture basée sur la méthode des éléments finis. Il existe en général des solutions analytiques approchées pour résoudre ces problèmes, notamment dans des cas avec des conditions de chargement simples et de géométries très régulières.

Les mécanismes de fissuration sont caractérisés par de fortes singularités des champs de contrainte mécaniques compliquant ainsi leur étude en employant des outils classiques de la mécanique des solides.

La mécanique de la rupture constitue également un axe de recherche important et très sollicitant d'un point de vue analytique. Dans le domaine de la mécanique, l'approche numérique repose sur la méthode des éléments finis. Elle a pour but de caractériser le champ de contraintes via les facteurs d'intensité de contrainte (FIC) et l'intégrale de contour (J) au voisinage du front de fissure. Cette approche permet théoriquement d'estimer les facteurs d'intensité de contrainte en mode mixte par certains critères de fissure.

Cette mémoire sera organisée de la manière suivante :

Le premier chapitre présente une synthèse générale sur la mécanique de la rupture.

Le deuxième chapitre porte sur l'analyse de la propagation de fissures avec ses caractéristiques.

Ainsi que les critères de propagation de fissure 2D en mode mixte.

CHAPITRE 1

Généralités sur la mécanique de la rupture

1 GÉNÉRALITÉS SUR LA MÉCANIQUE DE LA RUPTURE

1.1 INTRODUCTION

Ce chapitre a pour objectif de présenter les bases de la mécanique de rupture nécessaires pour estimer la stabilité des fissures qui peuvent survenir à cause des défauts. À l'origine, la mécanique de la rupture a été développée pour étudier la croissance des fissures, leur propagation et l'arrêt des fissures dans le composant ou le matériau sous conditions de fonctionnement (fonctionnement, durée de vie, ...).

1.2 HISTORIQUE DE LA MÉCANIQUE DE LA RUPTURE

La mécanique de la rupture a été introduite par Griffith[1] vers 1920. L'objectif de la mécanique de la rupture est de caractériser le comportement à la fissuration des structures à l'aide de paramètres quantifiables au sens de l'ingénieur, notamment le champ de contraintes, la taille de la fissure et la résistance à la fissuration du matériau. Les premiers développements théoriques d'analyse des champs de déplacements, de déformations et de contraintes au voisinage d'une fissure ont été entrepris par Westergaard vers 1940. Une théorie de la rupture basée sur la stabilité de la fissure valable uniquement pour les matériaux fragiles, ne tenant pas compte de la dissipation de l'énergie due à la plastification. En 1948, Irwin proposa une modification de la théorie de Griffith en incluant justement dans le bilan énergétique l'énergie due à la plastification, pour que l'approche de Griffith soit applicable aux matériaux ductiles.

En 1956, un groupe de chercheurs de la marine américaine a développé le concept du taux de restitution d'énergie à partir de la théorie de Griffith sous une forme facilement exploitable par les concepteurs de structures. En 1957, s'appuyant sur les travaux de Westergaard[2], Irwin[3] montra que les déplacements et les contraintes au voisinage de l'extrémité d'une fissure peuvent être décrits à l'aide d'un paramètre unique relié au taux de restitution d'énergie. Ce paramètre caractérise l'état de sollicitation dans la région dans laquelle la rupture se produit, il est appelé facteur d'intensité de contrainte (FIC).

La période s'étend de 1960 à 1980 avec une intensification des recherches sur la rupture avec deux écoles concurrentes. D'une part, les tenants de l'approche utilisant la mécanique linéaire de la rupture et, d'autre part, ceux qui s'intéressaient essentiellement à la plastification qui se développe à l'extrémité d'une fissure. Pour tenir compte de l'effet de cette plastification sur les champs de contraintes et de déplacements à l'extrémité d'une fissure, plusieurs auteurs comme Barenblatt[4] proposèrent ce qu'on appelle une correction de la zone plastique. La taille de la fissure est alors augmentée de cette zone plastique pour retrouver les champs de contraintes élastiques décrits par le FIC. Plus tard, Hutchinson en 1968, Rice et Rosengren (HHR)

[5]développèrent un nouveau paramètre appelé intégrale J. Ce paramètre décrit parfaitement la répartition des contraintes dans les zones plastifiées (champ HHR).

1.3 DIFFÉRENTS TYPES DE RUPTURE

Dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles. Dans un matériau qui possède une fissure, les lignes de force doivent contourner cette fissure, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de la fissure, d'où une concentration de la contrainte dans cette région, appelée tête ou pointe de fissure. On observe deux types de rupture principaux suivant les mécanismes mis en jeu : une rupture fragile contrôlée par une contrainte normale et une rupture ductile, précédée de déformations plastiques et contrôlée par les contraintes de cisaillement.

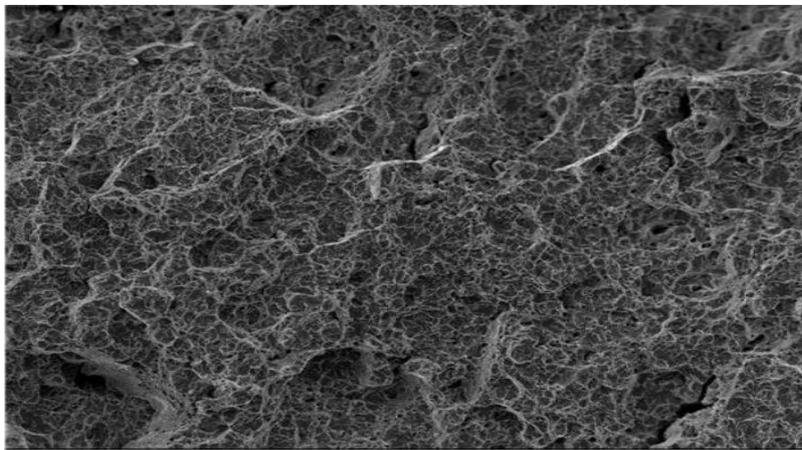


Figure 1-1:Exemple de rupture fragile [6]

Pour ces types de rupture, les déformations à rupture, l'énergie de rupture, les faciès de rupture sont différents.

De même, les sollicitations extérieures imposées auront une influence sur le mode de rupture.

– **Rupture fragile**, c'est une rupture contrôlée par la contrainte normale ou contrainte de clivage ; elle se produit sans déformation plastique (mécanisme linéaire de la rupture) :

Les ruptures sont transgranulaires (rupture dans un grain cohérent suivant des plans cristallographiques bien définis) ; on observe des ruptures brillantes avec des facettes.

– **Rupture ductile** : la rupture ductile est précédée d'une déformation plastique importante (mécanisme non linéaire de la rupture). L'aspect est granuleux, on observe souvent des cupules liées à une décohésion autour des inclusions. Dans ce cas, suivant l'étendue de la zone plastique en pointe de fissure, on différencie le cas de la plasticité confinée de celui de la plasticité étendue.

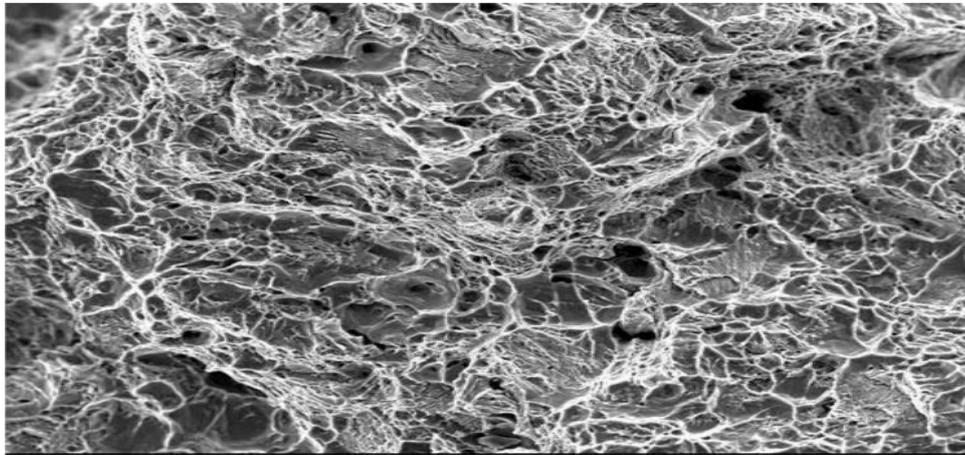


Figure 1.2. Exemple de rupture ductile [6]

1.4 MÉCANIQUE DE RUPTURE PAR FISSURATION

Hormis les processus chimiques de ruine des matériaux et des structures, il existe plusieurs processus essentiellement mécaniques de rupture :

- *Le flambage,
- *La rupture ductile par surcharge,
- *La rupture fragile sous des contraintes généralisées inférieures à la limite élastique,
- *La rupture par fatigue à grand nombre de cycles,
- *La rupture par fluage à haute température...

La rupture par fissuration est la création de la surface de discontinuité. L'échelle dimensionnelle de cette discontinuité surfacique dépend, en fait, directement du moyen de mesure utilisé et, bien entendu, de la nature de l'approche recherchée. La mécanique des solides aborde les problèmes de calcul de structure où l'on parle d'un élément de volume dont les dimensions sont de 1 mm, et de structure pour 10 mm à 10³ mm. Dans ce domaine, on traite du problème de la **rupture par fissuration**.

La fissuration prend en compte l'existence de défauts comme des inclusions ou des vides dans le matériau ou encore des zones d'endommagement à partir desquels des fissures vont s'initier puis se propager pour parvenir à une taille provoquant la ruine de la structure en générale.

1.5 INFLUENCE DES PROPRIÉTÉS DES MATÉRIAUX SUR LA RUPTURE

En mécanique de la rupture, le choix du concept varie selon le comportement physique du matériau.

La classification usuelle de ces concepts est la suivante :

* La mécanique linéaire de la rupture MLR pour les matériaux dont le comportement est essentiellement linéaire élastique, tels les alliages d'aluminium à précipitation durcissant, les aciers à haute limite élastique, les céramiques...

* La mécanique élastoplastique de la rupture, MEPR, pour les matériaux ductiles tels que les aciers à faible ou moyenne résistance, les inox ou aciers austénitiques, les alliages de cuivre...

* La mécanique dynamique de la rupture MDR, linéaire ou non linéaire, pour les métaux sollicités à grandes vitesses de déformation. Dans ces conditions, le comportement peut aussi être viscoplastique.

* La mécanique viscoélastique de la rupture MVER, essentiellement pour les polymères sollicités à des températures au-dessous de la température de transition vitreuse.

* La mécanique viscoplastique de la rupture MVPR pour les polymères au-dessus de la température de transition ou encore les métaux et les céramiques sollicités à haute température.

1 – Si le temps n'agit pas en MLR et en MEPR, il intervient explicitement en MDR, MVER et MVPR.

2 – La MEPR, la MDR, la MVER et la MVPR sont souvent regroupées dans le domaine élargi de la mécanique non linéaire de la rupture (MNLR).

Considérons à présent une plaque fissurée chargée jusqu'à rupture. La figure 1.3 schématise la variation de la contrainte à rupture en fonction de la ténacité du matériau.

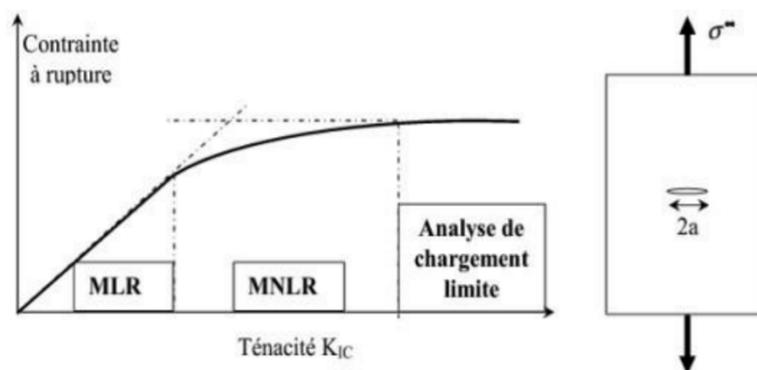


Figure 1.3 Diagramme de l'influence des propriétés des matériaux sur la rupture [7]

1.6 CRITÈRES DE RUPTURE ET DE PROPAGATION

La définition des grandeurs facteurs d'intensité des contraintes K et taux de restitution d'énergie G suppose que ces grandeurs : propriété de structure (dynamique), gouvernent les mécanismes de rupture, à partir de critères sur les grandeurs caractéristiques (GC ; KC) : propriété strictement de matériau (pas de notion de dynamique). Ces critères sont donc indispensables pour connaître

les conditions d'évolution de la fissure et pour le dimensionnement en calcul des structures. Il existe différents types de critères sur les fissures.

On distingue, entre autres, les critères [8] :

- **D'amorçage,**
- **De propagation,**
- **D'arrêt,**
- **De bifurcation,**
- **De branchement**

1.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié les différents outils nécessaires de la mécanique de la rupture. Cependant, elle est couramment utilisée pour formuler des critères qui sont particulièrement utiles, car elles permettent d'estimer les effets des défauts ainsi que la compréhension de la théorie de l'apparition de la déformation du matériau.

CHAPITRE 2

Analyse de la propagation de fissure

2 ANALYSE DE LA PROPAGATION DE FISSURE

2.1 INTRODUCTION

Actuellement, la plupart des études de propagation de fissure sont concentrées au cas du chargement en mode simple, habituellement au cas du chargement en mode I pur pour les matériaux élastiques, et particulièrement dans le cas du chargement en mode mixte. En effet, les différents critères de propagation de fissure ont été proposés depuis des décennies. Aujourd'hui, la propagation de fissure est un problème important et très complexe dans l'étude de la vie d'une structure. Elle est basée sur les principes de la mécanique de la rupture, notamment en calculant le (FIC) dans différents modes, l'intégrale du contour J et le taux de restitution d'énergie G.

2.2 MÉCANIQUE DE LA RUPTURE AU FRONT DE LA FISSURE

Une étude au front de la fissure peut être effectuée dans un matériau homogène soumis à une contrainte uni-axiale, l'effort se transmet d'un atome à l'autre en suivant des lignes de force qui sont parallèles (**Figure. 2.1 b**).

Dans un matériau qui possède une fissure initiale, les lignes de force doivent contourner cette fissure initiale, ce qui conduit à une concentration de ces lignes au voisinage de la pointe de fissure, donc une concentration de la contrainte dans cette région, appelée pointe de fissure ou front de fissure.

La mécanique de la rupture étudie l'interaction entre la discontinuité géométrique (fissure) et le milieu continu avoisinant, ainsi que l'évolution de cette discontinuité.

Dans un milieu fissuré, nous avons distingué schématiquement trois zones successives au voisinage d'une pointe de fissure (**Figure. 2.2**)

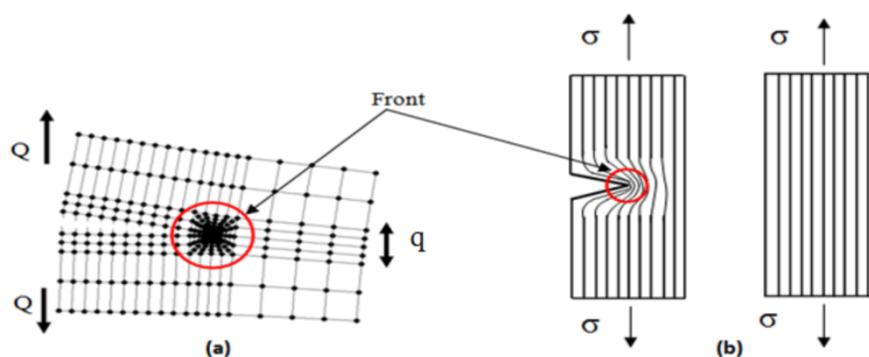


Figure 2.1(a) fissure initiale (b) lignes de force et concentration de contraintes d'une maille

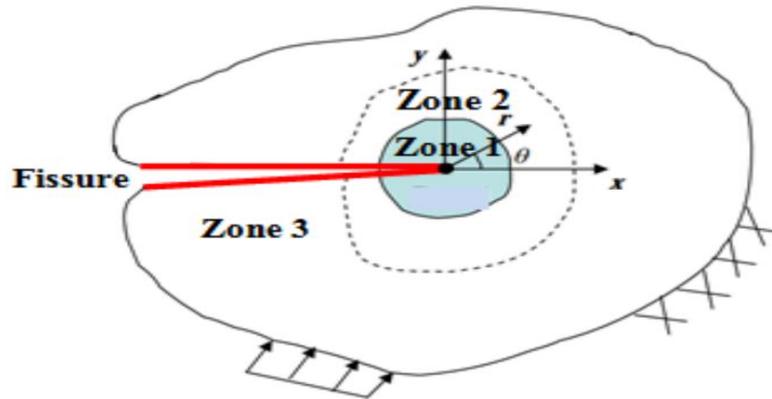


Figure 2.2. Illustration schématique pour les différentes zones au voisinage d'une pointe de fissure Shixiang [9].

La région proche de la pointe de fissure peut être décomposée en trois zones, dans le cas d'un milieu élastique fissuré Zhang [10].

2.2.1 La zone 1

C'est une zone d'élaboration, nous avons trouvé cette zone au voisinage direct de la pointe de fissure, l'étude de cette zone (considérée comme régulière d'un point de vue mécanique) est très compliquée dans la mesure où les contraintes tendent vers l'infini (d'un point de vue théorique) à la pointe de fissure.

Elle est discontinue au sens de la mécanique des solides. La théorie classique de la mécanique de la rupture réduit cette zone à un point pour les problèmes plans et à une courbe pour les problèmes tridimensionnels.

2.2.2 La zone 2

C'est une zone de singularité, dans laquelle les champs de déplacements, déformations et contraintes sont continus et possèdent une formulation indépendante de la géométrie lointaine de la structure.

On démontre que dans cette zone, les composantes de champ de contraintes sont infinies au voisinage du front de fissure ($r \rightarrow 0$).

Plus exactement, la singularité est en $(1/\sqrt{r})$ en milieu élastique linéaire. Le matériau ayant une limite élastique, il existe un rayon r_p autour de la pointe de fissure qui détermine la forme de la zone plastique. En fonction de la valeur de r_p , on peut dire que la rupture est fragile pour r_p petit et qu'elle est ductile pour r_p grand. Cette distinction sur la base du paramètre r_p est très importante car elle conditionne la validité de la théorie utilisée :

- La mécanique linéaire de la rupture pour les ruptures fragiles.
- La mécanique non linéaire de la rupture dans le cas de zone plastique non négligeable (rupture ductile).

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

2.2.3 La zone 3

La zone 3, comprenant les champs lointains se raccordant d'une part, à la zone singulière, et d'autre part aux conditions aux limites en charges et en déplacement. Dans cette zone, les champs de déplacements, déformations et contraintes varient peu et peuvent être approximatés par des polynômes communément utilisés dans la méthode des éléments finis.

Nous avons trouvé dans la littérature diverses méthodes pour l'analyse du champ de déplacements, déformations et contraintes au voisinage d'une fissure. Parmi ces méthodes on distingue deux types d'approches :

- Approches directes : par cette approche nous avons caractérisé le champ de contraintes et de déplacements autour de la pointe de la fissure. La conception de **FIC** permet de caractériser l'intensité de la singularité du champ des contraintes à la pointe de la fissure.
- Approches énergétiques, par définition cette approche le taux de restitution d'énergie représente l'énergie nécessaire pour faire progresser une unité de surface de la fissure.

2.3 MODES DE FISSURATION EN MÉCANIQUE DE LA RUPTURE

La mécanique de la rupture est un domaine large et très vaste qui permet d'étudier le comportement d'une structure avec des différents défauts.

La présence des défauts peut être sous forme de fissures internes ou de fissures à la surface. L'analyse en mécanique de la rupture corrèle des paramètres provenant du chargement, de la géométrie,

Et du matériau. Puis, elle prévoit les conditions pour lesquelles une fissure peut se propager et éventuellement entraîner la rupture complète de la structure.

Dans le milieu continu, la fissuration est un phénomène de séparation irréversible on distingue trois modes principaux de fissuration (**figure 2.3**).

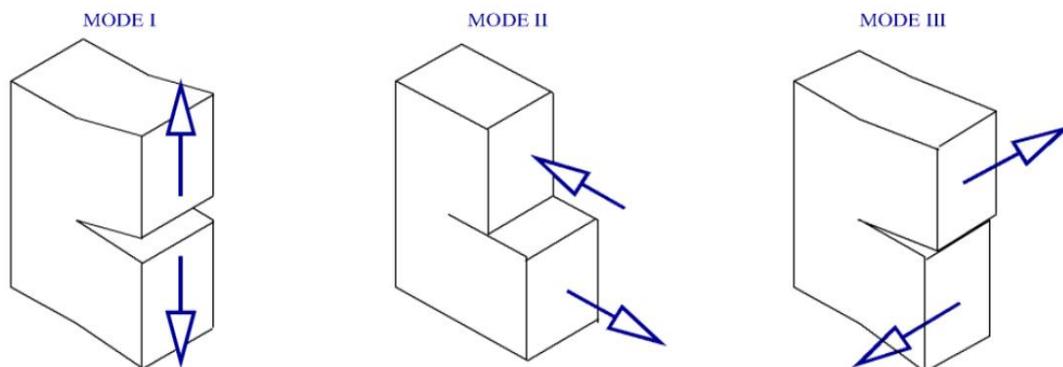


Figure 2.3 Illustration des modes de fissuration en rupture

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

- Mode I : ouverture ; $u_1 = 0, u_2(x_1) \neq 0, u_3 = 0$
- Mode II : cisaillement plan ; $u_1(x_2) \neq 0, u_2 = 0, u_3 = 0$
- Mode III : cisaillement anti-plan $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3(x_3) \neq 0$

Pour l'extension d'une fissure, le mode I le seul qui reste le plus dangereux. Dans les deux cas soit à des sollicitations mixtes ou des géométries complexes. Mais la fissure reste à bifurquer et rarement nous avons trouvé en (2D) rectiligne ou bien plane (3D). Tout d'abord, Dans le cas d'un matériau élastique, linéaire, homogène et isotrope la sollicitation de la fissure est la superposition linéaire pour les trois modes de fissuration élémentaires est suffisante pour décrire le cas le plus général de déplacement des lèvres de la fissure en mécanique de la rupture.

2.4 ETUDE D'UNE FISSURE DANS LES MATÉRIAUX ÉLASTIQUES

Irwin [3] a analysé une fissure statique en régime purement élastique qui permet de constater que l'état de contrainte et de déformation autour d'une fissure pour connaître les FIC dans différents modes de fissuration. Ces facteurs d'intensité de contrainte en pointe de fissure interviennent dans l'expression des solutions comme des mesures de singularités des champs mécaniques. Le champ de contraintes du point P en fonction de la distance r, et de l'angle θ par rapport au plan de la fissure est exprimé sur la (figure 2.4).

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}}(K_I \cdot f_{ij}^I(\theta) + K_{II} \cdot f_{ij}^{II}(\theta) + K_{III} \cdot f_{ij}^{III}(\theta)) \quad (2.1)$$

Les indices i et j indiquent les différentes composantes de contraintes ;

r, θ sont les coordonnées polaires du point P.

Pour des hypothèses de contraintes ou déformations planes, cette solution est obtenue par la méthode des fonctions d'Airy, dans le cas d'une fissure en mode d'ouverture simple (mode I),

$\Sigma_{ij}(\theta)$

est exprimé la fonction de l'angle mesuré par rapport au plan de la fissure (**figure 2.4**). Le facteur K_I dépend du chargement appliqué et de la géométrie.

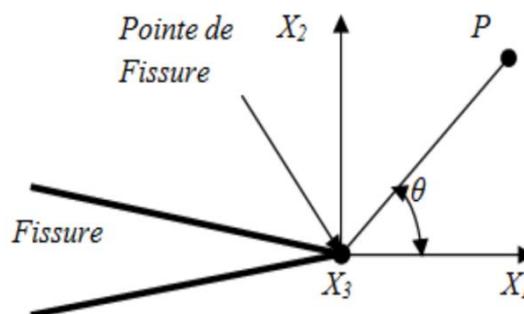


Figure 2.4 Système d'axes par rapport à pointe de fissure

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

Le seul paramètre qui caractérise le champ de contrainte est le facteur d'intensité de contrainte **K**. Il existe une relation entre le facteur d'intensité de contrainte et le facteur de concentration de contrainte qui permet d'effectuer le passage entre le défaut géométrique et la fissure (l'équation 2.2), ce paramètre dépend de la géométrie du problème et du chargement lointain appliqué à la structure fissurée. Les contraintes sont infinies en $r^{-1/2}$ en fond de fissure et les facteurs d'intensité des contraintes reflètent la singularité en fond de fissure.

$$K = \lim \frac{1}{2} \sigma_{max} \sqrt{\pi r} \quad (2.2)$$

2.5 PARAMÈTRES POUR ÉTUDIER LA ZONE SINGULIÈRE

Dans la mécanique de la rupture on a trois paramètres essentiels pour étudier et caractériser la zone la plus intéressante et la plus sensible, est appelée la zone de singularité : le facteur d'intensité de contrainte, **K**, le taux de restitution d'énergie, **G**, et l'intégrale du contour **J**. Tout d'abord, **K** est le paramètre de l'approche locale directe. **G** et **J** sont les paramètres de l'approche énergétique globale.

2.6 APPROCHE LOCALE

Cette approche consiste à caractériser le champ de contraintes et de déplacements autour de la pointe de la fissure. Le concept de facteur d'intensité de contraintes **K** caractérise l'intensité de la singularité du champ des contraintes à la pointe de la fissure et est proportionnelle à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure. Il est défini respectivement en mode **I**, mode **II** et mode **III** de fissuration. La valeur de **K** dépend du chargement, des propriétés du matériau et des paramètres géométriques de l'éprouvette comme la longueur initiale de la fissure **Tran [11]**, le nombre des éléments de la maille, la taille de la zone singulière de côté (**L**) et le nombre d'éléments dans la zone singulière.

Dans le milieu élastique, les valeurs du **FIC** permettent de déterminer complètement les champs de contraintes, ainsi le déplacement de la structure fissurée.

Aujourd'hui, quelques auteurs définissent l'approche locale comme l'approche liée aux modèles d'endommagement dans la mécanique de la rupture.

Si l'on connaît les composantes non nulles des contraintes et des déplacements, on peut déterminer les facteurs d'intensité des contraintes.

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

2.6.1 Facteur d'intensité de contrainte

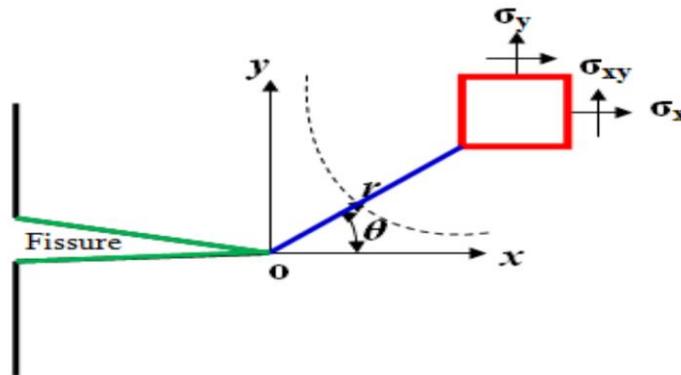


Figure 2.5 Illustration du champ des contraintes au voisinage du front de fissure

Westergaard, Irwin, Sneddon et **Williams** ont été les premiers qui ont publiés des solutions pour le domaine de contraintes dans des corps avec des fissures en supposant un comportement du matériau élastique linéaire et isotrope. La **figure 2.5** montre un élément de matériau près de l'extrémité de fissure dans un matériau élastique.

L'équation (2.3) permet de donner un développement asymptotique dont le terme singulier et les mouvements de fissure correspondent à des cinématiques particulières.

Il peut être démontré que le domaine de contraintes et de déformations dans tout corps élastique linéaire avec des fissures est donné par :

$$\sigma_{ij} = K_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{\Omega}(\theta) \quad \text{avec} \quad \Omega = I, II, III \quad \varepsilon_{ij} = K_{\Omega} \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}^{\Omega}(\theta) \quad (2.3)$$

K_{Ω} est le Facteur d'Intensité des Contraintes (FIC) en mode Ω , avec $\Omega=I, II$ ou III . Les fonctions f et g donnent la répartition angulaire. Ainsi que dans plusieurs ouvrages de mécanique de la rupture, **François et al.**[12], **Miannay** [13], lorsque l'on se trouve en mode I pur, l'état local de contraintes et de déformations peut être caractérisé à l'aide du seul paramètre K_I . Dans certains cas (l'effets de l'échelle ou de géométrie **Bauvineau** [14], **Hancock** [15] et dans le cas de pré-chargement à chaud **Pineau** [16], il est nécessaire de tenir compte également des premiers termes non singuliers :

$$\sigma_{ij} = K_I \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + T \delta_{xi} \delta_{xj} + o(\sqrt{r}) \quad (2.4)$$

Dans la zone singulière, le champ de contraintes présente une singularité en $r^{-1/2}$ à la pointe de fissure. L'intensité au point de singularité est caractérisée par les paramètres appelés facteurs d'intensité de contraintes, notés K_I , K_{II} et K_{III} pour chacun des modes élémentaires. A l'aide de la théorie de l'élasticité, **Irwin** [3] a montré que, en déformation ou en contrainte plane, les

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

déplacements u_i et les contraintes σ_{ij} dans cette zone singulière peuvent être exprimés en fonction des facteurs d'intensité de contraintes :

$$u_1 = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta + 2) \quad (2.5)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - \frac{K_{II}}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \cos \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta - 2) \quad (2.6)$$

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.7)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.9)$$

Avec $k=3-4\nu$ en déformation plane

$$k = \frac{3-\nu}{1+\nu} \text{ en contrainte plane} \quad (2.10)$$

r, θ : les coordonnées polaires

μ : module de cisaillement

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.11)$$

ν : Coefficient de Poisson

E : Module d'Young

Dans le cas d'un chargement hors du plan, la seule composante du déplacement est u_3 . Les déplacements et les contraintes ont les expressions suivantes :

$$u_3 = \frac{2K_{III}}{\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.12)$$

$$\sigma_{13} = -\frac{2K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.13)$$

$$\sigma_{23} = -\frac{2K_{III}}{(2\pi r)^{1/2}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.14)$$

Nous avons les expressions suivantes qui constituent leurs définitions pour les milieux fissurés. Tout d'abord, les facteurs d'intensités de contraintes sont indépendants des coordonnées polaires r et θ , ces facteurs ne dépendent que de la répartition des efforts extérieurs d'un solide donné et de la géométrie de la fissure. Ils sont proportionnels à la discontinuité du déplacement des lèvres de la fissure.

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

$$K_I = \lim\left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_2]\right) \quad (2.15)$$

$$K_{II} = \lim\left(\frac{E}{8C} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_1]\right) \quad (2.16)$$

$$K_{III} = \lim\left(\frac{E}{8(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_3]\right) \quad (2.17)$$

avec : $C=1$ en contrainte plane

$C = 1 - \nu^2$ en déformation plane

u_i étant les déplacements des lèvres de fissure correspondant aux trois modes.

2.6.2 Évaluation du FIC par la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est utile pour déterminer l'état de contrainte dans un matériau solide où la géométrie et le chargement, il s'agit de l'évaluation du **FIC** par les codes de calculs éléments finis commerciaux. Nous avons décrit deux familles de techniques intégrées dans le paragraphe suivant. Il s'agit des techniques d'extrapolation et des méthodes énergétiques. Les méthodes énergétiques calculent le taux de restitution d'énergie permettant ensuite de déduire le **FIC**. Les techniques d'extrapolation déduisent le **FIC** à partir du champ de déplacement.

2.6.2.1 Evaluation du FIC par la technique d'extrapolation

Anderson [17] et **Gardin [18]** ont déduit la relation entre le facteur d'intensité de contraintes en mode I et la contrainte d'ouverture σ_{yy} d'un point situé sur le plan de fissuration ($\theta = 0$) par l'équation (2.18).

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} r [\sigma_{yy} \sqrt{2\pi r}] \quad (2.18)$$

Gardin [18], **Lin et Smith [19]** ont défini que le facteur d'intensité de contrainte K_I également est lié au déplacement d'un point situé sur la lèvre de fissure ($\theta = \pi$)

$$K_I = \frac{2\mu}{k+1} \lim_{r \rightarrow 0} \left[u_y \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right] \quad (2.19)$$

Avec ($\theta = \pi$)

μ est le module de cisaillement donne par l'équation (1.10) avec \mathbf{k} sous l'hypothèse des contraintes planes et de déformations planes. Les équations (2.18 ou 2.19) permettent de tracer la quantité à droite pour différents nœuds au voisinage de la pointe de fissure, et par extrapolation au point $\mathbf{r} = \mathbf{0}$ (**Figure. 2.6**). Ainsi, le **FIC** peut être calculé par la méthode des éléments finis.

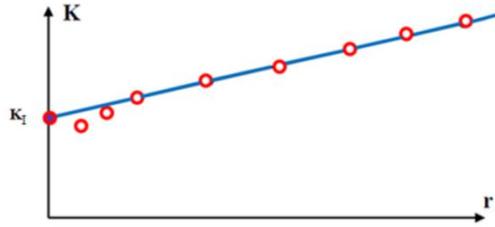


Figure 2.6. Illustration de principe des techniques d'extrapolation

L'estimation du facteur d'intensité de contraintes par l'équation 2.19 est plus précise que l'estimation par l'équation 2.18. Pour cela les déplacements aux nœuds peuvent être évalués avec un degré de précision plus élevé. L'utilisation des techniques d'extrapolation dans le domaine de la mécanique de la rupture sont très simples. Donc, la meilleure estimation du facteur d'intensité de contrainte, elles requièrent des maillages très raffinés. Pour éviter ce problème, plusieurs travaux de recherche : on utilise des éléments dits "au quart" ou de Barsoum par **Lin and Smith [19], Branco and Antunes [20].Lin and Smith [19], Branco and Antunes [20]** ont constaté que les techniques d'extrapolation dans le cas d'un calcul tridimensionnel au front de fissure requièrent des maillages orthogonaux. On trouve, d'autres techniques pour évaluer le **FIC** comme la méthode énergétique.

2.6.2.2 Évaluation du FIC par la méthode énergétique

Dans le cas d'un matériau élastique linéaire, **Irwin [21]** est le premier qui a évoqué le concept de taux de restitution d'énergie **G**, dans le cadre d'un comportement élastoplastique, on introduit la notion d'intégrale **J** par la relation suivante :

$$J = - \frac{d\Pi}{dA} \quad (2.20)$$

Avec :

dA est la variation de surface fissurée ;

$d\Pi$ est la variation de l'énergie potentielle due à l'avancée de la fissure.

Rice [22] a ensuite démontré que **J** peut être évalué par une intégrale de contour l'équation (2.20). Ainsi, dans le cas particulier d'un matériau au comportement élastique linéaire, nous avons évidemment **J = G**.

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (2.21)$$

Par définition :

Γ contour fermé entourant la fissure

ds élément de contour (**Figure. 2.7**) ;

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

w densité d'énergie de déformation ;

T_i : composantes du vecteur de contraintes ;

u_i : composantes du vecteur de déplacement.

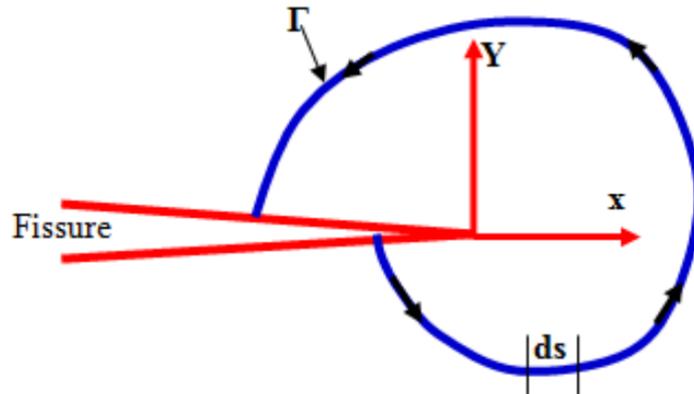


Figure 2.7 Illustration du choix arbitraire d'un contour fermé entourant la fissure

Dans le domaine de la mécanique linéaire de la rupture, l'intégrale J est mathématiquement, indépendante du contour choisi. Nous avons en mode I de rupture le calcul de J peut donc être réalisé loin de la pointe de fissure et de sa singularité, ce qui rend le calcul plus précis.

$$J = G = -\frac{k+1}{8\mu} K_I^2 \quad (2.22)$$

μ étant le module de cisaillement, et k est le facteur d'intensité de contrainte.

2.7 CARACTÉRISATION DE LA PROPAGATION DE FISSURE

Pour caractériser une fissure, en appliquant les principes de la mécanique de la rupture, la propagation de la fissure représente la majeure partie de la durée de vie en fatigue du composant. Pour une durée de vie utile, il faut connaître les différentes caractéristiques du matériau. Paris et al. [23], [24] dans les années 1960, ont montré qu'il existe une relation entre le facteur d'intensité de contrainte

K et la vitesse de fissuration (da/dN). Dans ce cas la valeur de la contrainte est variable. On peut définir l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte comme suite :

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}$$

Où K_{max} et K_{min} qui sont les valeurs extrêmes du facteur d'intensité de contrainte K Pendant le cycle de propagation en échelle bi logarithmique, on définit trois régimes de propagation sur la **figure 2.8** Pour avoir la relation entre la vitesse de propagation (da/dN) en fonction de ΔK .

2.7.1 Lois de propagation

Dans le domaine de propagation de fissure les lois constituent un aspect essentiel de la propagation de fissure. De la même manière que pour les critères, qui prédisent la direction de

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

propagation à la fin d'un cycle de fatigue, ces lois sont issues d'essais de fissuration en fatigue après observation de la croissance des fissures pour des nombres de cycles donnés. Elles ne traitent pas la fissuration comme un mécanisme continu avec l'application du chargement mais comme une somme de propagations discrètes se déroulant après un cycle de chargement. Elles relient le taux d'accroissement de la fissure à des grandeurs de la mécanique de rupture. Le cas des fissures sollicitées en mode I est tout d'abord traité puis celles à sollicitées en mode mixte.

2.7.2 Loi de propagation de fissure en mode I

Pour estimer le taux d'accroissement des fissures de fatigue, **Paris et Erdogan [25]** ont utilisé un modèle le plus courant celui d'une fissure sollicitée en mode I pur, avec une charge appliquée, la direction dans ce cas est compatible. Elle se propage dépendante du paramètre du matériau et de l'environnement, la valeur ΔK_{seuil} inférieure à l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes pour un cycle de chargement $\Delta K_I = K_{I_{max}} - K_{I_{min}}$. La (**Figure 2.8**) montre les trois régimes de propagation.

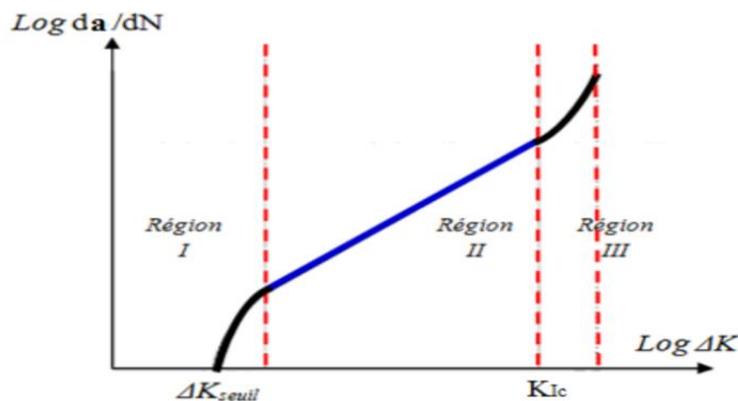


Figure 2.8. Illustration schématique les trois régimes de propagation d'une fissure en mode I

Dans la région I, les vitesses de fissuration dans ce régime sont très faibles.

On observe la coalescence des microfissures et la formation d'une ou plusieurs macros fissures, pour cela la valeur de ΔK est supérieure à ΔK_{seuil} .

• Dans la région II, la vitesse de fissuration est linéaire, Dans ce régime sur le diagramme $\log - \log$, la loi de Paris, définie par l'équation 2.23, établit une relation linéaire entre $\log(\frac{da}{dN})$ et $\log(\Delta K)$ on trouve le régime de propagation dit stable.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)^m \quad (2.23)$$

où

ΔK étant la variation du facteur d'intensité de contrainte au cours d'un cycle qui induit une avancée da de la fissure, C et m sont deux paramètres du matériau définissant respectivement la position et la pente de la droite de Paris.

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

• Dans *larégionIII*, le régime de propagation dit instable. il est caractérisé par une forte accélération de la fissure, ΔK tend vers la ténacité du matériau K_{Ic} qui est expérimentalement observée lors de la rupture de la pièce.

La vitesse de propagation est ici supérieure à celle prévue dans le régime de Paris (*régionII*).

Hartman et Schijve [26] ont ajouté une valeur seuil ΔK_{seuil} minimum à atteindre pour l'ouverture de la fissure. **Miller et Gallagher [27], Liu H et Liu D [28]** ont observé une proportionnalité entre $da = dN$ et ΔK_{II} avec une valeur de $m = 2$ dans la loi de **Paris**. **Elber [29] et Suresh [30]** ont défini la propagation dépendant également des phénomènes de plasticité confinée, de rugosité entre les faces de la fissure ou de transformation de phase induite par le champ mécanique. **Elber[31]** a constaté que la fissure ne commençait pas à s'ouvrir dès le début de la recharge mais à partir d'une valeur de contrainte appelée contrainte d'ouverture. Pendant une partie du cycle les rapports de charge sont positifs et la fissure fermée.

$$S = S_{ouv} > S_{min}$$

En effet, la diminution de la vitesse de propagation à cause de la plasticité induite par la surcharge, qui a provoqué une augmentation ponctuelle de la contrainte maximale appliquée. Tout d'abord, cette plasticité rend ensuite l'ouverture des lèvres de la fissure moins aisée. La valeur la plus faible est une valeur du facteur d'intensité des contraintes effectives est définie par l'équation (2.24), mais la force "motrice" vue par la fissure n'est pas ΔK .

$$K_{eff} = K - K_{ouv} \quad (2.24)$$

où

K_{eff} le facteur d'intensité de contrainte effective K_{ouv} étant le facteur d'intensité des contraintes liées à σ_{ouv} . Ce facteur déterminé expérimentalement ou numériquement dépend du rapport de charge K_{ouv} , mais également lié au matériau de la géométrie et de l'histoire du chargement car il rend compte des non-linéarités.

Elber [32] a montré, dans de nombreux travaux que le rôle de la fermeture doit être pris en compte pour décrire le comportement d'une fissure de fatigue.

Ce phénomène consiste à la remise en contact des lèvres de la fissure lorsque la charge cyclique devient faible.

La **figure 2.9** présente le phénomène d'une fermeture de fissure au cours de laquelle la fissure est fermée pour un mécanisme de propagation de fissure, la partie du cycle de chargement est considérée comme inopérante.

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

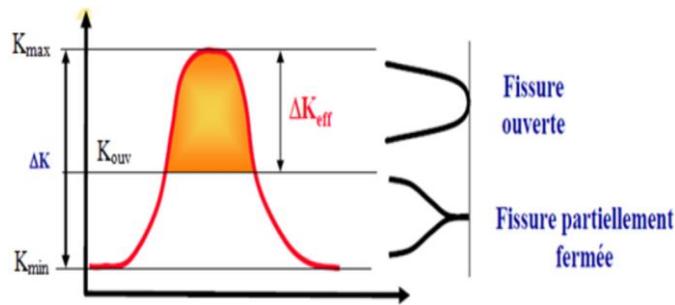


Figure 2.9. Phénomène d'une fermeture de fissure Courtin [33]

On distingue les trois effets de fermeture suivants :

- La rugosité des surfaces de rupture ;
- L'oxydation des surfaces de rupture ;
- La déformation résiduelle dans le sillage plastique de la fissure.

A partir de ce changement Elber a donc proposé de définir l'amplitude effective du facteur d'intensité de contrainte par rapport à la valeur effective du chargement $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv}$

L'équation de Paris est alors introduite comme suit :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_I)_{eff}^m \quad (2.25)$$

2.8 CRITÈRES DE PROPAGATION DE FISSURE

2.8.1 Critère du taux de restitution d'énergie

Le critère du taux de restitution d'énergie basé sur les notions du taux de restitution d'énergie G qui est utilisé par Griffith, cependant dans les fissures présentant une bifurcation. Alors ce critère se place dans un cadre d'étude plus général. **Griffith [1]** a proposé pour un accroissement h , le critère du taux de restitution d'énergie est celle qui rend la direction de la fissure recherchée. On peut appliquer ce critère quelle que soit la loi de comportement. Le seul qui rend la direction de la fissure recherchée est le critère du taux de restitution d'énergie. De manière équivalente dans un cas d'un matériau élastique linéaire pour une fissure ayant déjà une bifurcation, les facteurs d'intensités de contraintes pour l'extrémité de la branche secondaire sont définis par les angles, soit $K_I^1(\theta)$ et $K_{II}^1(\theta)$, on peut chercher alors la direction qui rend $K_{II}^1(\theta) = 0$, lorsque s tend vers zéro voire la (figure.2.10).

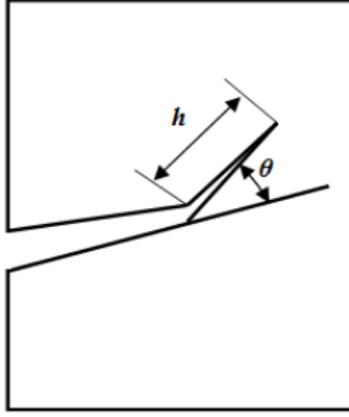


Figure 2.10. Définition de l'angle de bifurcation d'une fissure

2.8.2 Critère d'Erdogan et Sih (MCSC)

Ce critère, introduit par **Erdogan et Sih [34]** pour les matériaux élastiques, indique que la fissure se propage dans la direction pour laquelle la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale, c'est une approche locale puisque la direction de la croissance de fissure est directement déterminée par le champ de contrainte locale. Selon ce critère, la croissance de la fissure suit la direction de $(\theta = \theta_0)$ qui est perpendiculaire à la tangente de contrainte maximale $\sigma_{\alpha,\max}$. La croissance de la fissure commence radialement à la pointe de fissure et devient instable dès que $\sigma_{\alpha,\max, \max}$ dépasse la valeur limitée du matériau $\sigma_{\alpha,c}$, ou, si le facteur d'intensité de contrainte comparative K_V , et les résultant de $\sigma_{\alpha,\max}$, dépasse la ténacité K_{IC} (**Richard [35]**). L'angle de déviation de la fissure θ_0 peut être obtenue par :

$$\sigma_{\theta\theta}|_{\theta=\theta_0} > 0, \quad \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta}|_{\theta=\theta_0} = 0 \text{ et } \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2}|_{\theta=\theta_0} < 0 \quad (2.26)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left[K_I \left(\cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) - 3K_{II} \left(\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (2.27)$$

On peut déduire :

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (2.28)$$

Nous avons donc :

$$\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right) \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \quad (2.29)$$

θ donne la direction de la contrainte tangentielle maximale qui détermine l'angle de bifurcation.

2.8.3 Critère de Richard 2D

Ce critère a été mis au point de manière empirique par Richard [17, 28]. Ici, le facteur d'intensité de contrainte comparative K_{eq} est défini par :

$$K_{eq} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 5.366 K_{II}^2} = K_{IC} \quad (2.30)$$

CHAPITRE 2 Analyse de la propagation de fissure

Sous chargement monotone uni axiale, la croissance de la fissure se produit lorsque le facteur d'intensité de contrainte K_I près de la pointe de la fissure atteint son K_{Ic} la valeur critique.

Ou

K_I :FIC en mode I ;

K_{II} :FIC en mode II ;

K_{eq} : l'équivalent cyclique de FIC ;

K_{Ic} : cyclique critique de FIC.

2.9 CONCLUSION

Ce deuxième chapitre permet de présenter les outils les plus courants utilisés pour décrire la fissure d'une structure. Nous avons cité les différents points essentiels pour l'étude de la propagation de fissures de notre sujet de travail. Théoriquement, la modélisation de la propagation de fissure dans la mécanique de la rupture est basée sur plusieurs paramètres qui diagnostiquent la nature de la fissure. Comme nous l'avons vu dans la présentation du chapitre précédent, la propagation de fissure est un phénomène très complexe dans l'étude de la durée de vie des structures en mécanique de rupture.

Chapitre III

Méthodes et Logiciel de Modélisation Numérique

3 . MÉTHODES ET LOGICIEL DE MODÉLISATION NUMÉRIQUE

3.1 INTRODUCTION

Ce chapitre présente l'état de l'art des différentes méthodes de simulation les plus connues. Ses différentes approches pour l'étude et la modélisation d'un tel problème posé en mécanique de la rupture sont présentées ci-après. Les différentes méthodes numériques actuellement mises en œuvre pour la simulation en mécanique de la rupture. En particulier, la propagation de fissure.

Les développements sur la méthode des éléments finis usuelle sont encore en cours alors que des méthodes d'éléments finis progressent de leur côté. C'est-à-dire qu'il s'agit d'un sujet encore très ouvert, qui ne permet pas encore de faire de choix franc. Toutes ces alternatives restent envisageables pour l'avenir, et chacun apporte sa contribution sur les différents axes de recherche concernant les méthodes de simulation numérique pour la propagation de fissures. La mécanique linéaire de la rupture reste aujourd'hui la plus utilisée en pratique. Différentes méthodes numériques existent dans la littérature.

3.2 La méthode des éléments finis (FEM)

La méthode des éléments finis **FEM** a été largement utilisée pour résoudre les problèmes en mécanique de la rupture linéaire et non linéaire dans des cas d'élasticités, problèmes de fracture en plastique. L'évaluation du facteur d'intensité de contrainte dans les géométries **2D**, ainsi est une technique largement utilisée pour les configurations de fissure non standard. Pour modéliser la propagation de fissure, plusieurs auteurs ont développé les méthodes numériques en tant que **Chan et al. [36]** **Bouchard et al. [37]** ont proposé une solution d'éléments finis basée sur la technique de remaniement du point pour les problèmes de modélisation de propagation de fissure **2D**. **Phongthanapanich et Dechaumphai [38]** ont utilisé la méthode des éléments finis avec une triangulation adaptable de Delaunay en tant que générateur pour analyser les problèmes de propagation de fissure en **2D**. L'étude de fissure par **FEM** a commencé dans les années soixante. **Swedlow et al. [39]** ont utilisé des éléments finis classiques pour analyser la contrainte et la déformation élastique-plastique d'une plaque avec une fissure. D'autre part, **Benzley [40]** **Gifford et Hilton [41]** ont développé des éléments finis enrichis en ajoutant des fonctions analytiques spéciales pour déplacer les nœuds dans la zone de fissure. L'avantage de ces éléments finis enrichis que le facteur d'intensité de contrainte peut être calculé directement comme une partie des résultats. Une autre technique donnée par **Bittencourt et al. [42]** pour la simulation quasi automatique de la propagation de fissure arbitraire dans des modèles à des éléments finis élastiques linéaires bidimensionnels **LFEM**.

Une structure de donnée à bord aile sous-jacente permet des modifications locales automatiques du maillage, le long du chemin de propagation sans perte de toute information structurelle non affectée. Le maillage des éléments finis est régénéré localement après chaque étape de propagation au moyen d'un algorithme de remaniement robuste. Le processus de propagation est piloté par des concepts de mécanique de la rupture élastique linéaire qui sont utilisés pour calculer les facteurs d'intensité de contrainte en mode mixte, prévoir des changements incrémentiels dans la trajectoire et évaluer la stabilité locale des fissures. Fondamentalement, il existe deux groupes d'estimation par cette méthode, celle basée sur une extrapolation sur le terrain près de la pointe de fissure (**Chan et al.[36]** ; **Shih et al.[43]**) et ceux qui utilisent la libération d'énergie lorsque la fissure se propage.

Cependant, les hautes contraintes et les gradients de déformation près de la pointe de fissure nécessitent des mailles très raffinées et des éléments spéciaux à la pointe de la fissure. Tout d'abord, parmi les références les plus récentes, **Mueller and Maugin [44]** ont étudié le cas de propagation en **2D**. **Barsoum [45]** a présenté le champ de la zone de singularité autour de la pointe de fissure et a proposé une amélioration par l'emploi des éléments singuliers. Cette présentation est une difficulté majeure qui se pose avec la méthode des éléments finis. La plupart des méthodes aujourd'hui basées sur la méthode des éléments finis **FEMRaju et Newman [46]** est peut-être la technique la plus utilisée pour résoudre les problèmes liés à la rupture. Cependant, pour obtenir des résultats précis, il faut un maillage fin près à la pointe de fissure. Cela implique généralement un effort de calcul important.

3.3 Méthode des éléments de frontière (BEM)

La méthode des éléments de frontière (BEM) est basée sur la solution de la théorie des équations intégrales des frontières (IEB) développées par **Ioakimidis [47]**, **Hong et Chen [48]**. Elle a été appliquée dans les problèmes de stabilité et de propagation des fissures depuis la décennie. Nous avons cité quelque publication sur ce sujet, comme **Portela et al. [49]**, et **Yan-Dang Nguyen [50]** en deux dimensions, **Mi et Aliabadi [51]** à des cas de trois dimensions. On notera que le (BEM) permet de donner une bonne précision dans la détermination du **FIC**. En effet, seules les frontières du domaine sont représentées dans la méthode. Par conséquent, la représentation de l'évolution de la fissure est naturelle. La méthode des éléments de frontière (BEM) est reconnue comme solide et efficace en technique et numérique pour la modélisation des problèmes de mécanique de la rupture. La dimension dimensionnelle du maillage et la réduction fournie par (BEM) permet de transformer la procédure de relèvement, à mesurer que les fissures poussent, une

tâche simple. La méthode (BEM) joue un rôle essentiel pour la modélisation numérique de la singularité des contraintes près de la pointe de fissure. Plusieurs méthodes spéciales dans le cadre du (BEM) ont été suggérées pour traiter les singularités de la contrainte d'une fissure, telles que la méthode de fonction de Green, la méthode sous-régionale **Blandford et al. [52]**, **Sollero and Aliabadi [53]** et la méthode de discontinuité de déplacement (**DDM**) **Libatskii and Kovchik [54]**, La méthode de fonctionnement du Vert surmonte le problème de la modélisation des fissures sans tenir compte d'un point source le long des limites des fissures. La méthode sous-régionale présente l'avantage de faire des fissures de modélisation avec n'importe quelle forme géométrique. La méthode (BEM) présente l'inconvénient d'introduire les limites artificielles de la région d'origine dans plusieurs sous-régions, ce qui entraîne un grand système d'équations. Cette méthode convient parfaitement aux problèmes de fissure dans des domaines infinis où il n'y a pas de limite de fissure. Cependant, il seul peut ne pas être efficace pour les problèmes de domaine fini puisque les fonctions du noyau dans le (**DDM**) impliquent des singularités avec un ordre supérieur à celui du (**BEM**) à déplacement traditionnel. Par conséquent, cette méthode n'est pas adaptée aux problèmes impliquant des domaines finis. L'analyse de domaine unique peut éliminer les problèmes de réapparition, qui sont typiques de la (**FEM**) et du (**BEM**) sous-régional. Le (**BEM**) à un seul domaine a reçu une attention considérable et s'est révélé être une méthode appropriée pour simuler des processus de propagation de fissure. La méthode des éléments de frontière (BEM) a été introduite pour résoudre le problème de la fracture par fatigue. Une approche alternative, la méthode progressivement croissante dans la discrétisation des limites près de la pointe de fissure, initiée pour traiter les problèmes en mécanique de la rupture, a rendu le calcul plus rapide et plus précis, et donc un résultat équitable a été atteint. L'exactitude du calcul a été prouvée en comparant le résultat à celui de l'EPRI, méthode autorisée d'ingénierie actuellement utilisée **Dacheng [55]**.

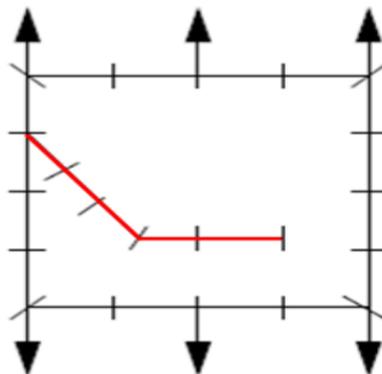


Figure 3.1. Illustration schématique de la méthode numérique BEM pour l'analyse d'un corps fissuré **Duflot [56]**

3.4 Méthode des éléments finis étendus (XFEM)

La méthode des éléments finis étendus, **XFEM**, est une évolution de la méthode classique des éléments finis basée sur le concept de la partition d'unité, c'est-à-dire que la somme des fonctions de forme est égale à une. Cette méthode tout d'abord, a été développée par Belytschko et ses collègues en 1999. Le **XFEM** basé sur le concept de partition de l'unité, ajoute des informations a priori connues sur la solution d'un problème donné à la formulation FEM possible, par exemple, de représenter des discontinuités et des singularités, indépendamment du maillage. Cette caractéristique particulière rend cette méthode très robuste et attrayante pour simuler la propagation de fissure, car il n'est plus nécessaire d'avoir une continuité mise à jour du maillage. Le XFEM est ensuite référencé sous la forme d'une méthode meshless. Dans le XFEM, les fonctions d'enrichissement sont ajoutées à des nœuds supplémentaires, afin d'inclure des informations sur les discontinuités et les singularités autour de la fissure. Ces fonctions sont les solutions asymptotiques proches de la pointe de fissure, qui sont sensibles aux singularités.

Pour modéliser la rupture dynamique par la simulation numérique, nous avons trouvé dans les dernières années de nombreuses publications pour la propagation de fissure en **2D** (**Duarte et al. [57]** ; **Moës et al. [58]** ; **Gravouil et al. [59]**, avec contact (**Dolbow et al. [60]**) ou avec zone cohésive (**Moës and Belytschko[61]**). D'autres travaux connus dans la littérature qui est développée la méthode **XFEM** pour la propagation dynamique de fissure comme travaux de **Réthoré et al.[62,63,64,65]** et reprise dans **Grégoire et al.[66]** **Moës et al. [67]** présentent la méthode à deux dimensions. Pour les cas quasi-statiques cette méthode a été développée par **Belytschko and Black [68]** ; **Moës et al. [67]**. L'idée principale de **XFEM** est de modéliser le démenagement discontinuité à travers le maillage du modèle avec l'aide d'enrichissement des fonctions standard de forme des éléments finis.

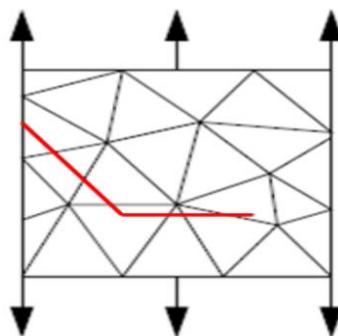


Figure 3.2. Illustration schématique de la méthode numérique XFEM pour l'analyse d'un corps fissuré Duflo[56]

3.5 La méthode des éléments finis par étirement de la maille (SFEM)

La méthode des éléments finis par étirement de la maille (SFEM), c'est une nouvelle méthode qui est basée sur la méthode classique FEM. Cette méthode affecte à chaque propagation de nouvelles coordonnées pour chaque nœud et chaque élément.

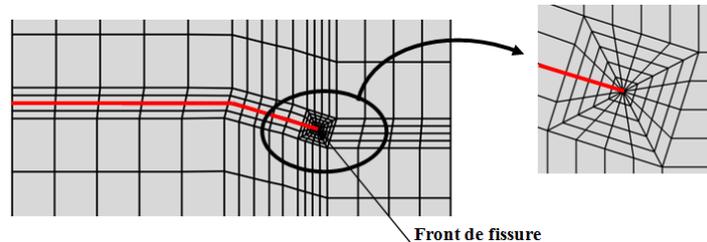


Figure 3.3. Illustration schématique de la méthode numérique SFEM;Bentahar [69]et Bentahar et al [70]

3.6 Modélisation de la propagation d'une fissure

3.6.1 Principe de modélisation

La modélisation d'un tel problème de fissuration basée sur la tête de la fissure, dit le front de fissure, **Courtin [71], Brennan et al. [72]. Toribio et al. [73]** ont défini que la propagation d'une fissure de fatigue est un problème complexe. Selon la nature de la charge appliquée, le niveau de contraintes résiduelles, la géométrie de la pièce, la forme du front, le nombre du contour, le maillage de travail..., les cinétiques de fissuration le long du front de fissure peuvent être très différentes, ce qui conduit à des formes très variables du front de fissure. Dans le domaine de la propagation d'une fissure plane, plusieurs auteurs **Courtin [71], Branco et Antunes [74], Toribio et al. [73], Gardin et al. [75]** utilisent la procédure itérative pour modéliser l'évolution du front d'une fissure plane (**figure 2.3**). On constate que la fissure peut se propager de manière plus importante au cœur par rapport au bord. Tout d'abord, l'observation de la propagation de la fissure en surface ne suffit pas pour prévoir la rupture de la pièce. Car il est important de prévoir l'évolution du front de fissure durant la propagation de fissure.

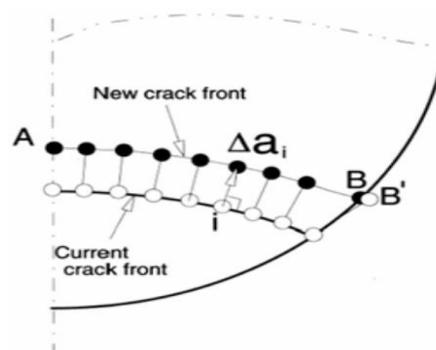


Figure 3.4. Illustration de procédure itérative pour modéliser l'évolution du front d'une fissure plane proposé par Lin et Smith [76]

Le facteur d'intensité de contraintes K est un paramètre qui est calculé le long du front de fissure, tout d'abord, une avancée Δa est alors attribuée à l'endroit où l'amplitude ΔK est maximale. Nous avons déduit le nombre de cycles ΔN associé à la valeur Δa choisie à partir de la loi de Paris, en supposant que tous les points du front de fissure obéissent à la même loi de Paris.

L'utilisateur doit effectuer trois tâches, afin de réaliser un tel principe,

- le facteur d'intensité de contraintes (**FIC**) peut être évalué ;
- À partir de l'évaluation du **FIC** et de la loi de propagation de fissure, calcul du nouveau front de fissure ;
- Modifier le maillage pour prendre en compte le nouveau front de fissure.

Richard [77] a constaté que la première tâche peut être effectuée facilement car tous les logiciels de conception et de calcul d'éléments finis intègrent des fonctionnalités permettant d'évaluer le **FIC**. Concernant les autres tâches, sont rarement supportées par les codes de calcul éléments finis dont **ABAQUS** fait partie. Le calcul du nouveau front de fissure peut être réalisé sans difficultés majeures. Par contre, la modification du maillage est assez conséquente. Notre attention portera alors sur les méthodes de modification du maillage.

3.6.2 Présentation du code de calcul Abaqus/CAE

3.6.2.1 Code de calcul Abaqus/CAE

Abaqus/CAE est un code de calcul qui résout les problèmes de divers champs par la technique des éléments finis (**M.E.F**). Dans ce cadre, il présente un système complet intégrant non seulement les fonctions de calculs proprement dites, mais également les fonctions de construction du modèle (préprocesseur) et les fonctions de traitement des résultats (post-traitement).

La figure 3.5. Représente l'interface de l'ABAQUS utilisée.

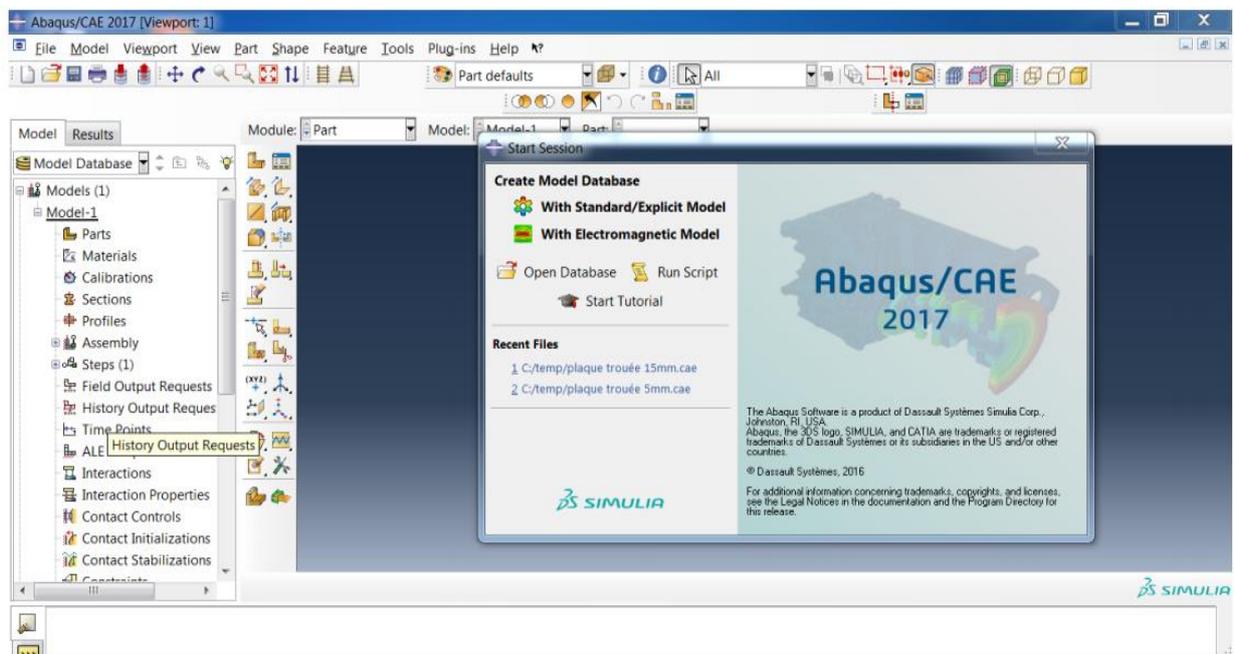


Figure 3.5. Interface ABAQUS 2017

Abaqus/CAE est un programme qui traite des problèmes d'élasticité linéaire dans les domaines statiques et dynamiques, des problèmes non linéaires, des problèmes thermiques, etc.

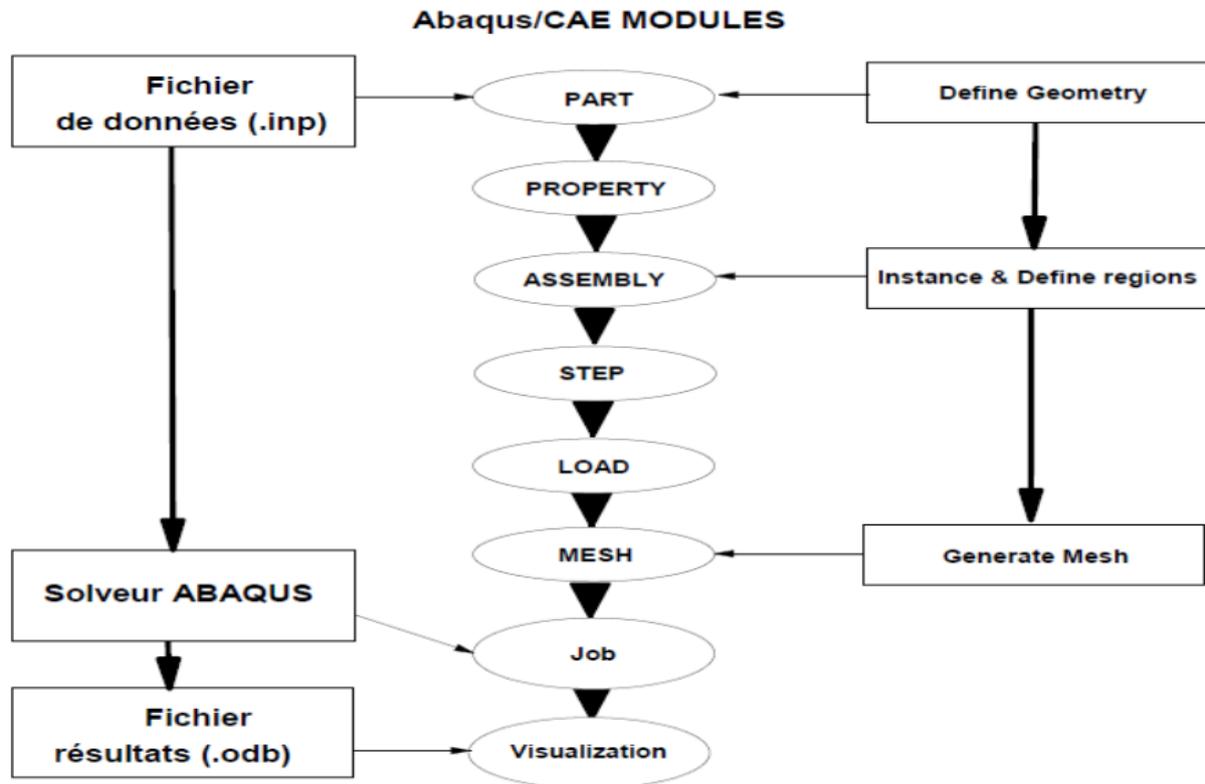


Figure 3.6. Étapes à suivre pour la programmation [77].

La résolution complète d'un calcul numérique s'effectue après un passage successif dans les modules suivants : Part, Property, Assembly, Step, Interaction, Load, Mesh, Job (pour lancer le calcul) [77]. Dans le code de calcul Abaqus, le fichier de données décrit les géométries, les matériaux, les conditions aux limites avec une extension (.inp), et le fichier de résultats décrivent les contours et les courbes résultats avec l'extension (.odb).

3.6.2.2 Système d'unités dans le code de calcul Abaqus

Comme dans beaucoup de logiciels, il n'y a pas de système d'unités fixé. C'est à l'utilisateur de définir son propre système (tableau 3.1).

Masse	Longueur	Temps	Force	pression	Energie
M	L	T	MLT^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$	ML^2T^{-2}
Kg	M	S	N	Pa	J
g	Mm	ms	N	MPa	mJ
Tonne	Mm	S	N	MPa	mJ

Tableau 3.1. Système d'unités pour le code de calcul Abaqus [78].

3.7 Conclusion

Le chapitre 3 présente toutes les informations nécessaires sur les méthodes numériques utilisées en mécanique de la rupture pour faire la modélisation de tels problèmes et particulièrement dans la propagation de fissures. D'autre part, on a présenté également l'illustration du code de calcul Abaqus qui résout les problèmes de divers champs par la technique des éléments finis (M.E.F).

Chapitre 4

Résultats et discussion d'analyse et la caractérisation des paramètres de fissure

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS DE L'ANALYSE ET DEL'ÉVOLUTION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.1 INTRODUCTION :

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différents résultats numériques obtenus par la méthode des éléments finis (FEM) et les valider par les résultats analytiques proposés par Ewalds and Wanhill[79]. Cette comparaison est effectuée concernant les facteurs d'intensité de contrainte. Ainsi, on a analysé quelques variables comme le déplacement, les contraintes et la déformation concernant la propagation de fissure en 2D en mode mixte. Nous présentons des calculs bidimensionnels par la méthode des éléments finis (FEM) tout en utilisant le code de calcul ABAQUS. Le critère du taux de restitution d'énergie a été utilisé.

Ainsi, ce chapitre sera consacré à l'étude de l'évolution et de la validation des résultats d'une fissure initiale et inclinée par l'angle (α).

Les problèmes résolus seront en 2D en calculant les facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} ainsi que l'intégrale du contour J. Dans tous les problèmes, on suppose un matériau homogène avec comportement élastique linéaire et isotrope.

4.2 MODÈLE D'ÉTUDE

4.2.1 Modèle numérique (Maillage)

La structure considérée a une longueur $L = 120$ mm et une largeur $C = 60$ mm, contient une fissure horizontale de longueur $a = 10$ mm. Trois cas ont été étudiés : le cas rectiligne de $\alpha = 0^\circ$ et les fissures inclinées par les angles $\alpha = 15^\circ$ et 30° . Les éléments quadratiques CPS4 à 4 nœuds de contrainte plane bilinéaire ont été utilisés. La structure est en matériau élastique linéaire isotrope homogène (alliage d'aluminium) avec $E = 70$ GPa et $\nu = 0,3$. Les conditions aux limites pour faire la simulation de propagation de fissure sont les suivantes : le support fixe a été appliqué à la surface inférieure de la structure ($U1 = U2 = U3 = UR1 = UR2 = UR3 = 0$), et la partie supérieure supporte une contrainte de traction variable trois fois, $\sigma = 50, 75$ et 100 Pa, et $U1 = UR1 = 0$. Voir la figure 3(c) ci-dessous. La structure est composée de 361 éléments carrés et 394 nœuds.

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

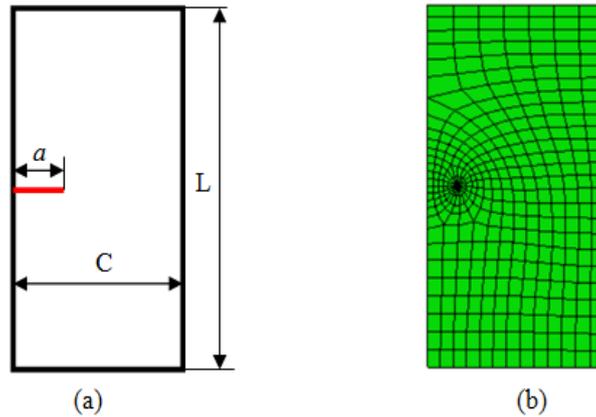


Figure 4.1. Modèle géométrique: a) fissure initiale de $\alpha=0^\circ$ et b) modèle numérique FEM

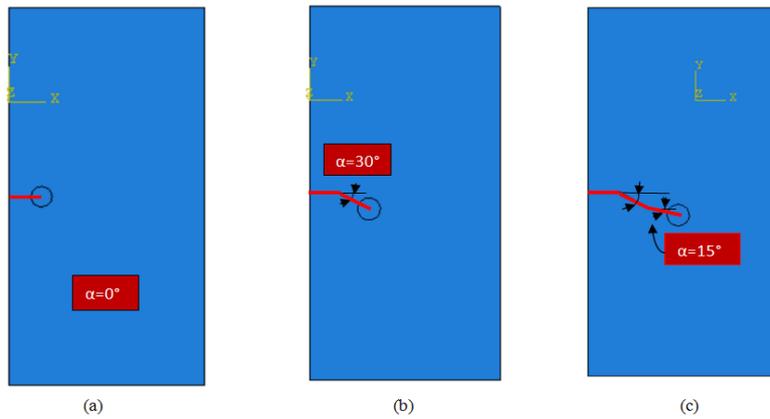


Figure 4.2. Modèles : a) fissure initiale de $\alpha=0^\circ$, b) fissure inclinée de $\alpha=30^\circ$, c) fissure inclinée de $\alpha=15^\circ$

4.2.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont utilisées lors des analyses en éléments finis pour effectuer la simulation de tels problèmes en mécanique de la rupture. Pour cela, la maille à étudier est soumise à une contrainte de traction σ dans la direction y. L'application de contrainte σ sur la maille est présentée sur la figure 4.3b.

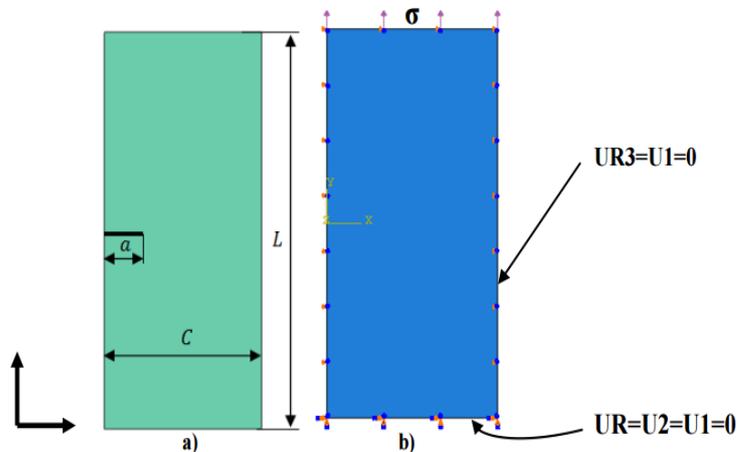


Figure 4.3 : a) Caractéristiques géométriques du modèle; b) conditions aux limites

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.3 RÉSULTATS ET DISCUSSION DE L'ANALYSE

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats de modélisation pour les différents cas d'étude. Tous les cas sont étudiés par la méthode des éléments finis 2D avec la simulation numérique en utilisant le logiciel Abaqus.

4.3.1 L'analyse de déplacements

Nous présentons dans ce point l'analyse des déplacements (U_1 et U_2) pour les différents cas de fissure. Les figures 4.4 et 4.5 expliquent les détails de la variation de déplacement U_1 et U_2 concernant les différentes études.

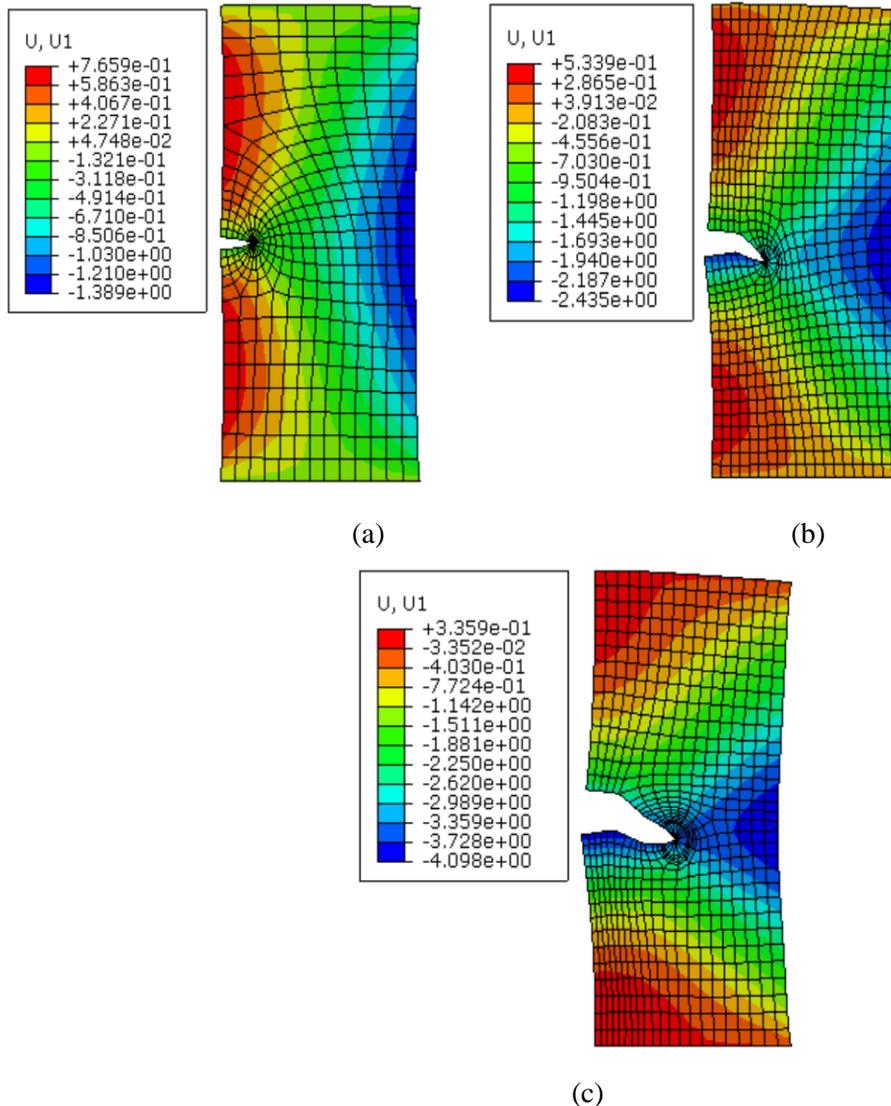


Figure 4.4. L'analyse du déplacement ; a) U_1 ($\alpha=0^\circ$) et b) U_1 ($\alpha=30^\circ$) et c) U_1 ($\alpha=15^\circ$)

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

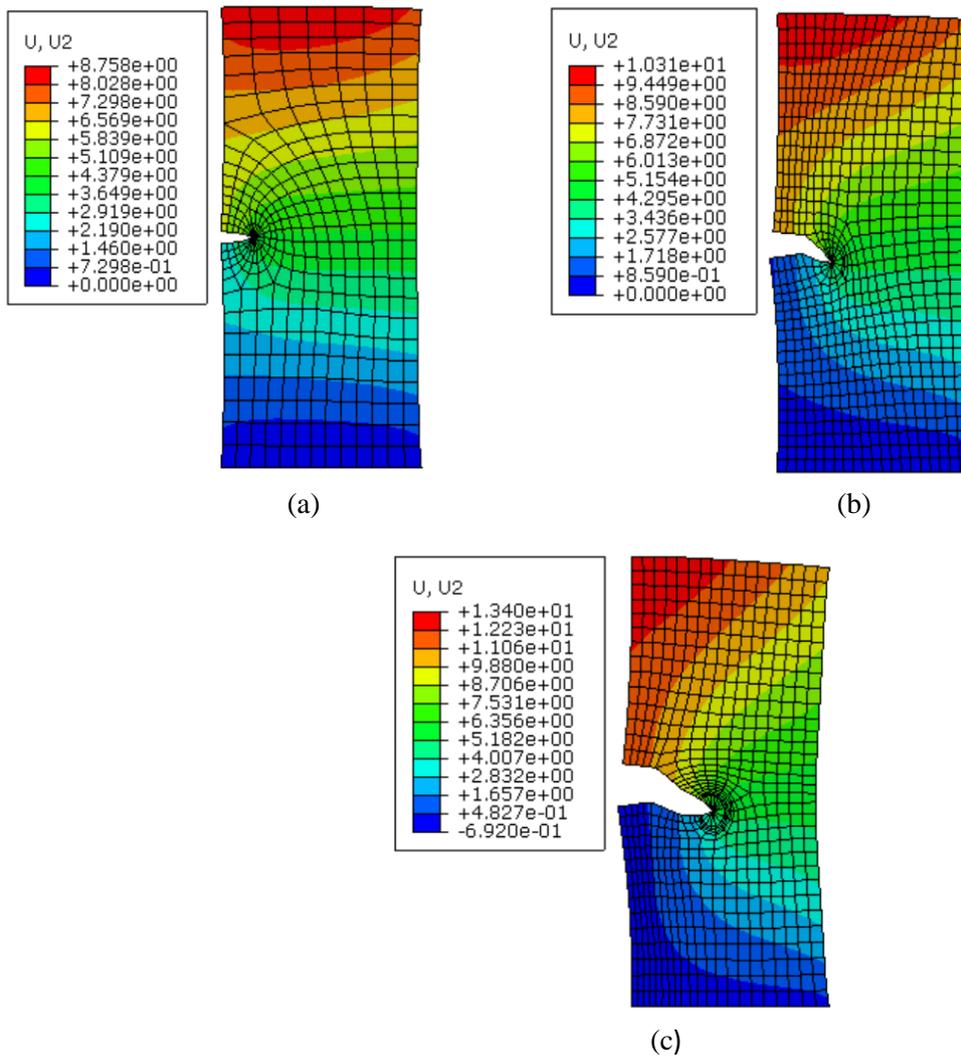


Figure 4.5. L'analyse du déplacement ; a) $U_2 (\alpha=0^\circ)$ b) $U_2 (\alpha=30^\circ)$ et c) $U_2 (\alpha=15^\circ)$

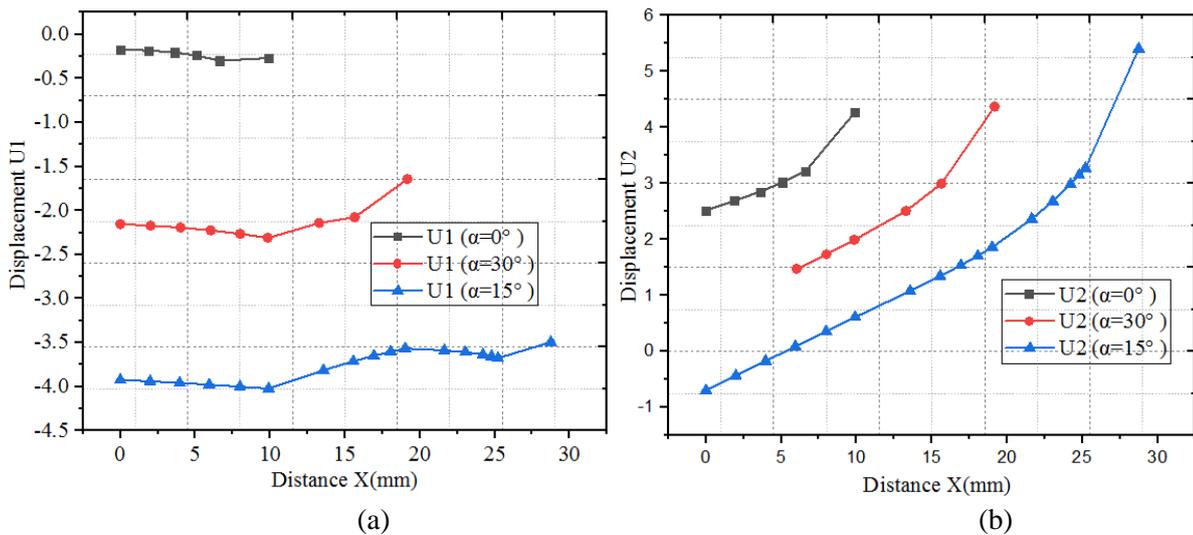


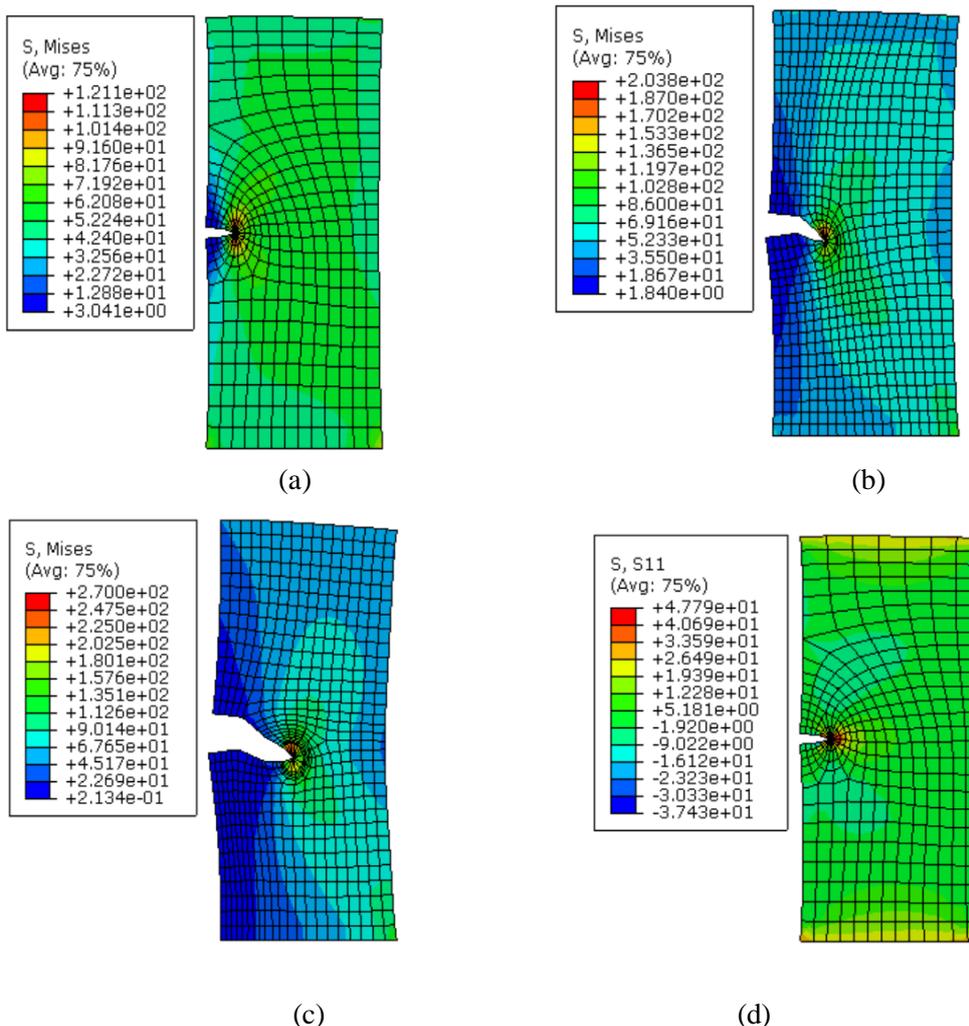
Figure 4.6. L'évolution de déplacement en fonction de la distance X ; a) déplacement U_1 et b) déplacement U_2

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

La figure 4.6 montre l'évolution du déplacement en fonction de la distance X. Il peut être noté que les résultats obtenus dans les trois cas de comparaison représentent une proportionnalité entre eux. En effet, nous constatons que l'augmentation de la distance X provoque un déplacement U1 négatif dans tous les cas, indiquant un mouvement vers la gauche. L'orientation présente les plus grands déplacements U1 en valeur absolue. Cependant, nous pouvons remarquer que, plus la distance X est élevée, plus la fissure est longue et orientée par l'angle de fissure, plus le déplacement U2 est grand et U1 presque nul. De plus, le déplacement U2 augmente avec la distance X dans tous les cas. On observe que, pour le déplacement, U2 devient fortement positive vers 28mm en valeur absolue. Cela montre que l'inclinaison de la fissure modifie fortement le champ de déplacement autour de la fissure.

4.3.2 L'analyse de la contrainte σ -Mises et σ_{11}

Nous présentons dans ce point l'analyse de la contrainte σ -Mises, pour les trois modèles $\alpha = 0^\circ, 15^\circ$ et 30° . La figure 4.7 explique l'analyse détaillée concernant les contraintes σ -Mises, σ_{11} et σ_{22} , et la figure 4.8 présente les résultats de l'évolution de ces contraintes.



Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

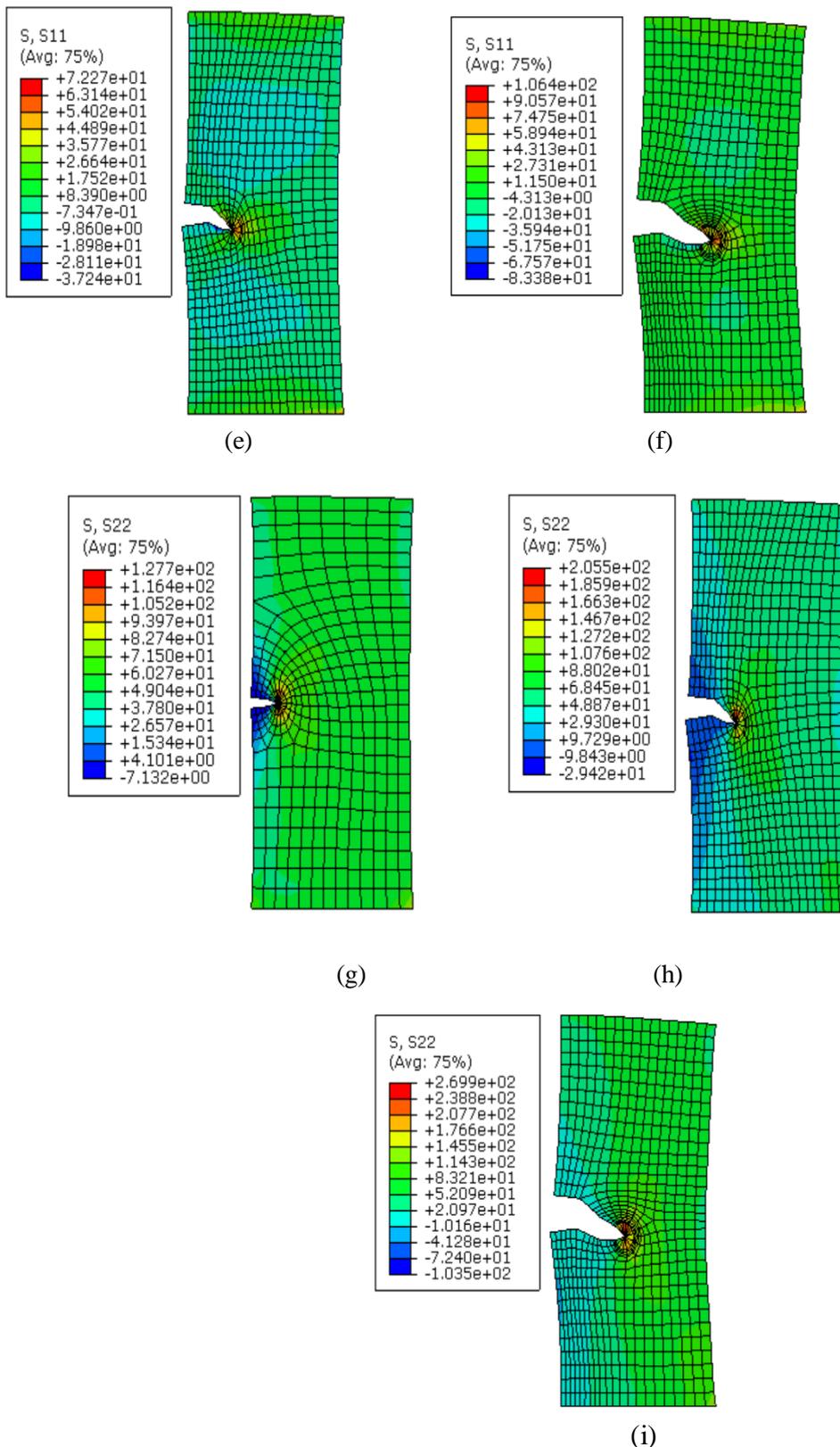


Figure 4.7. L'analyse des contraintes; a) σ - Mises ($\alpha=0^\circ$) et b) ($\alpha=15^\circ$), c) σ - Mises ($\alpha=30^\circ$), d) S_{11} ($\alpha=0^\circ$), e) σ_{11} ($\alpha=15^\circ$), f) σ_{11} ($\alpha=30^\circ$), g) S_{22} ($\alpha=0^\circ$), h) σ_{22} ($\alpha=15^\circ$) et i) σ_{22} ($\alpha=30^\circ$)

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

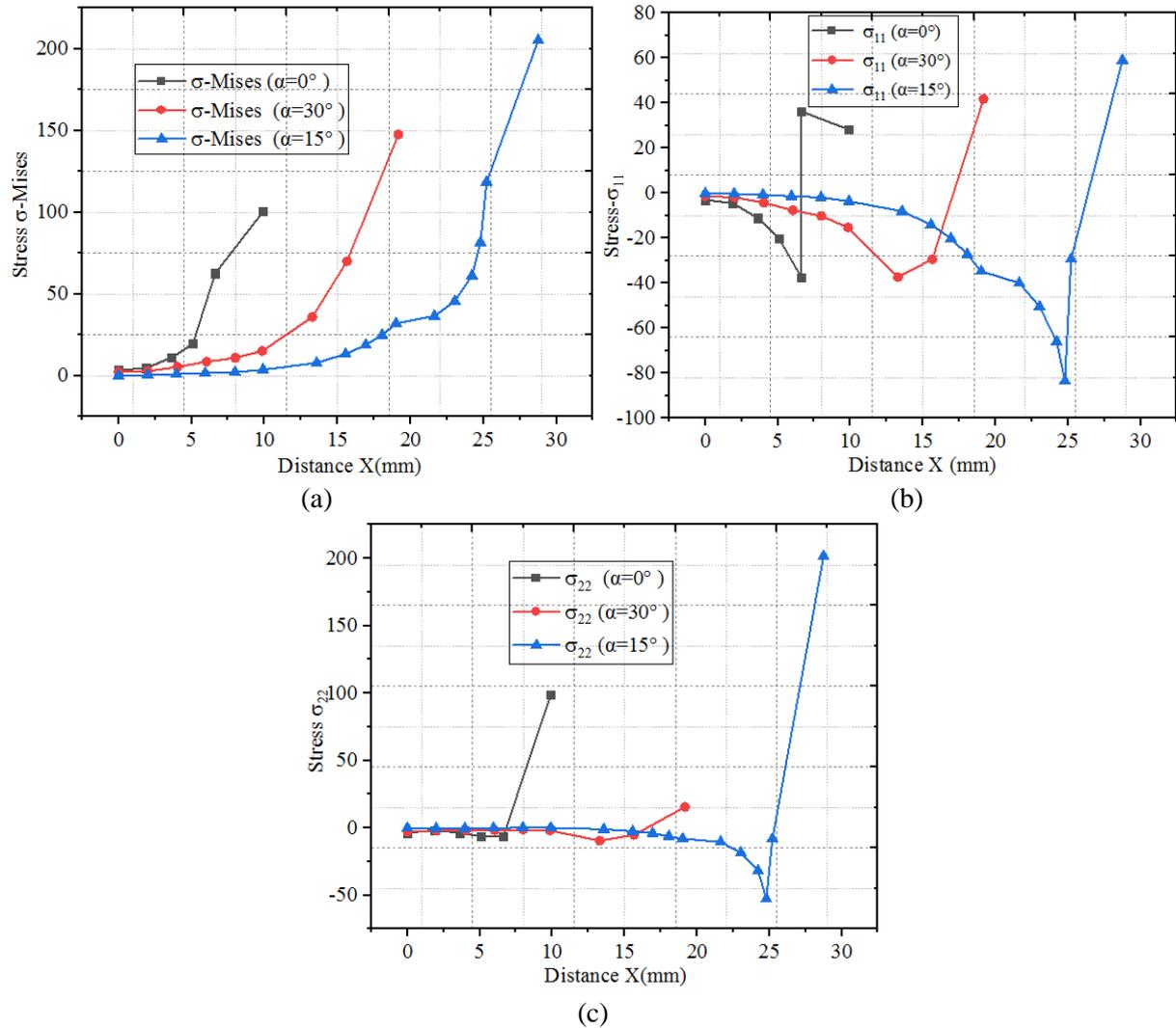


Figure 4.8. L'évolution des contraintes (σ -Mises, σ_{11} et σ_{22}) en fonction de la distance X

La figure 4.8 illustre l'évolution des contraintes (σ -Mises, σ_{11} et σ_{22}) en fonction de la distance (X) lorsque la structure fissurée contient une fissure inclinée par trois angles $\alpha = 0^\circ$, 30° et 15° . On observe une augmentation significative de la contrainte (σ -Mises). Cependant, nous pouvons remarquer que la contrainte (σ_{11}) est négative pour une grande partie de la distance X, et qu'une augmentation de σ_{11} conduit à une tendance vers des valeurs moins compressives, voire positives en fin de courbe pour σ_{11} , ce qui pourrait indiquer une redistribution des contraintes. De plus, la contrainte (σ_{22}) devient fortement positive vers 28mm en valeur absolue, indiquant une montée importante de la contrainte normale dans cette direction. Cela montre que l'inclinaison de la fissure modifie fortement le champ des contraintes autour de la fissure. Plus l'inclinaison de fissure augmente, plus les contraintes sont très importantes.

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.4 RÉSULTATS ET DISCUSSION POUR L'ÉVOLUTION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.4.1 Méthode analytique

Aujourd'hui, les méthodes analytiques jouent un rôle utile pour déterminer le (FIC) en cas de fissure et pour faire la validation des résultats obtenus. Cependant, ces expressions sont souvent développées pour des cas de géométrie donnée (Tada et Irwin [80]).

4.4.1.1 Facteur d'intensité de contrainte

Le facteur d'intensité de contrainte K est le seul paramètre significatif, qui permet de connaître l'état de contrainte et de déformation en toute pointe de fissure Saverio[81]. Pour une fissure sollicitée en mode d'ouverture, la relation entre la sollicitation lointaine normale à l'axe de fissure σ et le facteur d'intensité de contraintes K_I est la suivante :

Le facteur d'intensité de contrainte analytique pour ce problème qui est donné par (EwaldsandWanhill, [79]) :

$$K_I = F \sigma \sqrt{a\pi} \quad (4.1)$$

F est le facteur de correction

$$F = 1.12 - 0.23 \left(\frac{a}{W}\right) + 10.6 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21.7 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30.4 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (4.2)$$

Où

Le facteur d'intensité de contrainte K_{II} calculé par la relation :

$$K_I \sin \theta + K_{II}(3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (4.3)$$

4.4.1.2 Intégrale du contour J

L'intégrale du contour J dans le cas des contraintes planes d'un matériau homogène et isotrope est donné par la relation :

$$J = \frac{1}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) \quad (4.4)$$

avec : E module d'Young.

Afin d'obtenir indépendamment les coefficients d'intensité de contrainte dans les différents modes, on applique des méthodes de découplage qui permettent de décomposer les grandeurs énergétiques liées aux modes I et II, d'où :

$$J = J_1 + J_2 \quad \text{Avec} \quad J_I = \frac{K_I^2}{E}, J_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \quad (4.5)$$

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.4.2 Facteur d'intensité de contrainte K_I dans le cas du mode I.

Les résultats de simulation obtenus par la méthode FEM sont comparés avec les résultats de la méthode analytique pour les trois cas de la charge $\sigma = 50, 75$ et 100 MPa avec $\alpha = 0^\circ$. La figure 4.9 présente les différents résultats du FIC (K_I).

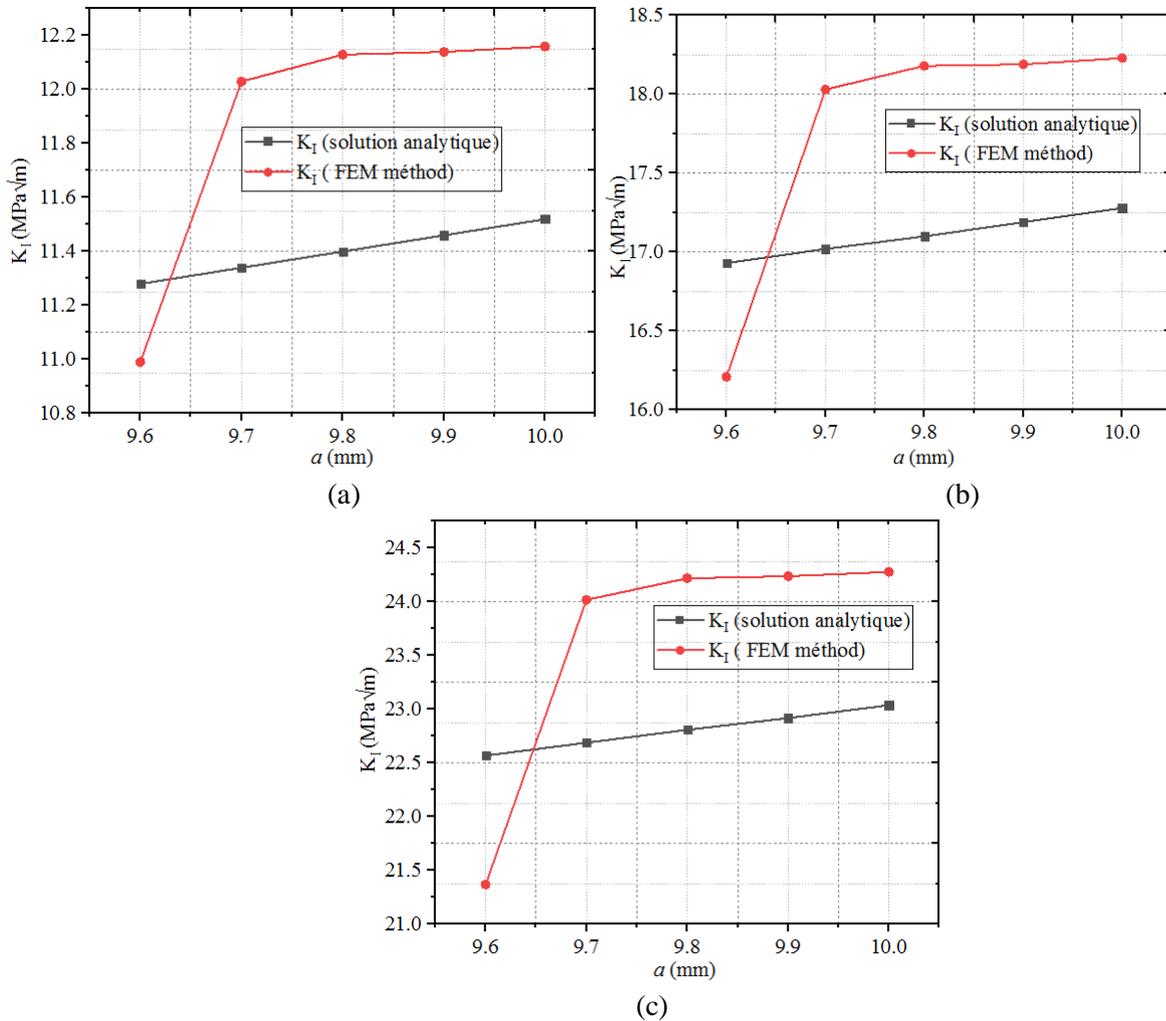


Figure 4.9. L'évolution du facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de la longueur de fissure (a); a)50, b) 75 et c) 100MPa $\alpha=0^\circ$ dans le cas de mode I

La figure 4.9 montre les résultats du facteur d'intensité de contrainte K_I en fonction de la longueur de fissure (a), dans le cas de fissure initiale de 0 pour le mode I. Cette évolution est basée sur la comparaison entre la méthode FEM et la méthode analytique proposée par Ewalds and Wanhill[79]. On observe que plus la longueur de fissure augmente, plus le facteur d'intensité de contrainte augmente rapidement au début dans les trois charges de $\sigma = 50, 75$ et 100 MPa.

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.4.3 Facteurs d'intensités de contrainte K_I , K_{II} et J pour $\alpha = 30^\circ$ dans les deux cas (mode I et II).

Les résultats de simulation obtenus par la méthode FEM sont comparés avec les résultats de la méthode analytique pour les trois cas de la charge $\sigma = 50, 75$ et 100 MPa avec $\alpha = 30^\circ$. La figure 4.10 présente les différents résultats du FIC (K_I et K_{II}).

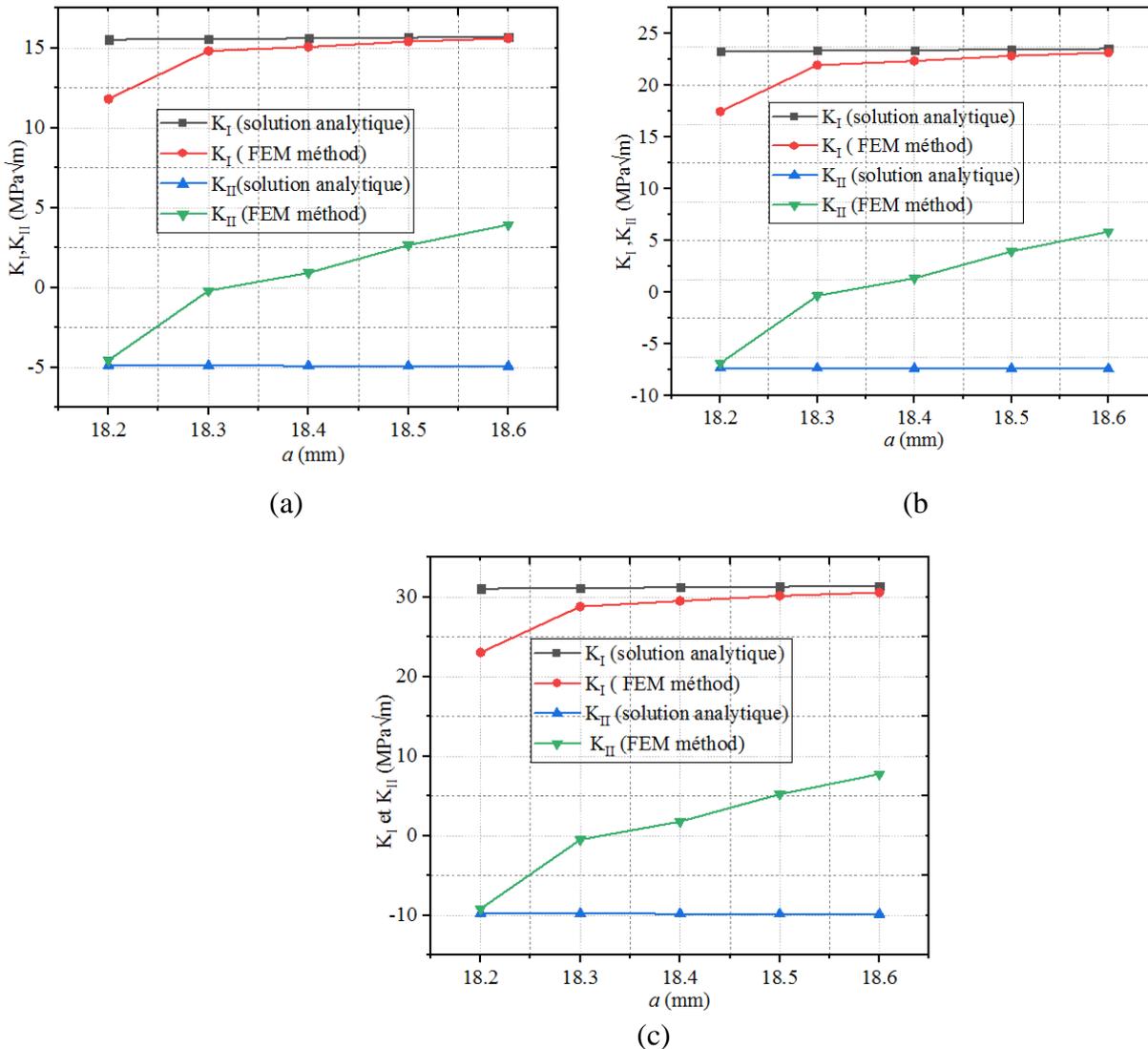


Figure 4.10.Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} pour $\alpha = 30^\circ$; a) $\sigma = 50$, b) 75 et c) 100 MPa

La figure 4.10 montre l'évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} . Cette comparaison met en évidence la caractérisation des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} dans le cas de la fissure inclinée par l'angle pour les modes I et II. On observe que les résultats obtenus sont très comparables concernant le K_I et moins comparables pour le facteur d'intensité de contrainte K_{II} .

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

D'autre part, les contraintes au niveau du front de fissure restent presque constantes le long de la fissure.

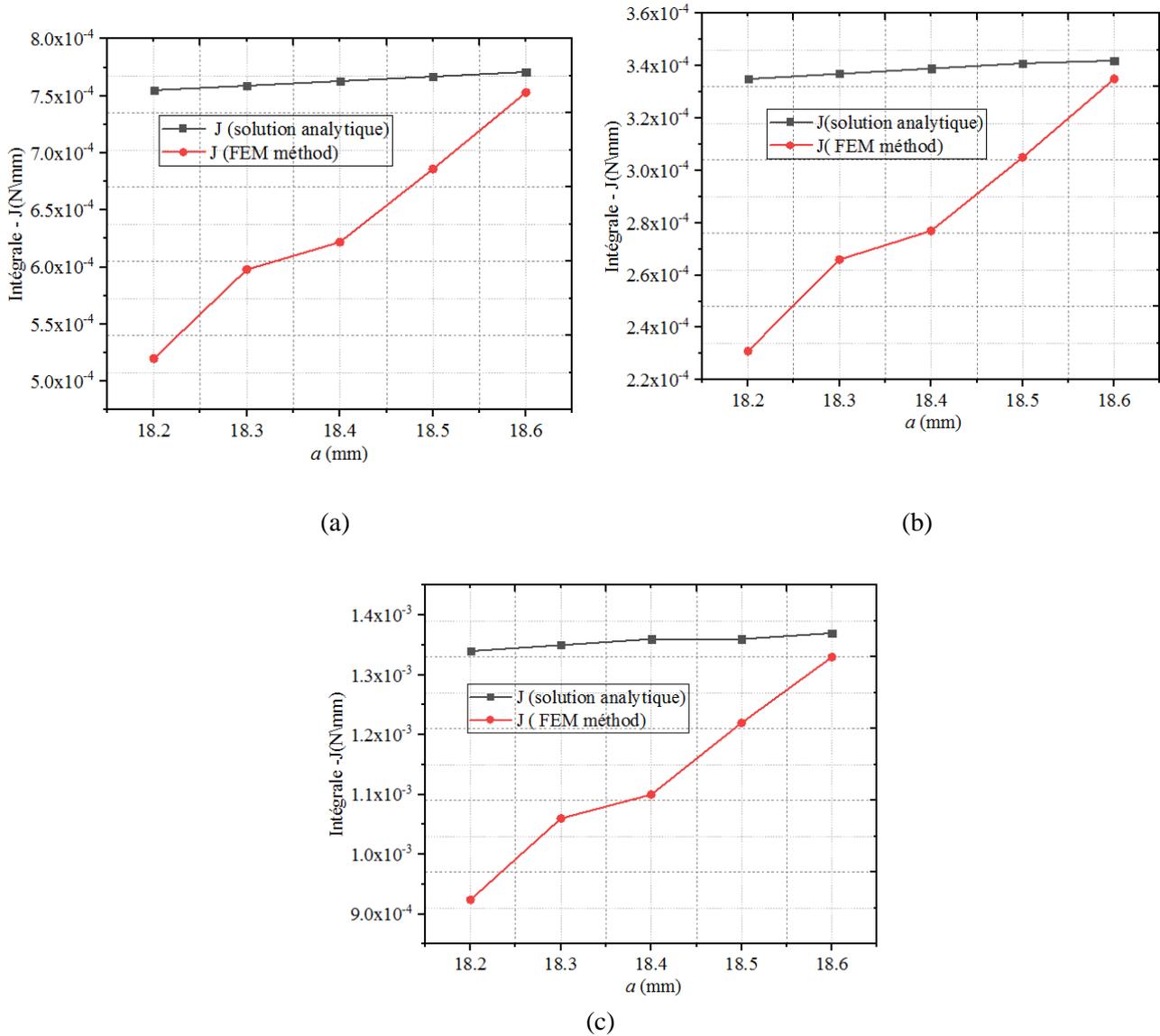


Figure 4.11.Évolution de l'intégrale-J pour $\alpha=30^\circ$; a) $\sigma=50$, b) 75 et c) 100MPa

La figure 4.11 montre l'évolution de l'intégrale du contour (J) en fonction de a . On observe que plus la longueur de fissure augmente, plus l'écart entre les deux méthodes tend vers le zéro. On peut dire que la concentration de contraintes autour de la pointe d'une fissure est bien étudiée, notamment à la dernière pointe. Les valeurs commencent très éloignées, puis commencent à converger, indiquant que la contrainte est concentrée à la fin.

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.4.4 Facteurs d'intensités de contrainte K_I , K_{II} et J pour $\alpha = 15^\circ$ dans les deux cas (mode I et II).

Les résultats de simulation obtenus par la méthode FEM sont comparés avec les résultats de la méthode analytique pour les trois cas de la charge $\sigma = 50, 75$ et 100 MPa avec $\alpha = 15^\circ$. La figure 4.12 présente ces résultats du FIC (K_I et K_{II}).

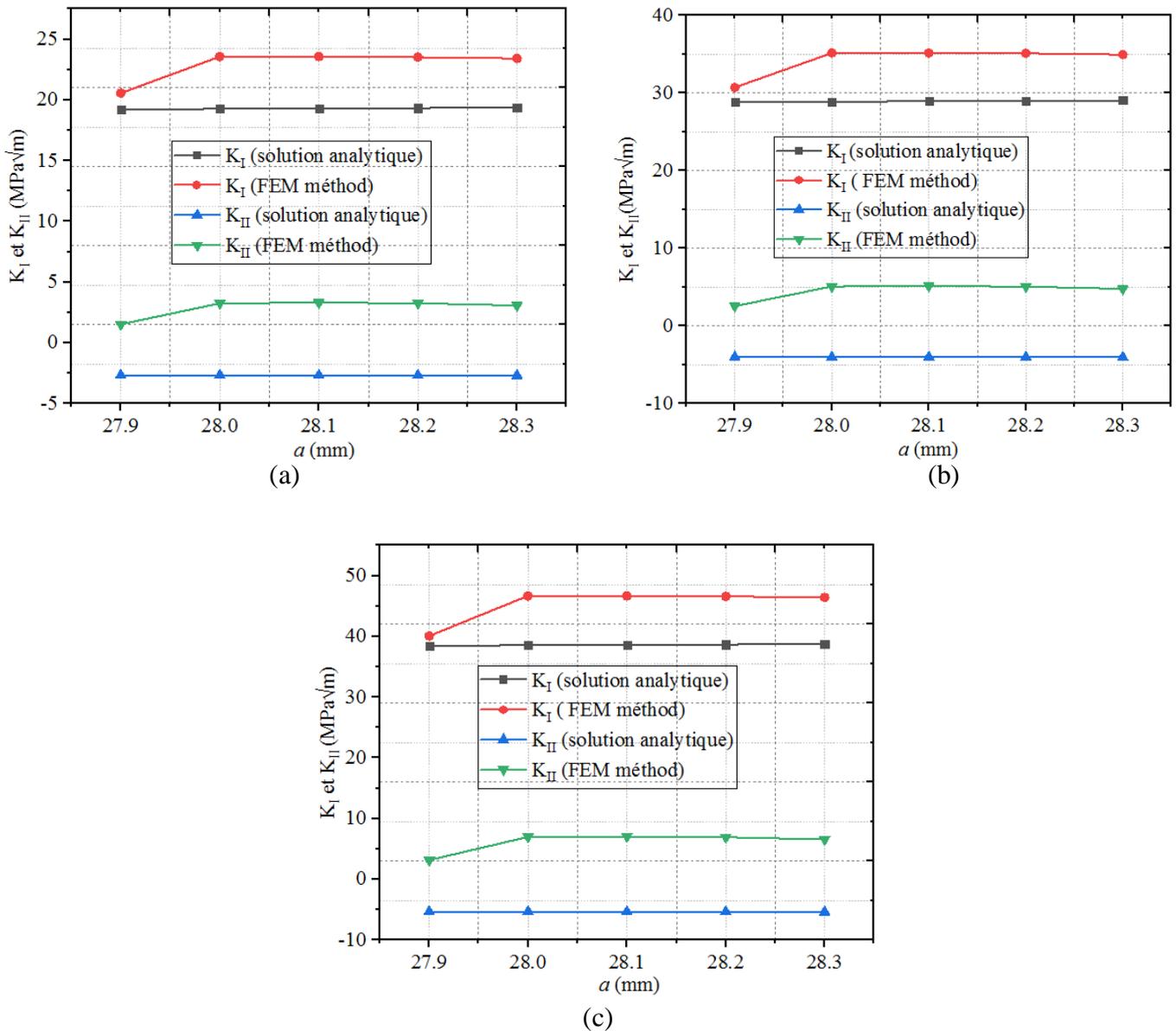


Figure 4.12. Évolution des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} pour $\alpha = 15^\circ$; a) $\sigma = 50$, b) 75 et c) 100 MPa

La figure 4.12 montre les résultats des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} en fonction de la longueur de fissure. On observe qu'il y a une petite pic au début de la fissure de K_I et K_{II} concernant la méthode analytique dans le cas de $a = 27,9$ mm et 28 mm. D'après cette longueur, on remarque

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

qu'il y a une stabilité des résultats. D'autre part, on peut dire que l'état de contrainte est bien défini pour le modèle choisi. En outre, les résultats obtenus sont proportionnels dans les trois cas de la charge de $\sigma = 50 \text{ MPa}$, 75 MPa et 100 MPa .

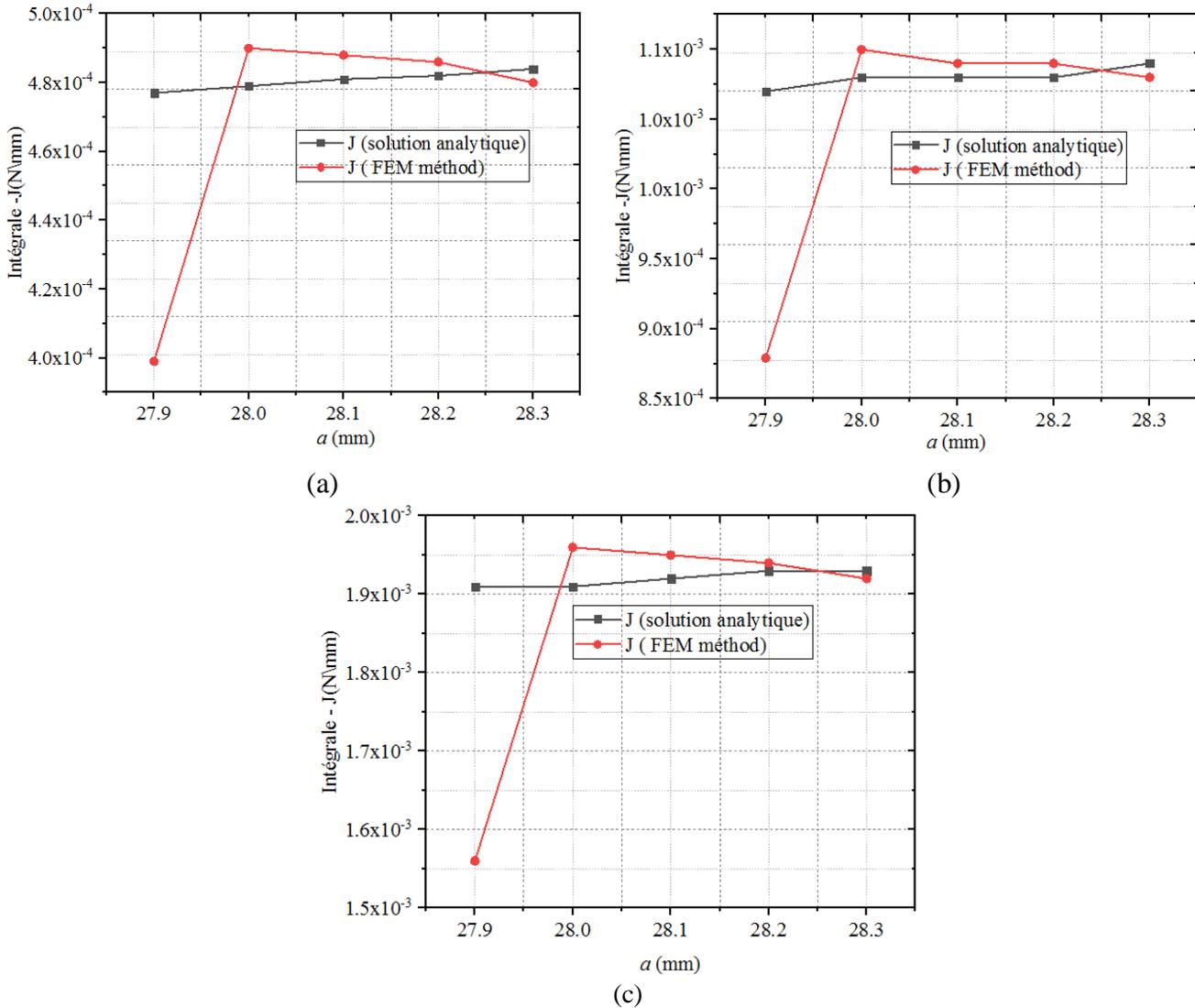


Figure 4.13.Évolution de l'intégrale-J en fonction de la longueur de fissure (a) pour $\alpha=15^\circ$; a) $\sigma=50$, b) 75 et c) 100 MPa

La figure 4.13 montre l'intégrale du contour (J) en fonction de la longueur de fissure. Cette comparaison a été faite entre la méthode numérique FEM et la méthode analytique proposée par Ewalds and Wanhill [79]. On observe qu'il y a un pic d'augmentation légère par la méthode FEM concernant les trois charges (voir les figures 4.13a, b et c). D'autre part, l'intervalle des résultats est confiné entre $4,10^{-4} \text{ N/mm}$ et $2,10^{-3} \text{ N/mm}$ pour toute la comparaison. On peut noter que les résultats obtenus nous montrent la stabilité de la concentration de contrainte autour de la pointe de fissure pour le modèle étudié.

Chapitre 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS D'ANALYSE ET LA CARACTÉRISATION DES PARAMÈTRES DE FISSURE

4.5 CONCLUSION

La méthode proposée pour la modélisation de la propagation de fissure est la méthode FEM, qui permet de donner des résultats similaires à ceux obtenus par la solution analytique. Ceci a été vérifié sur un cas où la solution analytique est établie.

Les facteurs d'intensités de contrainte et l'intégrale J sont évalués par l'application des trois charges, la méthode des éléments finis et ses résultats sont en bon accord avec ceux de la solution exacte.

On peut noter que les résultats obtenus nous montrent la stabilité de la concentration de contrainte autour de la pointe de fissure pour le modèle étudié.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objet de ce mémoire a été l'analyse de la propagation de fissure d'une maille d'un matériau homogène avec comportement élastique linéaire et isotrope. Une étude bibliographique nous a permis de donner des aspects généraux concernant la mécanique de la rupture, notamment la propagation de fissures.

Nous avons introduit les bases de la mécanique de la rupture et les méthodes numériques couramment utilisées dans ce domaine.

Tout d'abord, les outils de la mécanique linéaire de la rupture servant à mener notre étude ont été utilisés. Une méthode numérique particulièrement adaptée pour résoudre les problèmes en mécanique de la rupture est la méthode des éléments finis, qui a été choisie pour la simulation. La propagation de fissure a été faite dans le cas d'un mode mixte.

L'illustration de la méthode (FEM) a été détaillée. Nous avons montré présente la relation entre l'angle d'inclinaison α et les facteurs d'intensité de contrainte en mode mixte. Une méthode analytique a également été utilisée, se basant sur le calcul du facteur d'intensité de contraintes (FIC). Le facteur d'intensité de contraintes (FIC) et l'intégrale du contour J sont des paramètres essentiels pour caractériser une fissure. Deux possibilités pour déterminer le FIC ont été retenues : l'un par la méthode numérique FEM et l'autre par la méthode analytique proposée par Ewalds and Wanhill [79]. Un code de calcul Abaqus de la propagation de fissure en mode mixte a été utilisé. Plusieurs comparaisons ont été présentées pour l'évolution du (FIC), et parfois l'étude est basée sur le changement des charges et, parfois, l'étude est basée sur l'orientation de fissure.

On a étudié l'influence des principaux paramètres de modélisation sur la propagation de la fissure, comme l'évolution de déplacement et l'évolution de contraintes sur la distance X.

Ces influences peuvent être très intéressantes en mécanique de la rupture, notamment pour la modélisation de la propagation de fissures. Les meilleurs résultats étaient obtenus dans les trois cas de l'inclinaison par les angles : $\alpha = 0^\circ$, 30° et 15° .

Dans le cas de l'intégrale du contour J, la concentration de contraintes autour de la pointe d'une fissure est bien étudiée, notamment à la dernière pointe.

Les valeurs commencent très éloignées, puis commencent à converger, indiquant que la contrainte est concentrée à la fin.

Enfin, l'objectif de ce mémoire est d'étudier la propagation d'une fissure initiale d'un matériau homogène élastique linéaire et isotrope, pour calculer les facteurs d'intensité de contrainte et l'intégrale du contour J en utilisant la méthode FEM. La comparaison que nous avons effectuée montre un bon accord entre les calculs numériques et les résultats analytiques.

Références bibliographiques :

- [1] Griffith, A. A. (1920). The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions of the Royal Society of Londres, 221:163–198.
- [2] Westergaard, H. M. (1939). Bearing pressures and cracks. Journal of Applied Mechanics, 6:49–53.
- [3] G.R. Irwin – Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate, J. of Appl. Mech. Transactions, pp.361-364, 1957.
- [4] G.I. Barenblatt (1962). Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. Adv. Appl. Mech..7.55-129.
- [5] J.W. Hutchinson – Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material, J. Mech. Phys. Solids, PergamonPress, Vol. 16, pp. 13-31,1968.
- [6] Jacques Besson - SIMULATION DE LA DÉCHIRURE DUCTILE, Centre des Matériaux, Mines ParisTech, 2012.
- [7]<https://www.bing.com/ck/a?!&&p=e3f7865e994c47f0af2e19b103700675d3baad03c8b233796c2d47cacfce266JmltdHM9MTczODAyMjQwMA&ptn=3&ver=2&hsh=4&fclid=3a3504d3-d0df-668f-1f90-101ed1a2679b&psq=chapitre+I+g%c3%a9n%c3%a9ralit%c3%a9s+sur+la+m%c3%a9canique+de+la+rupture&u=a1aHR0cHM6Ly9lbGVhcm5pbm cudW5pd i1tc2lsYS5kei9tb29kbGUvbW9kL3Jlc291cmNIL3ZpZXcucGhwP2lkPTE3NDk4OQ&ntb=1>
- [8] Saverio Fiordalisi, Modélisation tridimensionnelle de la fermeture induite par plasticité lors de la propagation d'une fissure de fatigue dans l'acier 304L, 2014, l'école nationale supérieure de mécanique et D'aerotechnique, 2014.
- [9] **Shixiang Ma**. Propagation de fissure en mode mixte dans un milieu élasto-plastique avec prise en compte des contraintes résiduelles. Mécanique [physics.med-ph]. Université Blaise Pascal- Clermont-Ferrand II, Français. (2005).
- [10] **Zhang, X.B**. Etude numérique de la propagation de fissures par la mécanique de la rupture, Thèse de Doctorat de l'Université de Clermont-Ferrand II, Juin (1992).
- [11] **Tran, A. T**. Etude du delaminage en mode II de composites unidirectionnels soumis a des sollicitations rapides, approche globale et approche locale, Thèse de doctorat, Ecole doctorale n°432 : Sciences des Métiers de l'ingénieur Paris, le 18 Avril (2011).
- [12] **François, D. Pineau, A. Zaoui A**. Comportement mécanique des matériaux. Ed. Hermes, Paris, (1993).

- [13] **Miannay, D.** Mécanique de la rupture. Les éditions de Physique, Monographie de Matériologie, Courtabœuf, (1995).
- [14] **Bauvineau, L.** Approche locale de la rupture ductile : application à un acier Carbone-Manganèse. Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, (1996).
- [15] **Hancock, J.W. Reuter, W.G. Parks, D.M.** Constraint and toughness parameterized by T. Constraint Effects in Fracture, ASTM STP 1171, Ed. E.M. Hacket, K.H. Schwalbe, R.H. Dodds, pp. 21-40, (1993).
- [16] **Pineau, A.** Mécanique élastoplastique de la rupture. Cours de DEA Mécanique et Matériaux. Evry, (1998).
- [17] **Anderson, T. L.,** Fracture mechanics: Fundamentals and Applications, CRC Press, Florida, (1995).
- [18] **Gardin, C.,** Introduction à la mécanique de la rupture, Cours ENSMA, Poitiers, France, (2005).
- [19] **Lin, X. B. Smith, R. A.** Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates ; Part I : The numerical technique. Engineering Fracture Mechanics ; 63(5) : pp. 503- 522, (1999).
- [20] **Branco, R. Antunes, F. V.** Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. Engineering Fracture Mechanics ; 75 (10) : pp. 3020-3037, (2008).
- [21] **Irwin G.R.** Fracture Dynamics. Fracturing of Metals, Cleveland, American Society for Metals, 1948, pp. 147-166.
- [22] **Rice, J. R.** A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics ; 35 : pp. 379-386, (1968).
- [23] **Paris, P. C. Erdogan, F.** A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering ; 85 : pp. 528 –534, (1960).
- [24] **Paris, P. C., Gomez, M.P. Anderson, W. P.** A rational analytic theory of fatigue. The Trend in Engineering ; 13 : pp. 9 – 14, (1961).
- [25] **Paris P., Erdogan F.** A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic engineering, vol. 85, pp. 528 –534, (1963).
- [26] **Hartman A., Schijve J.** The effects of environment and load frequency on the crack propagation law for macro fatigue crack growth in aluminum alloys. Engineering Fracture Mechanics, vol. 1(4), pp. 615 – 631, (1970).
- [27] **Miller M., Gallagher J.** An analysis of several fatigue crack growth rate (FCGR) descriptions. In : Hudak Jr SJ, Bucci RJ, editors. Fatigue crack growth measurement and data analysis, ASTM STP 738. American Society for Testing and Materials, pp. 205-251. (1981).

- [28] **Liu H., Liu D.** A quantitative analysis of structure sensitive fatigue crack growth in steels. *ScrMetall*, vol. 18, pp. 7-12, (1984).
- [29] **Elber W.** The significance of fatigue crack closure. *Dammage Tolerant Aircraft Structures,ASTM STP*, vol. 486, pp. 230-242, (1971).
- [30] **Suresh S.** *Fatigue of materials*, 2nd Edition. Massachusetts Institute of Technology, (1998).
- [31] **Elber W.** Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 2, pp. 37-45, (1970).
- [32] **Elber, W.** Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics ;2* :pp. 445-476, (1970).
- [33] **Courtin, S.**, Propagation de fissures de fatigue dans une géométrie de gorge de vilebrequin en présence de contraintes résiduelles de galetage, thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, France (2004).
- [34] **Erdogan F., Sih G.C.** On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Journal of Basic Engineering*, 85, 19-527,(1963).
- [35] **Richard, H.A.** Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen. *VDI-Forschungsheft 631*. VDI-Verlag, Düsseldorf, (1985).
- [36] Chan S.K., Tuba I.S., Wilson., W.K. On the finite element method in linear fracture mechanics, *Eng Fracture Mechanics*, 10, 1, 1-17.(1970).
- [37] Bouchard P.O., BAY F., Chastel Y. Numerical modeling of crack propagation automatic remeshing and comparison of different criteria, *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*, 192, (35-36), 3887-3908, (2003).
- [38] Phongthanapanich S., Dechaumphai P. Adaptive Delaunay triangulation with object- oriented programming for crack propagation analysis, *Finite Elements in Analysis and Design*, 40,13-14, 1753-1771.(2004).
- [39] Swedlow., J.L. Williams M.L. and Yang, W.H. Elasto-plastic stresses and strains in cracked plate, *Proc.1st.Int.Conf. Fracture*, Sendai, Japan, N1, pp, 259-282. (1965).
- [40] Benzly., S. Representation of of singularities with isoparametric finite elements. *Int.J. Num.Meth. Engng.*, N 8 pp. 537-545. (1974).
- [41] Gifford., L.N. and Hilton., P.D. Stress intensity factors by enriched finite elements, *Engineering Fracture Mechanics*, 10 pp. 485-496. (1978).
- [42] Bittencourt, T. N., Wawrzynek, P. A., Ingraffea, A. R. Sousa, J. L. Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems. *Engineering Fracture Mechanics ; 55 (2)* :pp. 321-334, (1996).

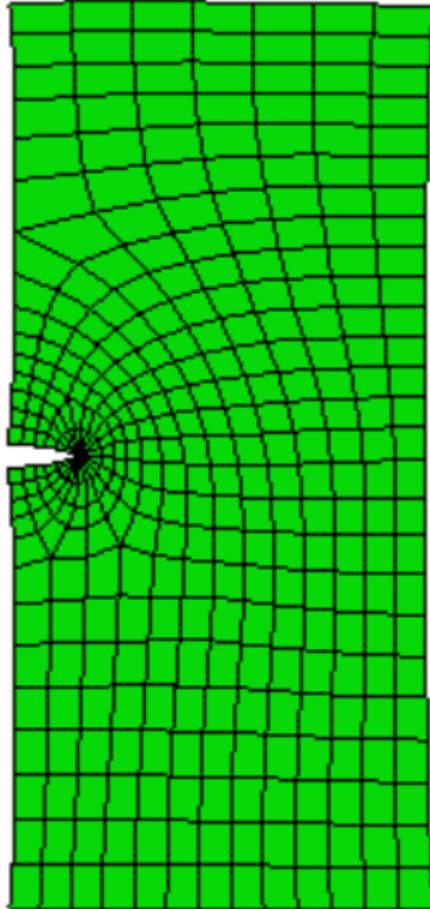
- [43] Shih, C.F., DeLorenzi, H.G. and German, M.D. Crack extension modeling with singular quadratic isoparametric elements. *International Journal of Fracture* 12, 647-651. (1976).
- [44] Mueller, R., Maugin, G. A. On material forces and finite element discretizations. *Computational Mechanics* 29, 52-60, (2002).
- [45] Barsoum R. S. On the use of isoparametric finite element in linear fracture mechanics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 10, N 1, p. 25-37. (1974).
- [46] Raju., I.S. et Newman., J.C. Stress intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol.11 pp. 817-829, (1979).
- [47]Ioakimidis., N.I. A new singular integral equation for the classical crack problem inplane and antiplane elasticity, *Int. J. of Fracture*, 21. pp 115-122. (1983).
- [48] Hong., H.K. and Chen., J.T. Derivations of integral equations of elasticity, *Journal of Engineering Mechanics*, 114 pp1028-1044. (1988).
- [49] Portela., A. Aliabadi., M.H. and Rooke., D.P. "The dual boundary element method : Effective implementation for crack problem." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 pp.1269-1287. (1991).
- [50] Yan., A.M. and Nguyen-Dang., H. Multiple-cracked fatigue crack growth by BEM, *Computational Mechanics*, 16 pp. 273-280. (1995).
- [51] Mi., Y. and Aliabadi., M.H. Three-dimensional crack growth simulation using BEM, *Computers and Structures*, 52 pp. 871-878. (1993).
- [52] Blandford., G. E. Ingraffea., A. R. and Liggett., J. A. "Two-dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, no. 3, pp. 387-404, (1981).
- [53]Sollero., P. and Aliabadi., M. H. "Fracture mechanics analysis of anisotropic plates by the boundary element method," *International Journal of Fracture*, vol. 64, N. 4, pp. 269-284, (1993).
- [54]Libatskii., L. L. and Kovchik., S. E. "Fracture of discs containing cracks," *Soviet Materials Science*, vol. 3, no. 4, pp. 334-339, (1967).
- [55]Dacheng., S. An application of the boundary element method to the fatigue crack propagation in a cracked heterogeneous body, *Engineering Fracture Mechanics* Vol 56, N 6, pp 839-840. April (1997).
- [56] Dufлот., M. Application des méthodes sans maillage en mécanique de la rupture. Thèse de doctorat, Université de Liège, 2004Y. Chuzel, INSA de Lyon, (2008).
- [57] Duarte, C., Hamzeh, O., Liszka, T., Tworzydło., W. A generalized finite element method for the simulation of three-dimensional dynamic crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190, 2227-2262. (2001).

- [58] Moës, N., Gravouil, A., Belytschko., T. Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets - Part I : Mechanical model. *Int. J. Numer. Meth. Engng* 53, 2549-2568. (2002).
- [59] Gravouil, A., Moës, N., Belytschko., T. Non- planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets - Part II : Level set update. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53, 2569 -2586. (2002).
- [60] Dolbow, J., Moës, N., Belytschko., T. An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190 (51), 6825-6846. (2001).
- [61] Moës., N., Belytschko., T. extended finite element method for modeling crack growth. *Engineering Fracture Mechanics* 69(7), 813-833. (2002).
- [62] Réthoré., J. Méthodes éléments finis étendus en espace et en temps : Application à la propagation dynamique des fissures. Ph. D. thesis, INSA-LYON. (2005).
- [63] Réthoré, J., Gravouil, A., Combescure., A. A stable numerical scheme for the finite element simulation of dynamic crack propagation with remeshing. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 (42-44), 4493-4510. (2004).
- [64] Réthoré, J., Gravouil, A., Combescure., A. A combined space-time extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 64, 260-284. (2005a).
- [65] Réthoré, J., Gravouil, A., Combescure., A. An energy conserving scheme for dynamic crack growth with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63, 631- 659. (2005b).
- [66] Grégoire, D., Maigre, H., Réthoré, J., Combescure., A. Dynamic crack propagation under mixed-mode loading - Comparison between experiments and X-FEM simulation. *International Journal of Solids and Structures* 44(20), 6517- 6534. (2007).
- [67] Moës, N., Dolbow, J., Belytschko., T. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46, 131-150. (1999).
- [68] Belytschko, T., Black., T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45 (5), 601-620. (1999).
- [69] Bentahar, M., Etude et Modélisation de Propagation de Fissure en Eléments Finis en Deux Dimensions [Study and Modelling of Crack Propagation in Finite Elements in Two Dimensions], PhD thesis, National Polytechnic School of Oran, Oran, 2017 [in French].
- [70] Bentahar, M., Benzaama, H., Bentoumi M., and Mouktari, M. A new automated stretching finite element method for 2D crack propagation, *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (JTAM)*, Vol 55,3, pp. 869-881, Warsaw 2017, DOI:10.15632/jtam-pl.55.3.869. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl.55.3.869>.

- [71] Courtin, S., Propagation de fissures de fatigue dans une géométrie de gorge de vilebrequin en présence de contraintes résiduelles de galetage, thèse de doctorat, Université de Poitiers, Poitiers, France (2004).
- [72] Brennan, F. P., Ngiam, S. S. and Lee, C. W. An experimental and analytical study of fatigue crack shape control by cold working. *Engineering Fracture Mechanics* ; 75 (3-4) : pp. 355-363, (2008).
- [73] Toribio, J., Matos, J. C., Gonzalez, B. Escudra, J. Numerical modelling of crack shape evolution for surface flaws in round bars under tensile loading. *Engineering Failure Analysis* (2008).
- [74] Branco, R. Antunes, F. V. Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. *Engineering Fracture Mechanics* ; 75 (10) : pp. 3020-3037, (2008).
- [75] Gardin, C., Courtin, S., Bezine, G., Bertheau, D., and Benhadj Hamouda, H. Numerical simulation of fatigue crack propagation in compressive residual stress fields of notched round bars. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* ; 30 (3) : pp. 231-242, (2007).
- [76] Lin, X. B. and Smith, R. A. Shape evolution of surface cracks in fatigued round bars with a semicircular circumferential notch. *International Journal of Fatigue* ; 21 (9) : pp. 965-973, (1999).
- [77] Richard, H. A. Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen. VDI-Forschungsheft 631. VDI-Verlag, Düsseldorf, (1985).
- [78] Osher S, Sethian J. "Fronts propagating with curvature dependent speed, algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations". *J computphys*; 1988. 71(1):12-49.
- [79] Ewalds H., Wanhill R., *Fracture Mechanics*, New York : Edward Arnold, (1989)
- [80] Tada H.P., Irwin G.R., *the Stress Analysis of Cracks Handbook*, Paris Productions Incorporated, (1985).
- [81] Saverio, F., Modélisation tridimensionnelle de la fermeture induite par plasticité lors de la propagation d'une fissure de fatigue dans l'acier 304L thèse de doctorat, l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique. Soutenue le 24/11/2014.

ANNEXES

ANNEXE (A)



a) fissure initiale de $\alpha=0^\circ$

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x

Date 11-juin-2025 Time 17:35:15

For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

The Abaqus Software is a product of:
Dassault Systemes SIMULIA Corp.
1301 Atwood Avenue, Suite 101W
Johnston, RI 02919, USA

The Abaqus Software is available only under license from Dassault Systemes or its subsidiary and may be used or reproduced only in accordance with the terms of such license.

On machine DESKTOP-9222D5A
you are authorized to run
Abaqus/Standard until 31-Dec-2055
Your site id is:

For assistance or any other information you may obtain contact information for your local office from the world wide web at:

<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>

* * * * *
* * * * *
* * * * *
* * * * *
* * * * *

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x *

BUILD ID: 2016_09_27-23.54.59 126836 *

* Please make sure you are using *
* release 3DEXPERIENCE R2017x manuals *
* plus the notes accompanying this release. *
* * * * *

PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION

END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION

*contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR,
contours=5, cracktipnodes

OPTIONS BEING PROCESSED

*Heading

*Node

*Element, type=CPS4

*Nset, nset=ASSEMBLY_CRACK-1_PICKEDSET3

*Elset, elset=ASSEMBLY_CRACK-1_PICKEDSET3

*Nset, nset=ASSEMBLY_PICKEDSET5

*Nset, nset=ASSEMBLY_PICKEDSET6

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET7
 *Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET8
 *Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET7
 *Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET8
 *Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSURF9_S3
 *material, name=Alliage d'Aluminium
 *elastic
 *solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3, material=Alliage d'Aluminium
 *solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3, material=Alliage d'Aluminium
 *surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF9
 *surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF9
 *boundary
 *boundary
 *boundary
 *boundary
 *surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF9
 *output, field
 *output, history, frequency=0
 *elementoutput, directions=YES
 *output, field
 *output, history, frequency=0
 *elementoutput, directions=YES
 *output, field
 *output, history, frequency=0
 *elementoutput, directions=YES

ELEMENT QUALITY CHECKS

*****NOTES: DISTORTED ISOPARAMETRIC ELEMENTS: ANGLE BETWEEN ISOPARAMETRIC LINES**

IS LESS THAN 45 DEGREES OR GREATER THAN 135 DEGREES.

TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE: VOLUME OF TETRAHEDRON DIVIDED BY THE VOLUME OF EQUILATERAL TETRAHEDRON WITH SAME CIRCUMSPHERE RADIUS; 0 FOR DEGENERATE TETRAHEDRON AND 1 FOR EQUILATERAL TETRAHEDRON. IT IS RECOMMENDED THAT THE TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE BE GREATER

THAN

0.02, THE MIN INTERIOR (DIHEDRAL) ANGLE BE GREATER THAN 10 DEGREES, AND THE MAX INTERIOR (DIHEDRAL) ANGLE BE LESS THAN 160 DEGREES.

MODIFIED TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE: ANGLES BETWEEN THE TWO LINE SEGMENTS ON EACH EDGE; THE EDGES OF MODIFIED TETRAHEDRAL SHOULD BE AS STRAIGHT AS POSSIBLE. IT IS RECOMMENDED THAT THE ANGLE BETWEEN THE TWO LINE SEGMENTS ON EACH EDGE IS BETWEEN 160 AND 180 DEGREES.

TRIANGULAR QUALITY MEASURE: AREA OF TRIANGLE DIVIDED BY THE AREA OF EQUILATERAL TRIANGLE WITH SAME CIRCUMCIRCLE RADIUS; 0 FOR DEGENERATE TRIANGLE AND 1 FOR EQUILATERAL TRIANGLE. IT IS RECOMMENDED THAT THE TRIANGULAR QUALITY MEASURE BE GREATER THAN 0.01, THE MIN INTERIOR ANGLE BE GREATER THAN 10 DEGREES, AND THE MAX INTERIOR ANGLE BE LESS THAN 160 DEGREES.

NODAL ADJUSTMENTS ARISING FROM CONTACT INTERACTIONS AND/OR TIE CONSTRAINTS CAN CAUSE SEVERE ELEMENT DISTORTION. IT MAY BE NECESSARY TO REMESH IN ORDER TO REDUCE THE AMOUNT OF ADJUSTMENT.

*****WARNING: 1 elements are distorted. Either the isoparametric angles are out of the suggested limits or the triangular or tetrahedral quality measure is bad. The elements have been identified in element set**

WarnElemDistorted.

Distorted isoparametric elements

Element	Min/max angle	Adjusted nodes
---------	---------------	----------------

CRACK-1.184	41.4509	NO
-------------	---------	----

*Step, name=Step-1, nlgeom=YES

*output, field

*output, history, frequency=0

*Step, name=Step-1, nlgeom=YES

*Step, name=Step-1, nlgeom=YES

*static, stabilize=0.0002, allsdto1=0.05, continue=NO

*dsload

*output, field

*nodeoutput

*elementoutput, directions=YES

*contactoutput

*output, history, frequency=0

*endstep

***WARNING: OUTPUT REQUEST V IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS

***WARNING: OUTPUT REQUEST VT IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS

***WARNING: THE REQUEST FOR MISES OUTPUT WILL BE REPLACED BY A REQUEST FOR

S

OUTPUT

***WARNING: OUTPUT VARIABLE ALPHAN HAS NO COMPONENTS IN THIS ANALYSIS FOR
ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST CS11 IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST CTSHR IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST PE IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST PEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST PEMAG IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SEPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST TRIAX IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST TSHR IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST VE IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST VEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST VS IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR
ELEMENT

TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST ESF1 IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SALPHA IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SEE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

***WARNING: OUTPUT REQUEST SEP IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4
 ***WARNING: OUTPUT REQUEST SF IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4
 ***WARNING: OUTPUT REQUEST SSAVG IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4
 ***WARNING: OUTPUT REQUEST NFORCSO IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4

*boundary
 *boundary
 *Step, name=Step-1, nlgeom=YES
 *static, stabilize=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
 *contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR,
 contours=5, cracktipnodes

***WARNING: K FACTORS OUTPUT HAS BEEN REQUESTED IN A LARGE DEFORMATION
 (*STEP,
 NLGEOM) ANALYSIS. THE RESULTS MIGHT NOT BE ACCURATE.

*endstep
 ***WARNING: Boundary conditions are specified on inactive dof of 1 nodes. The
 nodes have been identified in node set WarnNodeBCInactiveDof.

- (RAMP) OR (STEP) - INDICATE USE OF DEFAULT AMPLITUDES ASSOCIATED WITH THE
 STEP

PROBLEM SIZE

NUMBER OF ELEMENTS IS 361
 NUMBER OF NODES IS 394
 NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER 394
 TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 788
 (DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER
 VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)

END OF USER INPUT PROCESSING

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 0.10000
 SYSTEM TIME (SEC) = 0.10000
 TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.20000
 WALLCLOCK TIME (SEC) = 1

1

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x Date 11-juin-2025 Time 17:35:21
 For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1
 TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

STEP 1 STATIC ANALYSIS

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.000E-02
 AND A TOTAL TIME PERIOD OF 20.0
 THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 2.000E-04
 THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE

ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH
 INITIAL DISSIPATED ENERGY FRACTION = 2.000E-04

LARGE DISPLACEMENT THEORY WILL BE USED

MEMORY ESTIMATE

PROCESS	FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION	MINIMUM MEMORY REQUIRED (MB)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MB)
---------	--	------------------------------------	-----------------------------------

1	7.17E+005	17	24
---	-----------	----	----

NOTE:

- (1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS, THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.
- (2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.
- (3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.
- (4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION, SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE PRINTED HERE.
- (5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.
- (6) USING "*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.
- INCREMENT 1 SUMMARY
TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 5.000E-04

STEP TIME COMPLETED 1.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 1.000E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 0.1374 0.1496 0.1509 0.1510 0.1513
K2: -1.0171E-03 -9.5482E-04 -8.0816E-04 -5.9788E-04 -4.0427E-04
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 2.3914E-05 2.8338E-05 2.8806E-05 2.8854E-05 2.8978E-05

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 2 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.000E-03

STEP TIME COMPLETED 2.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 2.000E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 0.2854 0.3107 0.3132 0.3133 0.3139
K2: -2.4040E-03 -2.3468E-03 -2.0964E-03 -1.7352E-03 -1.4485E-03
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 1.0311E-04 1.2217E-04 1.2415E-04 1.2429E-04 1.2470E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 3 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.500E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.750E-03

STEP TIME COMPLETED 3.500E-02, TOTAL TIME COMPLETED 3.500E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 0.5047 0.5494 0.5538 0.5541 0.5550
K2: -4.3067E-03 -4.2476E-03 -3.8428E-03 -3.2596E-03 -2.8351E-03
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 3.2252E-04 3.8210E-04 3.8825E-04 3.8862E-04 3.8989E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 4 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 2.250E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 2.875E-03

STEP TIME COMPLETED 5.750E-02, TOTAL TIME COMPLETED 5.750E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 0.8333 0.9070 0.9142 0.9146 0.9162
K2: -7.1905E-03 -7.1272E-03 -6.4770E-03 -5.5578E-03 -4.9253E-03
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 8.7893E-04 1.0413E-03 1.0580E-03 1.0590E-03 1.0625E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 5 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 3.375E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 4.562E-03
STEP TIME COMPLETED 9.125E-02, TOTAL TIME COMPLETED 9.125E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 1.326 1.443 1.455 1.455 1.458
K2: -1.1660E-02 -1.1596E-02 -1.0549E-02 -9.1171E-03 -8.1687E-03
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 2.2255E-03 2.6367E-03 2.6790E-03 2.6815E-03 2.6905E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 6 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 5.063E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 7.094E-03
STEP TIME COMPLETED 0.142 , TOTAL TIME COMPLETED 0.142

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 2.065 2.247 2.265 2.266 2.270
K2: -1.8685E-02 -1.8637E-02 -1.6931E-02 -1.4708E-02 -1.3278E-02
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 5.3964E-03 6.3940E-03 6.4967E-03 6.5027E-03 6.5247E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 7 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 7.594E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.089E-02
STEP TIME COMPLETED 0.218 , TOTAL TIME COMPLETED 0.218

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 3.172 3.453 3.481 3.483 3.489
K2: -2.9933E-02 -2.9953E-02 -2.7115E-02 -2.3661E-02 -2.1491E-02
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 1.2740E-02 1.5097E-02 1.5340E-02 1.5354E-02 1.5407E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 8 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.114 , FRACTION OF STEP COMPLETED 1.659E-02
STEP TIME COMPLETED 0.332 , TOTAL TIME COMPLETED 0.332

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 4.808 5.261 5.304 5.306 5.316
K2: -7.6118E-02 -4.8616E-02 -4.3761E-02 -3.8360E-02 -3.5042E-02
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 2.9273E-02 3.5043E-02 3.5609E-02 3.5644E-02 3.5767E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 9 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.171 , FRACTION OF STEP COMPLETED 2.513E-02
STEP TIME COMPLETED 0.503 , TOTAL TIME COMPLETED 0.503

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 7.284 7.971 8.036 8.040 8.054
K2: -0.1157 -8.0374E-02 -7.1792E-02 -6.3249E-02 -5.8125E-02
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 6.7186E-02 8.0441E-02 8.1748E-02 8.1834E-02 8.2122E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 10 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.256 , FRACTION OF STEP COMPLETED 3.794E-02
STEP TIME COMPLETED 0.759 , TOTAL TIME COMPLETED 0.759

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 10.99 12.03 12.13 12.14 12.16
K2: -0.1753 -0.1364 -0.1207 -0.1069 -9.8909E-02
MERR DIRECTION (DEG): 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 0.1530 0.1833 0.1863 0.1865 0.1872

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 11 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.384 , FRACTION OF STEP COMPLETED 5.717E-02
STEP TIME COMPLETED 1.14 , TOTAL TIME COMPLETED 1.14

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-4- K1: 16.29 18.11 18.26 18.28 18.31
K2: -0.5442 -0.2387 -0.2090 -0.1865 -0.1738
MERR DIRECTION (DEG): 4.464 0.000 0.000 0.000 0.000
J from Ks: 0.3362 0.4154 0.4223 0.4228 0.4244

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-4- ASSEMBLY_PICKEDSET5

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

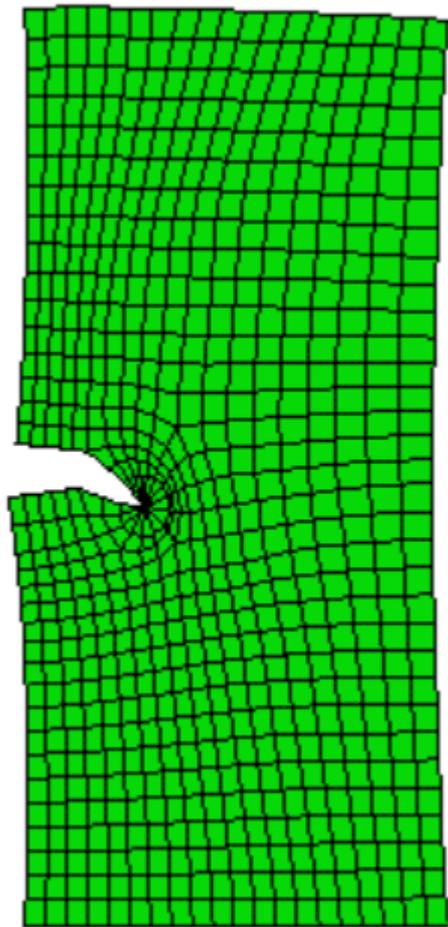
ANALYSIS COMPLETE

WITH 27 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 1.6000
SYSTEM TIME (SEC) = 0.50000
TOTAL CPU TIME (SEC) = 2.1000
WALLCLOCK TIME (SEC) = 4

ANNEXE (B)



b) fissure inclinée de $\alpha=30^\circ$


```

*contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR,
contours=5, cracktipnodes
  OPTIONS BEING PROCESSED
  *****
*Heading
*Node
*Element, type=CPS4
*Nset, nset=ASSEMBLY_CRACK_2-1__PICKEDSET3
*Elset, elset=ASSEMBLY_CRACK_2-1__PICKEDSET3
*Nset, nset=ASSEMBLY_SET-46
*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET36
*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET37
*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET52
*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET53
*Elset, elset=ASSEMBLY_SET-46
*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET36
*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET37
*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSURF38_S3
*material, name=Alliaged'Aluminium
*elastic
*solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK_2-1__PICKEDSET3, material=Alliaged'Aluminium
*solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK_2-1__PICKEDSET3, material=Alliaged'Aluminium
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF38
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF38
*boundary
*boundary
*boundary
*boundary
*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF38
*output, field
*output, history, frequency=0
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, frequency=0
*elementoutput, directions=YES
*output, field
*output, history, frequency=0
*elementoutput, directions=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*output, field
*output, history, frequency=0
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*static, stabilize=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*dsload
*output, field
*nodeoutput
*elementoutput, directions=YES
*contactoutput
*output, history, frequency=0
*endstep
***WARNING: OUTPUT REQUEST V IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS
***WARNING: OUTPUT REQUEST VT IS NOT AVAILABLE FOR THIS TYPE OF ANALYSIS
***WARNING: THE REQUEST FOR MISES OUTPUT WILL BE REPLACED BY A REQUEST FOR
S

```

OUTPUT

*****WARNING: OUTPUT VARIABLE ALPHAN HAS NO COMPONENTS IN THIS ANALYSIS FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST CS11 IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST CTSHR IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST PE IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST PEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST PEMAG IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SEPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SPE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST TRIAX IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST TSHR IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST VE IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST VEEQ IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST VS IS NOT AVAILABLE FOR THE MATERIAL FOR ELEMENT**

TYPE CPS4

*****WARNING: OUTPUT REQUEST ESF1 IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SALPHA IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SEE IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SEP IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SF IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST SSAVG IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

*****WARNING: OUTPUT REQUEST NFORCSO IS NOT AVAILABLE FOR ELEMENT TYPE CPS4**

***boundary**

***boundary**

***Step, name=Step-1, nlgeom=YES**

***static, stabilize=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO**

***contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR,**

contours=5, cracktipnodes

*****WARNING: K FACTORS OUTPUT HAS BEEN REQUESTED IN A LARGE DEFORMATION**

(*STEP,

NLGEOM) ANALYSIS. THE RESULTS MIGHT NOT BE ACCURATE.

***endstep**

*****WARNING: Boundary conditions are specified on inactive dof of 1 nodes. The nodes have been identified in node set WarnNodeBCInactiveDof.**

- (RAMP) OR (STEP) - INDICATE USE OF DEFAULT AMPLITUDES ASSOCIATED WITH THE STEP

THE CALCULATED NODAL NORMALS ON CRACK SURFACES

4	0.25882	0.96593
5	0.50000	0.86603
96	0.0000	1.0000

97	0.0000	1.0000
98	0.50000	0.86603
744	0.50000	0.86603
745	0.50000	0.86603
746	0.25882	0.96593
747	0.0000	1.0000
748	0.0000	1.0000

PROBLEM SIZE

NUMBER OF ELEMENTS IS 696
 NUMBER OF NODES IS 751
 NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER 751
 TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 1502
 (DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER
 VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)

END OF USER INPUT PROCESSING

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 0.10000
 SYSTEM TIME (SEC) = 0.0000
 TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.10000
 WALLCLOCK TIME (SEC) = 0

1

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x Date 13-juin-2025 Time 16:28:09
 For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1

TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

STEP 1 STATIC ANALYSIS

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.000E-02
 AND A TOTAL TIME PERIOD OF 20.0
 THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 2.000E-04
 THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE

ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH

INITIAL DISSIPATED ENERGY FRACTION = 2.000E-04

LARGE DISPLACEMENT THEORY WILL BE USED

MEMORY ESTIMATE

PROCESS	FLOATING PT OPERATIONS PER ITERATION	MINIMUM MEMORY REQUIRED (MB)	MEMORY TO MINIMIZE I/O (MB)
1	2.29E+006	17	25

NOTE:

(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,

THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST

KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.

(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE

ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN

INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.

(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE

CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR

PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN

THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL

CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC

ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.

(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING

POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION, SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE

PRINTED HERE.

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF

THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE

THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK

SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE

I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL

MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK

USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY

MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE

BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE

ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "*RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

INCREMENT 1 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 5.000E-04

STEP TIME COMPLETED 1.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 1.000E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 9.9319E-02 0.1241 0.1260 0.1286 0.1301

K2: -5.9895E-02 -2.4250E-03 1.1184E-02 3.2532E-02 4.8247E-02

MERR DIRECTION (DEG): 46.40 1.368 -10.01 -26.10 -34.85

J from Ks: 1.7027E-05 1.9495E-05 2.0250E-05 2.2258E-05 2.4376E-05

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 2 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.000E-03
 STEP TIME COMPLETED 2.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 2.000E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
 NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 0.2072 0.2592 0.2633 0.2688 0.2721

K2: -0.1246 -3.9520E-03 2.4773E-02 6.9704E-02 0.1028

MERR DIRECTION (DEG): 46.33 0.000 -10.51 -26.64 -35.28

J from Ks: 7.3981E-05 8.5048E-05 8.8514E-05 9.7599E-05 1.0714E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 3 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.500E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.750E-03
 STEP TIME COMPLETED 3.500E-02, TOTAL TIME COMPLETED 3.500E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
 NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 0.3665 0.4585 0.4657 0.4755 0.4814

K2: -0.2203 -6.9271E-03 4.3896E-02 0.1234 0.1820

MERR DIRECTION (DEG): 46.33 0.000 -10.55 -26.64 -35.32

J from Ks: 2.3149E-04 2.6617E-04 2.7701E-04 3.0542E-04 3.3527E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 4 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 2.250E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 2.875E-03
 STEP TIME COMPLETED 5.750E-02, TOTAL TIME COMPLETED 5.750E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
 NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 0.6050 0.7569 0.7688 0.7848 0.7946

K2: -0.3637 -1.1440E-02 7.2503E-02 0.2037 0.3006

MERR DIRECTION (DEG): 46.33 0.000 -10.55 -26.64 -35.32

J from Ks: 6.3073E-04 7.2529E-04 7.5483E-04 8.3225E-04 9.1361E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 5 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 3.375E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 4.562E-03
 STEP TIME COMPLETED 9.125E-02, TOTAL TIME COMPLETED 9.125E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
 NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 0.9621 1.204 1.223 1.248 1.264

K2: -0.5788 -1.8302E-02 0.1154 0.3241 0.4783

MERR DIRECTION (DEG): 46.33 0.000 -10.55 -26.68 -35.32

J from Ks: 1.5959E-03 1.8350E-03 1.9100E-03 2.1059E-03 2.3119E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 6 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 5.063E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 7.094E-03

STEP TIME COMPLETED 0.142 , TOTAL TIME COMPLETED 0.142

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 1.497 1.873 1.903 1.943 1.967

K2: -0.9014 -2.8815E-02 0.1795 0.5045 0.7445

MERR DIRECTION (DEG): 46.37 0.000 -10.55 -26.68 -35.32

J from Ks: 3.8644E-03 4.4431E-03 4.6252E-03 5.1001E-03 5.5994E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 7 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 7.594E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.089E-02

STEP TIME COMPLETED 0.218 , TOTAL TIME COMPLETED 0.218

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 2.302 2.875 2.921 2.982 3.019

K2: -1.291 -4.5126E-02 0.2754 0.7745 1.143

MERR DIRECTION (DEG): 44.75 0.000 -10.55 -26.68 -35.35

J from Ks: 8.8169E-03 1.0464E-02 1.0896E-02 1.2016E-02 1.3194E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 8 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.114 , FRACTION OF STEP COMPLETED 1.659E-02

STEP TIME COMPLETED 0.332 , TOTAL TIME COMPLETED 0.332

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 3.498 4.371 4.442 4.536 4.593

K2: -1.971 -7.0960E-02 0.4183 1.178 1.739

MERR DIRECTION (DEG): 44.82 0.000 -10.51 -26.68 -35.35

J from Ks: 2.0407E-02 2.4195E-02 2.5202E-02 2.7798E-02 3.0528E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 9 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.171 , FRACTION OF STEP COMPLETED 2.513E-02

STEP TIME COMPLETED 0.503 , TOTAL TIME COMPLETED 0.503

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 5.280 6.603 6.712 6.854 6.941

K2: -2.994 -0.1132 0.6302 1.780 2.629

MERR DIRECTION (DEG): 45.00 0.000 -10.51 -26.68 -35.35
J from Ks: 4.6639E-02 5.5207E-02 5.7536E-02 6.3476E-02 6.9729E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 10 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.256 , FRACTION OF STEP COMPLETED 3.794E-02
STEP TIME COMPLETED 0.759 , TOTAL TIME COMPLETED 0.759

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 7.925 9.921 10.09 10.30 10.44
K2: -4.537 -0.1857 0.9412 2.673 3.953

MERR DIRECTION (DEG): 45.22 0.9000 -10.44 -26.64 -35.35

J from Ks: 0.1056 0.1246 0.1300 0.1434 0.1576

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

INCREMENT 11 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.384 , FRACTION OF STEP COMPLETED 5.717E-02
STEP TIME COMPLETED 1.14 , TOTAL TIME COMPLETED 1.14

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-7- K1: 11.83 14.83 15.09 15.42 15.62
K2: -6.868 -0.3177 1.390 3.989 5.911

MERR DIRECTION (DEG): 45.54 2.088 -10.33 -26.60 -35.32

J from Ks: 0.2368 0.2785 0.2908 0.3210 0.3530

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-7- ASSEMBLY_PICKEDSET52

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

ANALYSIS COMPLETE

WITH 26 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE

JOB TIME SUMMARY

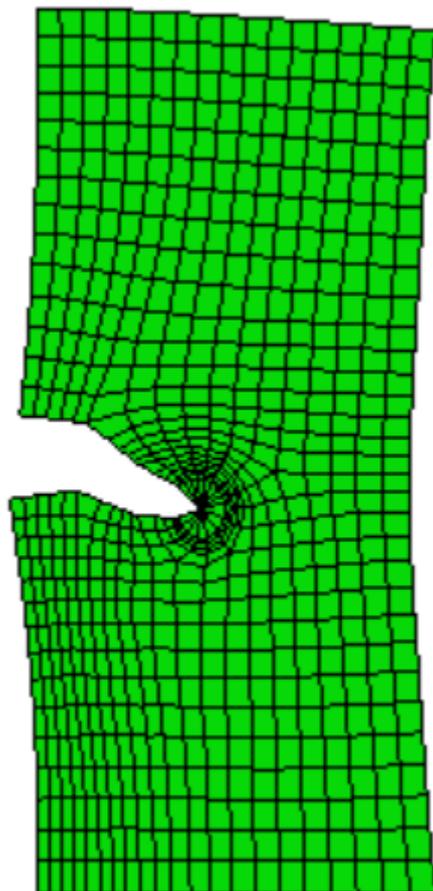
USER TIME (SEC) = 2.1000

SYSTEM TIME (SEC) = 0.60000

TOTAL CPU TIME (SEC) = 2.7000

WALLCLOCK TIME (SEC) = 4

ANNEXE (C)



c) fissure inclinée de $\alpha=15^\circ$

1

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x Date 13-juin-2025 Time 17:12:14
For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

The Abaqus Software is a product of:
Dassault Systemes SIMULIA Corp.
1301 Atwood Avenue, Suite 101W
Johnston, RI 02919, USA

The Abaqus Software is available only under license
from Dassault Systemes or its subsidiary and may be
used or reproduced only in accordance with the terms
of such license.

On machine DESKTOP-9222D5A
you are authorized to run
Abaqus/Standard until 31-Dec-2055
Your site id is:

For assistance or any other information you may
obtain contact information for your local office
from the world wide web at:
<http://www.3ds.com/products/simulia/locations/>

```

*****
*                                     *
*                                     *
*          *****                   *
*          * NOTICE *                 *
*          *****                   *
*                                     *
*                                     *
*          Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x   *
*                                     *
*          BUILD ID: 2016_09_27-23.54.59 126836 *
*                                     *
*                                     *
* Please make sure you are using      *
* release 3DEXPERIENCE R2017x manuals *
* plus the notes accompanying this release. *
*                                     *
*                                     *
*                                     *
*****

```

PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION

END PROCESSING PART, INSTANCE, AND ASSEMBLY INFORMATION

*contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR, contours=5,
cracktipnodes

OPTIONS BEING PROCESSED

*Heading

*Node

*Element, type=CPS4

*Nset, nset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3

*Elset, elset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET32

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET33

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET5

*Nset, nset=ASSEMBLY__PICKEDSET6

*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET32

*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSET33

*Elset, elset=ASSEMBLY__PICKEDSURF10_S3

*material, name=Alliaged'Aluminium

*elastic

*solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3, material=Alliaged'Aluminium

*solidsection, elset=ASSEMBLY_CRACK-1__PICKEDSET3, material=Alliaged'Aluminium

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF10

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF10

*boundary

*boundary

*boundary

*boundary

*surface, type=ELEMENT, name=ASSEMBLY__PICKEDSURF10

*output, field, variable=PRESELECT

*output, history, frequency=0

*output, field, variable=PRESELECT

*output, history, frequency=0

*output, field, variable=PRESELECT

*output, history, frequency=0

ELEMENT QUALITY CHECKS

***NOTES: DISTORTED ISOPARAMETRIC ELEMENTS: ANGLE BETWEEN ISOPARAMETRIC LINES IS LESS THAN 45 DEGREES OR GREATER THAN 135 DEGREES.

TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE: VOLUME OF TETRAHEDRON DIVIDED BY THE VOLUME OF EQUILATERAL TETRAHEDRON WITH SAME CIRCUMSPHERE RADIUS; 0 FOR DEGENERATE TETRAHEDRON AND 1 FOR EQUILATERAL TETRAHEDRON. IT IS RECOMMENDED THAT THE TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE BE GREATER THAN 0.02, THE MIN INTERIOR (DIHEDRAL) ANGLE BE GREATER THAN 10 DEGREES, AND THE MAX INTERIOR (DIHEDRAL) ANGLE BE LESS THAN 160 DEGREES.

MODIFIED TETRAHEDRAL QUALITY MEASURE: ANGLES BETWEEN THE TWO LINE SEGMENTS ON EACH EDGE; THE EDGES OF MODIFIED TETRAHEDRAL SHOULD BE AS STRAIGHT AS POSSIBLE. IT IS RECOMMENDED THAT THE ANGLE BETWEEN THE TWO LINE SEGMENTS ON EACH EDGE IS BETWEEN 160 AND 180 DEGREES.

TRIANGULAR QUALITY MEASURE: AREA OF TRIANGLE DIVIDED BY THE AREA OF EQUILATERAL TRIANGLE WITH SAME CIRCUMCIRCLE RADIUS; 0 FOR DEGENERATE TRIANGLE AND 1 FOR EQUILATERAL TRIANGLE. IT IS RECOMMENDED THAT THE TRIANGULAR QUALITY MEASURE BE GREATER THAN 0.01, THE MIN INTERIOR ANGLE BE GREATER THAN 10 DEGREES, AND THE MAX INTERIOR ANGLE BE LESS THAN 160 DEGREES.

NODAL ADJUSTMENTS ARISING FROM CONTACT INTERACTIONS AND/OR TIE CONSTRAINTS CAN CAUSE SEVERE ELEMENT DISTORTION. IT MAY BE NECESSARY TO REMESH IN ORDER TO REDUCE THE AMOUNT OF ADJUSTMENT.

***WARNING: 1 elements are distorted. Either the isoparametric angles are out

of the suggested limits or the triangular or tetrahedral quality measure is bad. The elements have been identified in element set WarnElemDistorted.

```

-----
Distorted isoparametric elements
  Element   Min/max angle  Adjusted nodes
-----
  CRACK-1.80   38.7928     NO
  
```

```

*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*output, field, variable=PRESELECT
*output, history, frequency=0
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*static, stabilize=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*dsload
*output, field, variable=PRESELECT
*output, history, frequency=0
*endstep
*boundary
*boundary
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES
*static, stabilize=0.0002, allsdtol=0.05, continue=NO
*contourintegral, crackname=H-OUTPUT-1_CRACK-1, type=KFACTORS, direction=MERR, contours=5,
cracktipnodes
  
```

***WARNING: K FACTORS OUTPUT HAS BEEN REQUESTED IN A LARGE DEFORMATION (*STEP, NLGEOM) ANALYSIS. THE RESULTS MIGHT NOT BE ACCURATE.

```

*endstep
***WARNING: Boundary conditions are specified on inactive dof of 1 nodes. The
nodes have been identified in node set WarnNodeBCInactiveDof.
  
```

- (RAMP) OR (STEP) - INDICATE USE OF DEFAULT AMPLITUDES ASSOCIATED WITH THE STEP THE CALCULATED NODAL NORMALS ON CRACK SURFACES

2	0.25882	0.96593
99	0.25882	0.96593
100	0.25882	0.96593
101	0.25882	0.96593
102	0.25882	0.96593
723	0.25882	0.96593
724	0.25882	0.96593
725	0.25882	0.96593
726	0.25882	0.96593
727	0.25882	0.96593

PROBLEM SIZE

```

NUMBER OF ELEMENTS IS          679
NUMBER OF NODES IS             738
NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER          738
TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL      1476
(DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER
VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)
END OF USER INPUT PROCESSING
  
```

```

JOB TIME SUMMARY
USER TIME (SEC) = 0.10000
SYSTEM TIME (SEC) = 0.10000
TOTAL CPU TIME (SEC) = 0.20000
WALLCLOCK TIME (SEC) = 1
  
```

1

Abaqus 3DEXPERIENCE R2017x Date 13-juin-2025 Time 17:12:18
 For use by Supplied by Team-SolidSQUAD under license from Dassault Systemes or its subsidiary.

STEP 1 INCREMENT 1
 TIME COMPLETED IN THIS STEP 0.00

STEP 1 STATIC ANALYSIS

AUTOMATIC TIME CONTROL WITH -

A SUGGESTED INITIAL TIME INCREMENT OF 1.000E-02

AND A TOTAL TIME PERIOD OF 20.0

THE MINIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 2.000E-04

THE MAXIMUM TIME INCREMENT ALLOWED IS 1.00

LINEAR EQUATION SOLVER TYPE DIRECT SPARSE

ADAPTIVE AUTOMATIC STABILIZATION WITH

INITIAL DISSIPATED ENERGY FRACTION = 2.000E-04

LARGE DISPLACEMENT THEORY WILL BE USED

MEMORY ESTIMATE

PROCESS FLOATING PT MINIMUM MEMORY MEMORY TO

OPERATIONS REQUIRED MINIMIZE I/O

PER ITERATION (MB) (MB)

1	2.16E+006	17	25
---	-----------	----	----

NOTE:

(1) SINCE ABAQUS DOES NOT PRE-ALLOCATE MEMORY AND ONLY ALLOCATES MEMORY AS NEEDED DURING THE ANALYSIS,

THE MEMORY REQUIREMENT PRINTED HERE CAN ONLY BE VIEWED AS A GENERAL GUIDELINE BASED ON THE BEST

KNOWLEDGE AVAILABLE AT THE BEGINNING OF A STEP BEFORE THE SOLUTION PROCESS HAS BEGUN.

(2) THE ESTIMATE IS NORMALLY UPDATED AT THE BEGINNING OF EVERY STEP. IT IS THE MAXIMUM VALUE OF THE

ESTIMATE FROM THE CURRENT STEP TO THE LAST STEP OF THE ANALYSIS, WITH UNSYMMETRIC SOLUTION TAKEN

INTO ACCOUNT IF APPLICABLE.

(3) SINCE THE ESTIMATE IS BASED ON THE ACTIVE DEGREES OF FREEDOM IN THE FIRST ITERATION OF THE

CURRENT STEP, THE MEMORY ESTIMATE MIGHT BE SIGNIFICANTLY DIFFERENT THAN ACTUAL USAGE FOR

PROBLEMS WITH SUBSTANTIAL CHANGES IN ACTIVE DEGREES OF FREEDOM BETWEEN STEPS (OR EVEN WITHIN

THE SAME STEP). EXAMPLES ARE: PROBLEMS WITH SIGNIFICANT CONTACT CHANGES, PROBLEMS WITH MODEL

CHANGE, PROBLEMS WITH BOTH STATIC STEP AND STEADY STATE DYNAMIC PROCEDURES WHERE ACOUSTIC

ELEMENTS WILL ONLY BE ACTIVATED IN THE STEADY STATE DYNAMIC STEPS.

(4) FOR MULTI-PROCESS EXECUTION, THE ESTIMATED VALUE OF FLOATING POINT OPERATIONS FOR EACH PROCESS

IS BASED ON AN INITIAL SCHEDULING OF OPERATIONS AND MIGHT NOT REFLECT THE ACTUAL FLOATING

POINT OPERATIONS COMPLETED ON EACH PROCESS. OPERATIONS ARE DYNAMICALLY BALANCED DURING EXECUTION,

SO THE ACTUAL BALANCE OF OPERATIONS BETWEEN PROCESSES IS EXPECTED TO BE BETTER THAN THE ESTIMATE

PRINTED HERE.

(5) THE UPPER LIMIT OF MEMORY THAT CAN BE ALLOCATED BY ABAQUS WILL IN GENERAL DEPEND ON THE VALUE OF

THE "MEMORY" PARAMETER AND THE AMOUNT OF PHYSICAL MEMORY AVAILABLE ON THE MACHINE. PLEASE SEE

THE "ABAQUS ANALYSIS USER'S MANUAL" FOR MORE DETAILS. THE ACTUAL USAGE OF MEMORY AND OF DISK

SPACE FOR SCRATCH DATA WILL DEPEND ON THIS UPPER LIMIT AS WELL AS THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE

I/O. IF THE MEMORY UPPER LIMIT IS GREATER THAN THE MEMORY REQUIRED TO MINIMIZE I/O, THEN THE ACTUAL

MEMORY USAGE WILL BE CLOSE TO THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" VALUE, AND THE SCRATCH DISK

USAGE WILL BE CLOSE-TO-ZERO; OTHERWISE, THE ACTUAL MEMORY USED WILL BE CLOSE TO THE PREVIOUSLY

MENTIONED MEMORY LIMIT, AND THE SCRATCH DISK USAGE WILL BE ROUGHLY PROPORTIONAL TO THE DIFFERENCE BETWEEN THE ESTIMATED "MEMORY TO MINIMIZE I/O" AND THE MEMORY UPPER LIMIT. HOWEVER ACCURATE

ESTIMATE OF THE SCRATCH DISK SPACE IS NOT POSSIBLE.

(6) USING "**RESTART, WRITE" CAN GENERATE A LARGE AMOUNT OF DATA WRITTEN IN THE WORK DIRECTORY.

INCREMENT 1 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 5.000E-04
STEP TIME COMPLETED 1.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 1.000E-02

K FACTOR ESTIMATES
CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

	1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1					
-6- K1:	0.2666	0.2940	0.2933	0.2927	0.2913
K2:	2.3636E-02	3.8815E-02	3.7708E-02	3.7255E-02	3.5141E-02
MERR DIRECTION (DEG):	-9.972	-14.51	-14.15	-14.00	-13.25
J from Ks:	9.0698E-05	1.1129E-04	1.1069E-04	1.1020E-04	1.0897E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSETS5

INCREMENT 2 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.000E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.000E-03
STEP TIME COMPLETED 2.000E-02, TOTAL TIME COMPLETED 2.000E-02

K FACTOR ESTIMATES
CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

	1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1					
-6- K1:	0.5600	0.6175	0.6161	0.6149	0.6120
K2:	4.7836E-02	7.9803E-02	7.7509E-02	7.6483E-02	7.1932E-02
MERR DIRECTION (DEG):	-9.684	-14.22	-13.82	-13.68	-12.92
J from Ks:	3.9985E-04	4.9065E-04	4.8812E-04	4.8600E-04	4.8064E-04

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSETS5

INCREMENT 3 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 1.500E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.750E-03
STEP TIME COMPLETED 3.500E-02, TOTAL TIME COMPLETED 3.500E-02

K FACTOR ESTIMATES
CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

	1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1					
-6- K1:	0.9782	1.090	1.088	1.086	1.081
K2:	7.6674E-02	0.1411	0.1370	0.1352	0.1271
MERR DIRECTION (DEG):	-9.000	-14.22	-13.86	-13.68	-12.92
J from Ks:	1.2187E-03	1.5299E-03	1.5221E-03	1.5154E-03	1.4988E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSETS5

INCREMENT 4 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 2.250E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 2.875E-03
STEP TIME COMPLETED 5.750E-02, TOTAL TIME COMPLETED 5.750E-02

K FACTOR ESTIMATES
CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

	1	2	3	4	5
H-OUTPUT-1_CRACK-1					
-6- K1:	1.613	1.798	1.794	1.791	1.782
K2:	0.1273	0.2335	0.2269	0.2238	0.2104
MERR DIRECTION (DEG):	-9.072	-14.29	-13.90	-13.75	-13.00

J from Ks: 3.3154E-03 4.1615E-03 4.1401E-03 4.1222E-03 4.0768E-03

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 5 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 3.375E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 4.562E-03

STEP TIME COMPLETED 9.125E-02, TOTAL TIME COMPLETED 9.125E-02

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 2.565 2.853 2.853 2.847 2.834

K2: 0.2046 0.3562 0.3630 0.3580 0.3367

MERR DIRECTION (DEG): -9.144 -13.72 -14.00 -13.82 -13.07

J from Ks: 8.3839E-03 1.0465E-02 1.0468E-02 1.0422E-02 1.0308E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 6 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 5.063E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 7.094E-03

STEP TIME COMPLETED 0.142, TOTAL TIME COMPLETED 0.142

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 3.908 4.439 4.438 4.430 4.409

K2: 0.2611 0.5597 0.5700 0.5621 0.5289

MERR DIRECTION (DEG): -7.956 -13.86 -14.11 -13.97 -13.18

J from Ks: 1.9417E-02 2.5339E-02 2.5346E-02 2.5236E-02 2.4958E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 7 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 7.594E-02, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.089E-02

STEP TIME COMPLETED 0.218, TOTAL TIME COMPLETED 0.218

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 6.000 6.813 6.812 6.799 6.767

K2: 0.4136 0.8714 0.8869 0.8744 0.8232

MERR DIRECTION (DEG): -8.136 -14.08 -14.33 -14.15 -13.39

J from Ks: 4.5780E-02 5.9718E-02 5.9735E-02 5.9479E-02 5.8824E-02

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 8 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.114, FRACTION OF STEP COMPLETED 1.659E-02

STEP TIME COMPLETED 0.332, TOTAL TIME COMPLETED 0.332

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS

NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 9.130 10.36 10.36 10.34 10.29

K2: 0.6565 1.352 1.375 1.355 1.277

MERR DIRECTION (DEG): -8.424 -14.36 -14.58 -14.40 -13.64

J from Ks: 0.1061 0.1383 0.1383 0.1377 0.1362

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKEDSET5

INCREMENT 9 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.171 , FRACTION OF STEP COMPLETED 2.513E-02
STEP TIME COMPLETED 0.503 , TOTAL TIME COMPLETED 0.503

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 13.81 15.67 15.67 15.64 15.57
K2: 1.049 2.100 2.132 2.101 1.982

MERR DIRECTION (DEG): -8.784 -14.76 -14.98 -14.80 -14.00

J from Ks: 0.2427 0.3163 0.3164 0.3151 0.3117

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 10 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.256 , FRACTION OF STEP COMPLETED 3.794E-02
STEP TIME COMPLETED 0.759 , TOTAL TIME COMPLETED 0.759

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 20.57 23.58 23.58 23.53 23.43
K2: 1.531 3.272 3.315 3.264 3.084

MERR DIRECTION (DEG): -8.640 -15.26 -15.48 -15.26 -14.47

J from Ks: 0.5384 0.7171 0.7175 0.7146 0.7068

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKedSET5

INCREMENT 11 SUMMARY

TIME INCREMENT COMPLETED 0.384 , FRACTION OF STEP COMPLETED 5.717E-02
STEP TIME COMPLETED 1.14 , TOTAL TIME COMPLETED 1.14

K FACTOR ESTIMATES

CRACK CRACKFRONT CONTOURS
NAME NODE SET

1 2 3 4 5

H-OUTPUT-1_CRACK-1

-6- K1: 30.87 35.34 35.34 35.29 35.13
K2: 2.573 5.117 5.173 5.089 4.816

MERR DIRECTION (DEG): -9.468 -15.91 -16.09 -15.88 -15.08

J from Ks: 1.214 1.614 1.615 1.609 1.592

LABELS REFERENCED IN THE ABOVE TABLE

-6- ASSEMBLY_PICKedSET5

THE ANALYSIS HAS BEEN COMPLETED

ANALYSIS COMPLETE

WITH 3 WARNING MESSAGES ON THE DAT FILE

JOB TIME SUMMARY

USER TIME (SEC) = 1.9000

SYSTEM TIME (SEC) = 0.40000

TOTAL CPU TIME (SEC) = 2.3000

WALLCLOCK TIME (SEC) = 4