

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République algérienne démocratique et populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'enseignement supérieure et la recherche scientifique

جامعة الدكتور مولاي الطاهر - سعيدة



Faculté de technologie

Département de Génie Civil et Hydraulique

PROJET FIN DE CYCLE

Mémoire présenté en vue de l'obtention Du diplôme de Master en : Génie Civil

Option : structures

Contribution à l'homogénéisation numérique des matériaux cellulaire

Présenter par :

- Rahmani ben amer
- Yatim Aimene Zineeddine

Soutenu le 19/06/2023 devant le jury composé de :

M.HAMID SELLAF

Président

M^{elle}. NOUR EL HOUDA DAOUDI

Encadreure

M.BENNOUN MOHAMED

Examineur

Année universitaire 2022-2023

Remerciement

On remercie dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volenté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Tout d'abord ce travail ne serait pas aussi riche n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de Dr. Daoudi Nour el houda on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel pour leur disponibilité durant la préparation de ce mémoire.

Que les membres du jury trouvent ici mes remerciements les plus vifs pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner ce travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Notre remerciement s'adresse également à tous les professeurs pour leur générosité et la grande patience dont ils ont su faire preuve malgré leur charge académique et professionnelle.

Dédicace

Après cette réussite que fait la joie de tous qui m'aime ; je dédie ce modeste travail
avec un vif plaisir à :

Mon père et ma mère et qu'il m'a toujours soutenue et sacrifiée ses bons moments
pour que je réussisse dans ma vie ;

Mes frères, Mes sœurs et Toute Ma famille

Tous mes chers amis

Mon binôme : Rahmani Ben amer.

Et toutes les collègues et ma promotion

Aimene

Dédicace

Tout d'abord, je tiens à remercier DIEU De m'avoir donné la force et le courage
de mener à bien ce modeste travail.

Je tiens à dédier cet humble travail à : A ma tendre mère KHATER NASSIRA et
mon très cher père ALI

A ma très tendre épouse

A mes petits enfants : ALI ; RITADJ

A mes frères et mes sœur: MOHAMMED ; FAKHREDDINE ; NADIA ;
FATIMA

A mon binôme : YATIM AIMENE

A mon meilleurs amis : AZIZ

A mon cher oncle KHATER MAMMAR

Et a Tout ceux qui m'aiment et que j'aime

Benamer

Abstract

Cellular materials are widely used in a variety of engineering applications due to their physical and mechanical properties, including low densities and high weight rigidity ratios. A particular type of cellular material is widely used, these are bee nests. They are the subject of this work. It is interesting to know their mechanical properties to predict and calculate their behavior in specific environments. The properties of a cellular solid depend not only on the materials it constitutes, but also on the geometry of the cell. The purpose of this work is the determination of the elastic constants in the plane of a regular bee nest structure by a method of numerical homogenization using Abaqus software. The proposed numerical model is validated using the existing analytical relationships in the literature and can be extended to more complex geometries where there is no analytical relationship for homogenizations.

Keywords : homogenization, cellular materials, honeycomb, Abaqus.

Résumé

Les matériaux cellulaires sont largement utilisés dans une variété d'applications d'ingénierie en raison de leurs propriétés physiques et mécaniques, notamment de faibles densités et des rapports rigidité par poids élevés. Un type particulier des matériaux cellulaires est très employé, il s'agit des nids d'abeilles. Ils font l'objet de ces travaux. Il est intéressant de connaître leurs propriétés mécaniques pour prédire et calculer leur comportement dans des environnements spécifiques. Les propriétés d'un solide cellulaire dépendent non seulement des matériaux le constituant, mais aussi de la géométrie de la cellule. Le but de ce travail est la détermination des constantes élastiques dans le plan d'une structure en nid d'abeille régulière par une méthode d'homogénéisation numérique à l'aide du logiciel « Abaqus ». Le modèle numérique proposé est validé à l'aide des relations analytiques existant dans la littérature et peut être étendus à des géométries plus complexes où il n'existe aucune relation analytique pour les homogénéisations.

Mots clés : Homogénéisation, matériaux cellulaires, nid d'abeille, Abaqus.

تُستخدم المواد الخلوية على نطاق واسع في مجموعة متنوعة من التطبيقات الهندسية نظرًا لخصائصها الفيزيائية والميكانيكية، بما في ذلك كثافات منخفضة وارتفاع نسب الصلابة إلى الوزن. يتم استخدام نوع معين من المواد الخلوية على نطاق واسع، وهو أقراص العسل. هذا النوع موضوع هذا العمل. من المثير للاهتمام معرفة خصائصها الميكانيكية للتنبؤ وحساب سلوكها في بيئات معينة. لا تعتمد خصائص المادة الصلبة الخلوية على المواد المكونة لها فحسب، بل تعتمد أيضًا على هندسة الخلية. الغرض من هذا العمل هو تحديد الثوابت المرنة على مستوى بنية قرص العسل العادية بطريقة التجانس العددي باستخدام برنامج يتم التحقق من صحة النموذج العددي المقترح باستخدام العلاقات التحليلية الموجودة في "Abaqus". الأدبيات ويمكن أن يمتد إلى أشكال هندسية أكثر تعقيدًا حيث لا توجد علاقة تحليلية لعمليات التجانس.

الكلمات المفتاحية: التجانس، المواد الخلوية، عسل النحل، Abaqus .

Tables des matières

Remerciement	I
Dédicace.....	II
Dédicace.....	III
Abstract	IV
Résumé.....	V
ملخص	VI
<i>Tables des matières</i>.....	VII
Liste des figures	X
Liste des tableaux	XIII
Listes des symboles et abréviations	XIV
Introduction générale.....	1

Chapitre 01 : Généralités sur les matériaux cellulaires.

I.1	Introduction.....	3
I.2	Définition des matériaux cellulaires :.....	4
I.3	Classification	4
I.4	Propriétés des matériaux cellulaires	5
I.5	Domaines d'application.....	6
I.6	Présentation de la structure nid d'abeille :	8
I.6.1	Définition d'un matériau sandwich	9
I.6.2	Avantage des panneaux sandwichs	13
I.6.3	Inconvénients.....	15
I.7	Intérêt de sandwichs	15

I.8	Conclusion	16
-----	------------------	----

Chapitre 02 : Homogénéisation analytique des modules élastiques d'une cellule régulière.

II.1	Introduction.....	17
II.2	Homogénéisation du nid d'abeilles :	18
II.2.1	Le Volume Élémentaire Représentatif (VER)	19
II.3	Cas particulier du nid d'abeille :	19
II.4	Approches Analytique	22
II.4.1	Géométrie et notations.....	22
II.4.2	Le modèle de Gibson.....	23
II.4.3	Propriétés dans le plan :	24
II.4.4	Propriétés hors du plan (X, Y) :	30
II.5	La densité relative d'une structure nida.....	35
II.6	Conclusion	37

Chapitre 03 : Simulation numérique du Nida par éléments finis.

III.1	Introduction.....	38
III.2	Présentation de logiciel de calcul Abaqus	38
III.2.1	Domaine d'application	39
III.2.2	Problèmes	39
III.2.3	Éléments utilisés par ABAQUS	39
III.3	La réalisation d'une simulation numérique sous ABAQUS	40
III.3.1	Module PART	40
III.3.2	Module PROPERTY	42
III.3.3	Module ASSEMBLY	42
III.3.4	Module STEP	43
III.3.5	Module INTERACTION.....	44
III.3.6	Module LOAD.....	44
III.3.7	Module MESH.....	45

III.3.8	Module JOB.....	46
III.3.9	Module VISUALIZAION	47
III.4	Validation numérique des modèles d'homogénéisation	47
III.4.1	Module d'élasticité E_x	49
III.4.2	Module d'élasticité E_y	51
III.4.3	Modules de cisaillement G_{xy}	53
III.5	Conclusion	56

Chapitre 04 : Présentation des résultats et discussions.

IV.1	Introduction.....	57
IV.2	Modèle numérique utilisé pour simulation.....	57
IV.3	Effet de l'épaisseur de la paroi	59
IV.4	Effet du rapport h/l	60
IV.5	Effet du diamètre de la cellule Φ	62
IV.6	Effet de l'angle de la cellule θ	63
IV.7	Effet de matériaux.....	65
IV.8	Effet de la sensibilité du maillage.....	66
IV.9	Conclusion	67
Conclusion générale		69
Reference Bibliographique		70

Liste des figures

Chapitre 01 : Généralités sur les matériaux cellulaires.

Figure I.1 Types des matériaux cellulaires (a) Nid d'abeille d'aluminium. (b) Structure lattice gyroïde. (c) Mousse de polyuréthane. (d) Liège [3].....	4
Figure I.2 Crash-box en mousse métallique [7].....	6
Figure I.3 Emballage calage mousse pour la protection des pièces fragiles [8]..	7
Figure I.4 Une mousse acoustique (isolant phonique) [10].	7
Figure I.5 Application de la structure sandwich dans le domaine de génie civil.	8
Figure I.6 Panneaux sandwichs à coure nids d'abeille.	9
Figure I.7 Types des matériaux cellulaires.	10
Figure I.8. Matériaux cellulaires types mousses [16].	11
Figure I.9 Matériaux cellulaires types balsa [17].....	11
Figure I.10 Représentation schématique de l'adhésif [18].	13
Figure I.11 Les nids d'abeilles.....	14

Chapitre 02 : Homogénéisation analytique des modules élastiques d'une cellule régulière.

Figure II.1 volume élémentaire représentatif du nid d'abeille.	19
Figure II.2 Flexion d'une poutre sandwich [22].....	20
Figure II.3 Contraintes normales de flexion [22].	20
Figure II.4 Contrainte de cisaillement [22].....	20
Figure II.5 Comparaison des hypothèses de Navier-Bernoulli (gauche) et Reissner-Mindlin (droite) [21].....	21
Figure II.6 Géométrie d'une cellule en nid d'abeille vue de dessus.....	23
Figure II.7 Vue en perspective du nid d'abeilles.....	24

Figure II.8 Déformation des cellules par flexion des clinquants sous une charge dirigée suivant X.....	25
Figure II.9 Déformation des cellules par flexion et rotation dans le plan (X, Y).	28
Figure II.10 Cellule élémentaire d'un nida à structure hexagonale régulière. ..	35

Chapitre 03 : Simulation numérique du Nida par éléments finis.

Figure III.1 Quelques éléments parmi les plus utilisés [31].....	40
Figure III.2 Module part.	41
Figure III.3 Géométrie de cellule hexagonale nid d'abeille	41
Figure III.4 Création du matériau.	42
Figure III.5 Module Assembly.	43
Figure III.6 Module step.	43
Figure III.7 insertion create load.	44
Figure III.8 Création de maillage.....	45
Figure III.9 maillages des cellules nid d'abeille.....	46
Figure III.10 maillages des cellules nid d'abeille.....	46
Figure III.11 Affichage résultats.....	47
Figure III.12 volume élémentaire représentatif du nid d'abeille.....	48
Figure III.13 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X. 49	
Figure III.14 Distribution du champ de déplacement dans le V.E.R sous une traction suivant X.	51
Figure III.15 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Y. 52	
Figure III.16 Distribution du champ de déplacement dans le V.E.R sous une traction suivant Y.	53
Figure III.17 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement G_{xy}	54
Figure III.18 Distribution du champ de déplacement dans le VER sous sollicitation de cisaillement G_{xy}	55

Chapitre 04 : Présentation des résultats et discussions.

Figure IV.1 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction de l'épaisseur de la paroi.....	59
Figure IV.2 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction de l'épaisseur de la paroi.....	59
Figure IV.3 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction de rapport h/l	60
Figure IV.4 Évolution des modules d'élasticité G_{xy} en fonction de rapport h/l	61
Figure IV.5 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction du diamètre de la cellule \emptyset	62
Figure IV.6 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction du diamètre de la cellule \emptyset	62
Figure IV.7 Évolution de module d'élasticité E_x en fonction de l'angle de la cellule Θ	63
Figure IV.8 Évolution de module d'élasticité E_y en fonction de l'angle de la cellule Θ	64
Figure IV.9 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction de l'angle de la cellule.....	64
Figure IV.10 les valeurs des modules élastiques en fonction de type de matériaux.	65
Figure IV.11 Les résultats des modules élastiques de deux modèles en deux différentes valeurs de maillage.....	67

Liste des tableaux

Chapitre 02 : Homogénéisation analytique des modules élastiques d'une cellule régulière

Tableau II.1	Paramètres géométriques d'une cellule en nida.....	23
Tableau II.2	propriétés effectives du nid d'abeille régulière dans le plan	33
Tableau II.3	propriétés effectives du nid d'abeille régulière hors du plan.	34

Chapitre 03 : Simulation numérique du Nida par éléments finis.

Tableau III.2	Résultats pour un effort de traction imposé suivant la direction X.	50
Tableau III.3	Tableau Résultats pour un effort de traction imposé suivant la direction Y	52
Tableau III.4	Tableau Résultats pour un effort de cisaillement imposé dans le plan XY.....	54
Tableau III.5	Module élastique homogénéisé dans le plan par Abaqus et Gibson	55

Chapitre 04 : Présentation des résultats et discussions

Tableau IV.1	Etude paramétrique de la cellule nid d'abeille en fonction des modules d'élasticité.....	58
Tableau IV.2	résultats des E_x E_y G_{xy} en fonction de différents matériaux.	65
Tableau IV.3	résultats des E_x E_y G_{xy} en fonction de maillage.	66

Listes des symboles et abréviations

Θ	Angle de la cellule
b	Longueur de la paroi centrale
a	Longueur de la paroi inclinée
t'	Epaisseur de la paroi centrale
t	Epaisseur de la paroi inclinée
h_c	Hauteur du nid d'abeilles
\emptyset	Diamètre de la cellule
P	L'effort normale
M	Moment de flexion
U	Déviaton globale
u_s	Déviaton u_s est uniquement
V.E.R	Volume élémentaire représentatif
E_{ij}	Module d'Young
G_{ij}	Modules de cisaillement
ν_{ij}	Coefficients de Poisson
τ_{ij}	Contrainte de cisaillement
γ_{ij}	Déformation de cisaillement, avec $i=j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
F	Force des réactions des nœuds du V.E.R
E_s	Module Young de solide de base
ε_{ij}	Déplacement
σ_{ij}	Contrainte normale
E_x	Module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe X
E_y	Module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Y
E_z	Module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Z

Introduction générale

La conception de matériaux innovants doit satisfaire à deux critères essentiels : augmentation des performances mécaniques ; minimisation de la masse. Ce double Exigence conduit à s'intéresser à la classe des matériaux cellulaires. Ces matériaux ont la spécificité que leurs propriétés physiques dépendent à la fois de leur matériau constitutif ainsi que de l'agencement spatial de ce matériau au sein d'une architecture à l'échelle millimétrique. Ces propriétés se trouvent dans les matériaux sandwichs.

Les structures sandwichs à âme en nid d'abeille sont un bon compromis entre résistance et légèreté. De ce fait, les domaines d'application très variés font qu'il est intéressant de connaître leurs propriétés mécaniques pour prédire et calculer leur comportement dans des environnements spécifiques. Ces matériaux sandwichs sont composés de plusieurs parties interagissant entre elles. Il sera donc possible d'associer judicieusement les propriétés des peaux ou semelles et celles des matériaux de cœur ou âme. L'assemblage de ces deux parties se réalise par collage ou soudage en mettant en jeu un autre composant de comportement différent. De nos jours, il est nécessaire de recourir à la modélisation numérique afin de raccourcir sensiblement les délais de conception de nouvelles structures sandwichs. Cependant, la modélisation de structures en nid d'abeilles est trop longue et fastidieuse. L'homogénéisation du nid d'abeilles (ou bien connu sous le nom Nida) permet d'obtenir un solide homogène équivalent et ses modules d'élasticité afin de réaliser des simulations très efficaces : diminuer largement le temps de préparation des géométries et des maillages. Dans cette étude, nous allons proposer un modèle numérique d'homogénéisation de nid d'abeilles sans tenir compte de l'effet des peaux afin de déterminer les constantes élastiques dans le plan d'une structure en nid d'abeille régulière.

Le travail présenté dans ce mémoire se divise en quatre chapitres :

Le premier chapitre, présente une étude bibliographique concernant les différents types de matériaux cellulaires, les classifications, domaine d'application et leur propriété. En deuxième lieu, nous avons présenté un rappel plus détaillé de la structure sandwichs nid d'abeille.

Le deuxième chapitre, comporte une revue détaillée de modèle d'homogénéisation analytique du nid d'abeilles dans le plan qui s'appuient sur les travaux de Gibson. La solution est

basée sur la théorie d'élasticité. Ce modèle a pour but de calculer les constantes élastiques à partir des paramètres géométriques et mécaniques du matériau des parois du nid d'abeilles hexagonale.

Le troisième chapitre, est dédié à la simulation numérique basée sur la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Abaqus. Il donne un aperçu sur les principales étapes de la simulation d'une structure nid d'abeille. Des résultats de comparaison entre le modèle numérique et analytique sont présentés.

Le quatrième chapitre, expose une étude paramétrique et analyse les différents résultats de calculs par éléments finis réalisés dans un premier temps sur une large gamme de variations de propriétés mécanique et géométriques des matériaux (longueur de paroi cellulaire, diamètre et angle de cellule...). En confrontant nos résultats à la littérature, nous avons pu valider notre démarche ainsi que les résultats obtenus.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale relative à l'étude effectuée, incluant des perspectives pour des travaux futurs.

Chapitre 01

Généralités sur les matériaux cellulaires

I. Chapitre 01 : Généralités sur les matériaux cellulaires.

I.1 Introduction

L'être humain s'inspire régulièrement de la nature pour améliorer son développement et son innovation. Dans le domaine du génie civil, il est obligé de trouver des méthodes et des solutions et des nouvelles innovations pour faciliter et simplifier la réalisation de n'importe quelle structure en tenant compte de leurs propriétés physiques et mécaniques qui correspondent avec les exigences imposées. Le matériau cellulaire est l'un de ces matériaux qui s'inspire de la nature. En effet, il est possible de citer plus d'exemples tels que le bois, les éponges, les os, etc. [1]. De nos jours, les matériaux cellulaires nouveaux émergents comme les mousses, les billes creuses, les matériaux

«lattices» captent toujours l'attention des scientifiques et suscitent des compétitions internationales, et ceci en raison de leurs propriétés intéressantes multiples : comme par exemple le rapport résistance/masse pour alléger les structures, la capacité d'absorption d'énergie, et aussi la capacité d'isolation acoustique et thermique [2].

On les trouve souvent sous forme d'âme de panneaux ou de poutres sandwich. Les applications civiles potentielles de ces matériaux ne font qu'aucun des pays principaux n'ignore les recherches dans ce domaine.

Ces matériaux cellulaires se varient selon la matière constitutive qui le compose par exemple on trouve des matériaux cellulaires polymères, céramiques et métalliques. La grande porosité fait des matériaux cellulaires des structures légères, ce qui représente un de leurs principales propriétés attraites. Ces matériaux peuvent être classés selon la structure ou l'architecture d'organisation de la matière composante de plusieurs familles. Il existe deux grandes classes principales :

- Les nids d'abeilles : cette structure présente des cellules de taille et de forme régulières (taux de vide d'environ 70% Jusqu'à 95%).
- Les mousses : cette structure est appelée aussi éponge présente des cellules ouvertes ou fermées de taille et de forme différentes.

I.2 Définition des matériaux cellulaires :

Un matériau cellulaire peut être défini en tant que solide composé de plusieurs cellules ouvertes ou fermées relativement régulières. Les matériaux cellulaires sont connus par leur faible densité, ou plus exactement leur faible densité relative définie comme le rapport de la densité du matériau cellulaire à celle du matériau constitutif du squelette. Elle est souvent de l'ordre de 0.1 de sorte que le volume est essentiellement occupé par de l'air. Contrairement aux matériaux poreux, les variations de pression dans le fluide interstitiel (ici un gaz) peuvent être négligées. Les modes de déformation dominants dans ces matériaux sont donc la flexion et le flambage des parois fines des cellules.

I.3 Classification

Les matériaux cellulaires se varient selon la matière constitutive qui le compose par exemple on trouve des matériaux cellulaires polymères, céramiques et métalliques. La grande porosité fait des matériaux cellulaires des structures légères, ce qui représente un de leurs principales propriétés intéressantes. Ces matériaux peuvent être classés selon la structure ou l'architecture d'organisation de la matière composante (voir figure I.1).

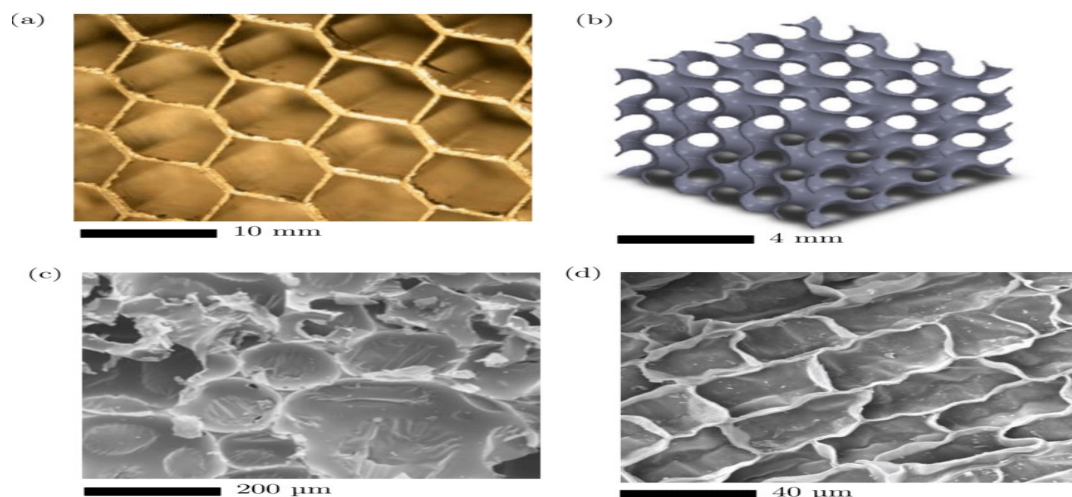


Figure I.1 Types des matériaux cellulaires (a) Nid d'abeille d'aluminium. (b) Structure lattice gyroïde. (c) Mousse de polyuréthane. (d) Liège [3].

Parmi les familles de matériaux cellulaires, nous pouvons citer :

- Les matériaux cellulaires naturels : liège, os, éponge...
- Les mousses polymères : polypropylène, polystyrène. . . Elles comportent des cellules fermées ou ouvertes, sont relativement peu chères et utilisées abondamment dans l'industrie. On introduit du gaz dans un monomère liquide, le mélange gonfle puis refroidit pour laisser la structure de la mousse,
- Les mousses métalliques : en aluminium le plus souvent, fabriquées par injection de gaz ou par ajout d'un agent moussant dans le métal en fusion,
- Les nids abeilles industriels : en aluminium ou polymère, ils sont largement utilisés en aéronautique. Leur structure est bidimensionnelle et leur comportement mécanique est très anisotrope.
- Les treillis : pouvant être métalliques ou en polymère, ils commencent à se démocratiser avec l'arrivée des imprimantes 3D, La taille et la forme des cellules font partie des caractéristiques essentielles des matériaux cellulaires puisque leurs propriétés en dépendent fortement. Leur taille varie du micromètre à quelques centimètres généralement. Il est possible d'observer dans certains cas des différences importantes de tailles de cellules. Le matériau ne devient pas nécessairement anisotrope mais la dispersion peut entraîner de fortes localisations sous sollicitations mécaniques. La forme des cellules dépend essentiellement du processus d'élaboration. On peut faire la différence entre les formes régulières dans les cas des treillis par exemple et les formes aléatoires dans le cas d'une mousse classique [4]. Enfin, l'arrangement des cellules entre elles joue aussi un rôle sur l'aspect visuel et le comportement du matériau. Les nids-d'abeilles qui seront détaillées plus tard viennent combler ici l'espace inoccupé au centre de cette classification. Cette structure présente des cellules de taille et de forme régulières (taux de vide d'environ 70% Jusqu'à 95%).

I.4 Propriétés des matériaux cellulaires

Les propriétés des matériaux cellulaires sont déterminées par un élément de la structure du matériau (une cellule) sa distribution, sa taille, sa forme, sa densité et une autre partie des propriétés inhérentes du matériau. Ces matériaux sont légers et leur construction offre de bonnes propriétés d'absorption d'énergie (mécanique, acoustique et thermique), ils ont des propriétés structurelles et/ou fonctionnelles selon qu'ils sont fermés ou ouverts. Les densités, les modules d'Young, la résistance à la compression, les coefficients d'absorption mécanique,

thermique et acoustique de ces matériaux cellulaires sont des propriétés intéressantes. On découvre qu'en combinant la structure et le matériau constitutif approprié [5].

La propriété la plus importante, des matériaux cellulaires, est la densité relative, qui est définie comme étant le rapport de la densité de la structure à celui de la densité du matériau solide à partir duquel elle est fabriquée [6].

I.5 Domaines d'application

Les applications des matériaux cellulaires se développent tous les jours. Ils sont utilisés dans de nombreuses applications couvrant des domaines variés car ils nous apportent des solutions performantes et efficaces. De nos jours, les matériaux cellulaires sont largement utilisés dans l'industrie en raison de leur haute résistance spécifique (en termes de masse). On les trouve souvent sous forme d'âme de panneaux ou de poutres sandwich en vue d'accroître le rapport rigidité/masse de structures mécaniques dans l'aérospatiale, l'automobile...

Ils sont fréquemment utilisés comme absorbeurs d'Energie en cas d'impact grâce à leurs déformations plastiques dissipées à un niveau d'effort presque constant sur une large gamme de déformations. Un exemple est la crash-box utilisée pour absorber l'énergie cinétique en cas de collision d'un véhicule. Ils sont aussi utilisés pour l'amortissement des vibrations dans les machines-outils.



Figure I.2 Crash-box en mousse métallique [7].

Les matériaux cellulaires sont aussi présents dans l'industrie d'emballage : les mousses polyuréthane et polystyrène et le nid d'abeille thermoplastique sont largement utilisés dans le secteur du transport.

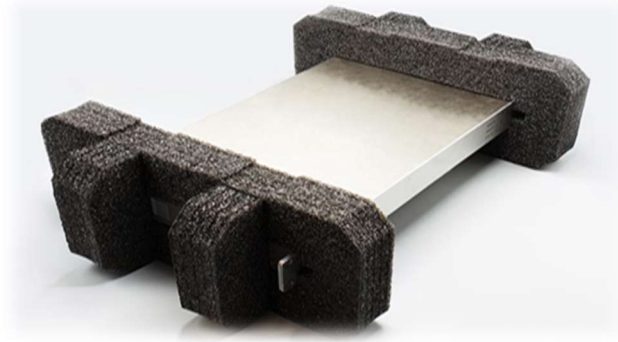


Figure I.3 Emballage calage mousse pour la protection des pièces fragiles [8].

Les matériaux cellulaires sont également des bons isolants acoustiques utilisés dans les constructions, en Japon par exemple les mousses telles qu'Alperas sont utilisées comme isolants acoustiques le long des autoroutes et des routes à fort trafic pour réduire le bruit, ainsi que dans les tunnels ferroviaires pour réduire les ondes de choc acoustiques. Aussi on le trouve dans les moteurs d'avions pour réduire le bruit généré par la turbine les sons sont considérablement atténués par la réflexion de la membrane cellulaire [9].

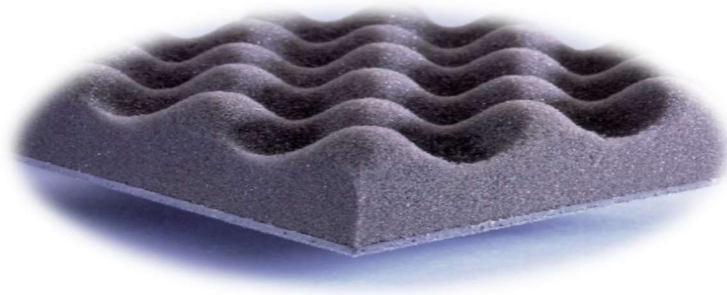


Figure I.4 Une mousse acoustique (isolant phonique) [10].

Dans le domaine de génie civil : l'ingénierie civile utilise aussi des sandwichs pour réaliser des voûtes de grandes portées. Le gain en densité surfacique est spectaculaire : de 2600 kg/m² pour une voûte en pierre à 33kg/m² pour une solution sandwich acier/mousse [11]. Plus récemment, la construction sandwich est de plus en plus utilisée dans les projets de réhabilitation des infrastructures routières telles que la fabrication des tabliers de ponts où la légèreté, la durabilité et la résistance à la corrosion sont indispensables [12].

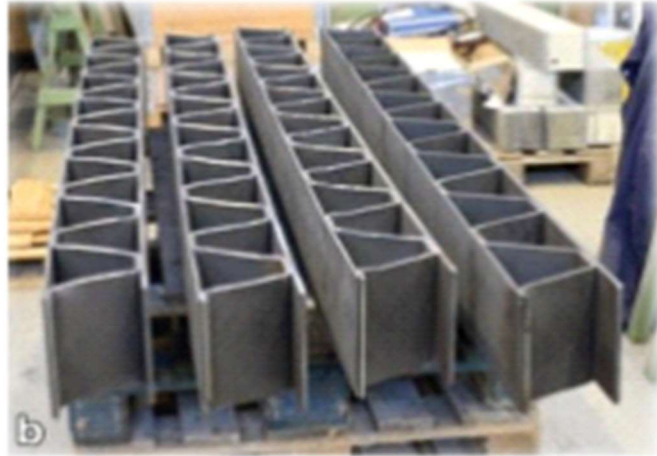


Figure I.5 Application de la structure sandwich dans le domaine de génie civil.

I.6 Présentation de la structure nid d'abeille :

La Structure en nid d'abeille ou comme on l'appelle "nida" est constituée de cellules de taille et forme régulières, légères, souples, résistante.

Les nids d'abeille ont été largement développées en utilisant une variété de matériaux tels que l'aluminium, le caoutchouc, le papier et le Kevlar. Cette forme de matériau cellulaire atteint un équilibre fonctionnel entre résistance, rigidité et poids. Elle sert à augmenter la résistance d'un élément tout en conservant un maximum de souplesse. Elle est particulièrement utile pour l'absorption des chocs en raison de sa capacité à se déformer et à absorber les efforts mécaniques la cellule ouverte, permettant une large gamme d'options pour des applications différentes et avancées. En plus de leur valeur structurelle, les nids d'abeilles ont été largement étudiés pour leurs propriétés mécaniques car ils fournissent l'exemple le plus typique et le plus basique de matériaux cellulaires. Les nids d'abeilles sont hautement anisotropes, avec un rapport rigidité / résistance beaucoup plus élevé à une compression hors du plan qu'à une compression dans le plan, par exemple La structure nid d'abeille est une des principales composantes des panneaux sandwichs.

Cette structure est utilisée dans l'industrie aéronautique pour remplir des espaces creux, mais elle est également utilisée dans les industries automobiles, maritimes et énergétiques.

I.6.1 Définition d'un matériau sandwich

Les structures dites « sandwichs » occupent une place importante dans le domaine de la construction des pièces composites. Elles sont présentes dans pratiquement tous les domaines d'application. Ces structures résultent de l'assemblage par collage ou soudure de deux peaux (ou semelles) minces sur une âme (ou cœur) plus léger et de plus faibles caractéristiques mécaniques qui maintient leur écartement et transmet par cisaillement les actions mécaniques d'une peau à l'autre [13]. Ces trois composants de base possédant des propriétés différentes, mais complémentaires.

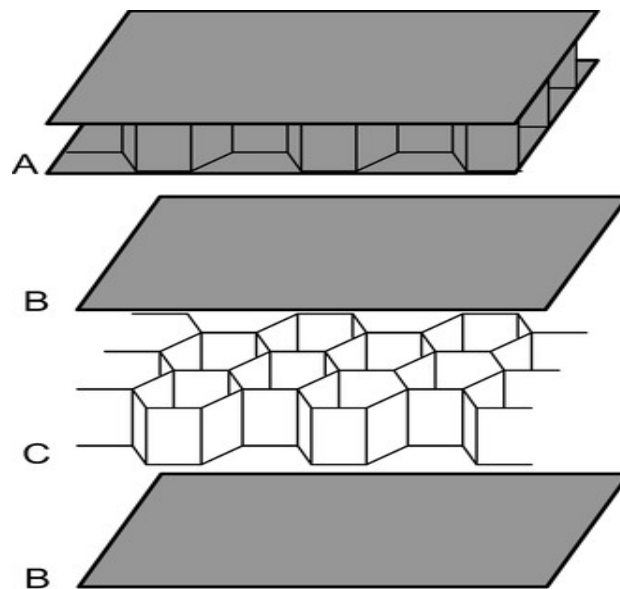


Figure I.6 Panneaux sandwichs à coure nids d'abeille.

(A) : structure panneau sandwich

(B) : peaux

(C) : âme nida

I.6.1.1 Les peaux (ou semelles)

En général, des plans qui représentent des efforts de résilience. Ils peuvent être fabriqués à partir d'une variété de matériaux, y compris le métal, le bois (contreplaqué), le bois stratifié et les panneaux thermoplastiques. Le facteur principal dans le choix du type de peau est la

performance mécanique requise. Mais en général, une dureté élevée et une grande résistance au stress et à la déformation sont parmi les qualités les plus recherchées [14].

I.6.1.2 L'âme (cœur)

C'est le composant central d'une structure sandwich, son rôle premier est de supporter les efforts de compression et de cisaillement provoqués par le mouvement de glissement des peaux sous charge, ainsi que de maintenir leur écartement constant. En effet, si l'épaisseur des panneaux n'est pas maintenue constante, la capacité des surfaces externes à résister à la flexion est réduite. L'épaisseur d'âme augmentée est destinée à augmenter le moment de création du panneau sans augmenter son volume. L'âme a une très faible résistance à la flexion en général. Son objectif est de reprendre le travail de compression et de cisaillement [15].

Les matériaux d'âme les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes :

- Âmes pleines (bois cellulaires, mousses cellulaires, la résine syntactique ...)
- Âme creuses (essentiellement les nids d'abeilles)

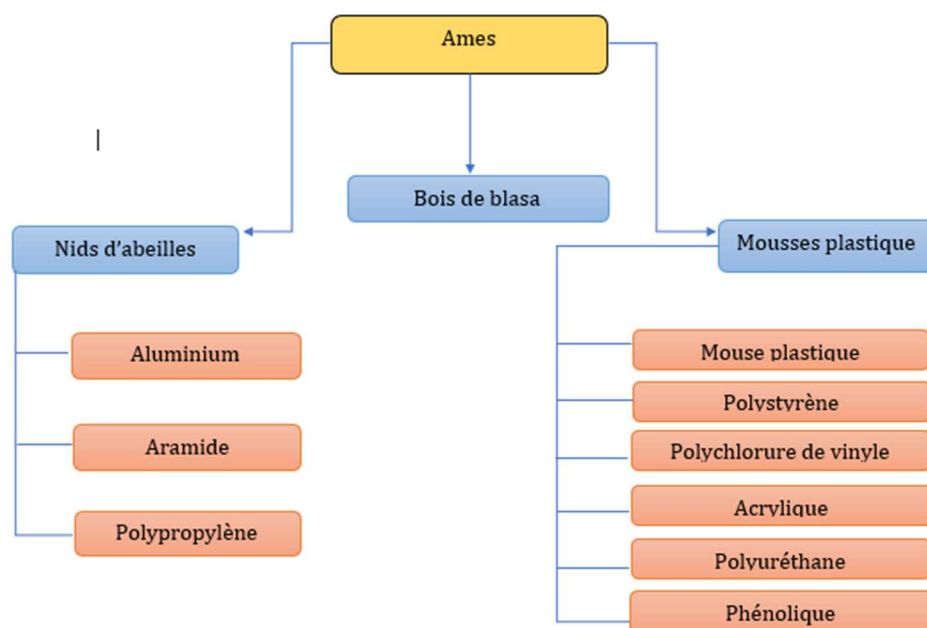


Figure I.7 Types des matériaux cellulaires.

- **Les mousses** : ces matériaux légers, peu onéreux, facilement usinables, ont cependant de très faibles caractéristiques mécaniques à cause du problème lié au flambage local ils ne permettent pas de profiter pleinement des matériaux constituant les semelles. Les mousses peuvent être de nature organique, métallique ou céramique. Leurs propriétés les plus intéressantes sont les suivantes : l'allongement, isolation thermique, isolation phonique.

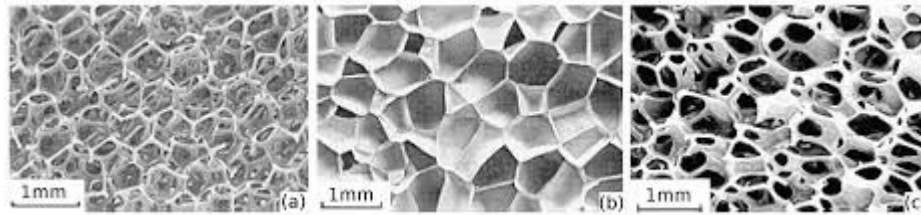


Figure I.8. Matériaux cellulaires types mousses [16].

- **Balsa** : pour utiliser pleinement ce matériau, il sera souhaitable d'orienter les fibres dans la direction z (bois debout).

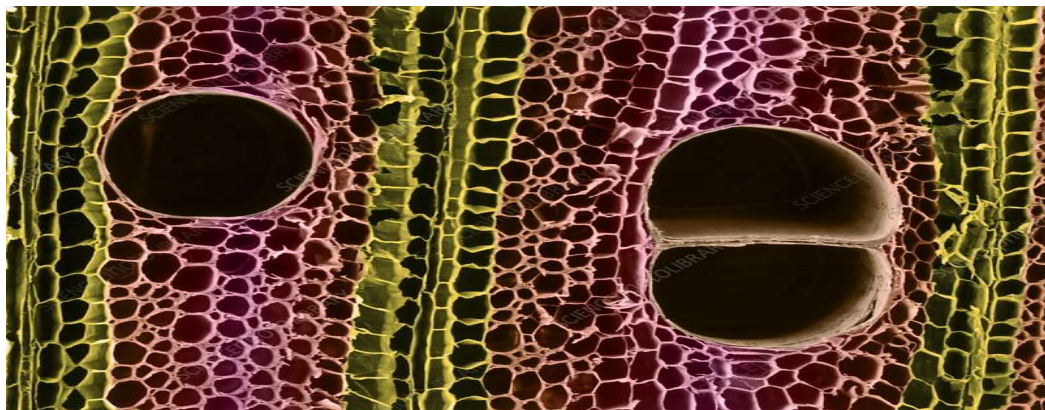


Figure I.9 Matériaux cellulaires types balsa [17].

- **Nid d'abeille** : Cette structure est réalisée généralement à partir de matériaux en plaques minces (alliage d'aluminium, papier polyamide), des raies de colle sont disposées en bandes régulières sur les plaques qui sont collées entre elles pour former un bloc, ce bloc est coupé en tranches, puis ces tranches sont transformées en planches de nida (nid d'abeille) par expansion, le matériau obtenu est fortement anisotrope [14].

A) Les nids d'abeilles métalliques :

C'est un matériau structural très performant utilisé dans de nombreux domaines. Cependant, cette âme des cellules hexagonales est fréquemment utilisée comme matériau de base pour les panneaux sandwichs. Il existe plusieurs gammes de nid d'abeilles et les plus utilisées sont les nids d'abeilles en aluminium.

- (Alliages légers, aciers...) Moins onéreux et plus résistants. Les plus couramment utilisés sont fabriqués à partir d'un feuillard d'aluminium (alliage 3003 ou équivalent) ayant subi un traitement de surface chimique (sans chrome). Le feuillard d'aluminium industrielle présente d'excellentes capacités de liaison ainsi qu'une excellente résistance à la corrosion (conforme à la spécification MIL-C-7438 G). La série 3003 est la variété destinée pour le domaine industrie.
- Nid d'abeille en alliage 5056 : Le nid d'abeille 5056 est le matériau structural le plus performant de l'industrie. Doté d'une anodisation phosphorique et recouverte d'un primaire spécifique, ce matériau dépasse très largement les performances des autres nids d'abeille aluminium du marché. Cette série est la plus favorisée dans le domaine de l'aéronautique.
- Nid d'abeille en alliage 5052 : Doté de caractéristiques mécaniques élevées et d'une excellente résistance à la corrosion, le nid d'abeille 5052 représente une solution à de nombreuses applications industrielles très exigeantes. En complément de sa résistance à l'écrasement élevé, le nid-d'abeilles 5052 présente en effet une résistance à la corrosion de tout premier ordre.

B) Les nids d'abeilles non métalliques :

Ces nids d'abeilles (carton imprégné de résine phénolique, polypropylène, feuille de polyamide, tissus de verre imprégnés ...) sont insensibles à la corrosion, la nature de ces nids d'abeilles facilite leur mise en forme. Ils sont thermiquement des bons isolants grâce à l'air emprisonné dans les alvéoles. Ils sont moins rigides que ceux en aluminium mais demeurent plus légers et moins dispendieux.

I.6.1.3 L'adhésif de surface (ou interface)

Cet élément est d'une importance cruciale il renforce l'assemblage l'âme et les semelles Il doit permettre un assemblage structural correct en formant une liaison continue, non poreuse et d'épaisseur constante. De plus, un bon transfert des contraintes d'un environnement à un autre est nécessaire. La principale caractéristique de l'adhésif doit être une bonne résistance au cisaillement. L'assemblage peut être réalisé par collage, soudage ou brasage [14].

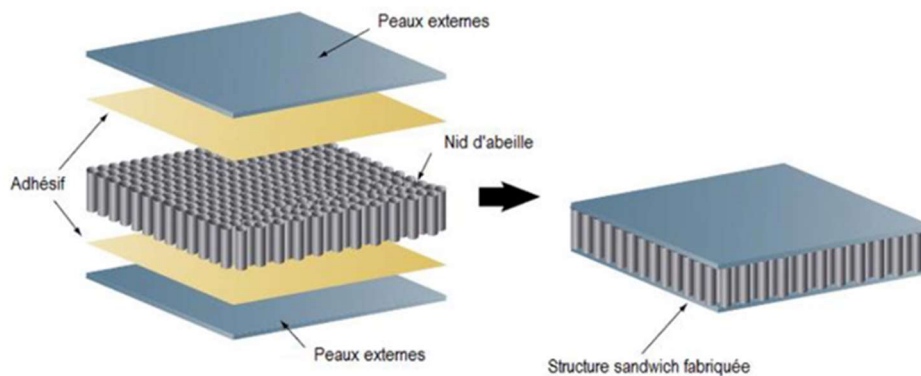


Figure I.10 Représentation schématique de l'adhésif [18].

I.6.2 Avantages des panneaux sandwichs

L'intérêt principal des structures sandwichs, par la comparaison aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de 100 kg m^{-3} . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'augmentation de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. En raison de la faible densité de l'âme du sandwich, la masse du composite n'évolue pas de façon importante. Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels.

Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au

renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels...etc.), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes [19].

On retrouve le nid d'abeille "Nomex" en aluminium, plastique et papier parmi les produits Nidas les plus utilisés. Le nid abeille utilisé dans cette étude est un nid abeille en aluminium ce dernier c'est le noyau le plus utiliser pour les panneaux sandwichs et la solution la plus idéal pour obtenir les besoins suivants :

- Légèreté
- Rigidité
- Resistance a la compression au cisaillement et à la corrosion
- Resistance au feu
- Planéité

L'épaisseur de la section d'aluminium pet varier de 3 a300 mm le diamètre des alvéoles de 3 à 19 mm et la densité du nid d'abeille (lié à l'épaisseur de la feuille et au diamètre des alvéoles) de 20 Kg /m³ à 80 kg/m³[20].

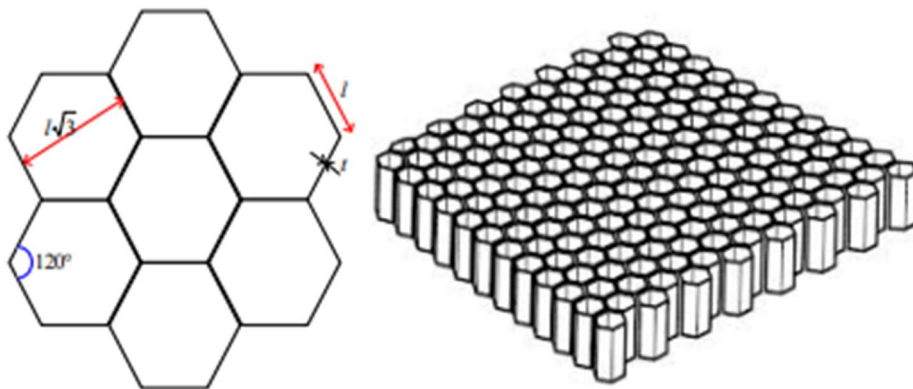


Figure I.11 Les nids d'abeilles.

I.6.3 Inconvénients

Le principal inconvénient des matériaux sandwich est leur « nouveauté ». Il est donc nécessaire de mener des études sur leur comportement ainsi que de définir des procédures fiables d'essais mécaniques et d'essais non destructifs afin d'homogénéiser les méthodes de fabrication. D'autre part, ces matériaux semblent s'affaiblir avec le temps, En plus d'un mauvais amortissement et d'une mauvaise isolation phonique (un problème de densité relativement faible), les risques de flambement sont plus élevés par rapport aux autres structures.

I.7 Intérêt de sandwichs

Les sandwichs présentent un intérêt pour les applications qui requièrent à la fois rigidité et légèreté.

La théorie de la résistance des matériaux montre en effet que la rigidité en flexion d'un panneau est proportionnelle au cube de son épaisseur. De ce fait, le rôle d'une âme dans un composite multicouches est d'accroître le module du stratifié en augmentant de manière significative son moment d'inertie (via l'épaisseur) par adjonction d'un matériau de faible densité. Il peut ainsi en résulter une augmentation considérable de la rigidité pour un accroissement de masse minime. Si l'on choisit une âme de très faible densité, l'augmentation de son épaisseur ne pénalise pas le poids du panneau et permet d'augmenter fortement les caractéristiques en flexion. Cette configuration de matériau sandwich peut être assimilée à une poutre en I (poutre IPN), dans laquelle les peaux jouent le rôle des deux ailes de la poutre, et l'âme celui du raidisseur central. Pour ce mode de sollicitation, il apparaît que la peau supérieure est chargée en compression, la peau inférieure en traction, et l'âme en cisaillement.

En conséquence, parmi les propriétés les plus importantes d'une âme, et qui constituent de véritables critères de choix, figurent sa résistance au cisaillement et son module.

En outre, notamment lorsque sont utilisées des peaux minces, l'âme doit être capable de supporter un chargement en compression sans défaillance prématurée, ceci de manière à éviter l'endommagement par flambage des peaux suite à un plissement de celles-ci. Elle joue ainsi un rôle de stabilisation des peaux.

I.8 Conclusion

Ce chapitre bibliographique a pour objectif de décrire, dans un premier temps, les matériaux cellulaires, leurs types et leurs domaines d'application, ensuite nous nous focaliserons sur la structure nid d'abeille. L'exposé de la méthode d'homogénéisation permettra de lier les propriétés du milieu effectif aux paramètres géométriques et matériaux du nida. La définition de cette méthode d'homogénéisation est l'objectif du chapitre à venir.

Chapitre 02

Homogénéisation analytique des modules élastiques d'une cellule régulière

II. Chapitre 02 : Homogénéisation analytique des modules élastiques d'une cellule régulière.

II.1 Introduction

Le matériau composite est constitué d'un moins de deux matériaux de nature différente, des renforts prenant généralement la forme des fibres ou des particules et d'une âme dans laquelle sont noyés les renforts. La microstructure est décrite par 03 échelles d'observations, l'échelle macroscopique, l'échelle mésoscopique et l'échelle microscopique. On peut remplacer le matériau hétérogène par un milieu homogène qui a les mêmes propriétés effectives par la technique d'homogénéisation dans le cadre de la mécanique des milieux continus on a les deux modèles :

- L'un à l'échelle dite microscopique où le comportement est hétérogène.
- L'autre à l'échelle dite macroscopique où le comportement est homogène.

À l'échelle du micromètre, le matériau composite est hétérogène et les phases qui le composent sont disjointes : on distingue bien les inclusions et la matrice qui les enrobe. Au contraire, à l'échelle macroscopique de la pièce on ne distingue plus les hétérogénéités du matériau qui doit être supposé et modélisé comme un milieu homogène. À l'échelle macroscopique, l'inclusion et la matrice sont continués, superposées et en interaction. Le concept d'homogénéisation a pour objet l'étude des relations entre ces deux modèles, il consiste à remplacer le matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes.

Ces propriétés peuvent être utilisées dans des modèles de calculs ou les effets locaux, phénomènes qui interviennent à l'échelle microstructurale, peuvent être négligés. C'est typiquement le cas quand on considère le matériau composite sans effets locaux dans un but d'exploiter tout le potentiel de la structure. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer les propriétés physiques (mécanique, acoustique, thermique, et autres).

Dans ce mémoire on va traiter les nids d'abeilles, le but de cette étude est de pouvoir homogénéiser le nid abeille indépendamment des semelles et des couches intermédiaires en lui

substituant un matériau homogène aux propriétés mécaniques similaires à celles trouvées dans les modèles analytiques et numériques de géométrie complexe de nid d'abeille. Bien évidemment, la connaissance du comportement mécanique des âmes, en particulier en cisaillement, est évidemment indispensable lors de la phase de conception des structures Sandwichs. Une estimation de ce comportement consiste à s'appuyer sur la structure répétitive des nids d'abeilles pour effectuer des calculs d'homogénéisation. De nombreux coefficients élastiques peuvent être prédites. Cependant, dans le cas général, les modules de cisaillement ne peuvent être mises en œuvre que de cette manière.[21] Le nid d'abeille est assimilable à un matériau orthotrope. Son homogénéisation passe tout d'abord par la détermination des constantes élastiques qui sont :

- Les modules d'élasticité
- Les coefficients de Poisson.
- Les modules de cisaillement

II.2 Homogénéisation du nid d'abeilles :

Pour caractériser le nida assimilé à un matériau orthotrope, il faut déterminer ces constantes élastiques indépendantes. Les calculs d'homogénéisation du nida s'appuient sur sa structure répétitive. La caractérisation peut se faire grâce à la modélisation analytique et numérique. La modélisation analytique s'appuie sur des modèles mathématiques en faisant des hypothèses simplificatrices, elle permet cependant de décrire le comportement élastique du nida et de montrer le rôle puis l'influence des paramètres géométriques [9]. La modélisation numérique utilise la démarche de calcul par éléments finis (E.F) ; elle est définie par les étapes suivantes :

- Identification du Volume Elémentaire Représentatif (VER),
- Réduction du VER en tenant compte des symétries,
- Maillage du VER en utilisant des types et des nombres d'éléments judicieusement choisis,
- Application des conditions aux limites en termes de déplacements et d'efforts,
- Résolution des équations d'équilibre : $K U = \{F\}$ Avec K la matrice de rigidité (assemblée), U le vecteur déplacement, $\{F\}$ le vecteur force,
- Traitement des résultats obtenus

II.2.1 Le Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Le VER joue un rôle important dans la mécanique des matériaux composites dans le but de déterminer leurs propriétés effectives. L'homogénéisation numérique permet de calculer avec précision les propriétés effectives des composites étant donné que le VER soit utilisé.

Dans le cadre d'homogénéisation numérique, le VER réfère à un ensemble de volumes élémentaires du matériau qui produisent, en moyenne, les propriétés effectives du composite. Il est nécessaire pour des raisons de temps de calcul et de puissance de calcul disponible, de réduire les modèles et donc d'utiliser les symétries du modèle. Dans le cas des structures en nids d'abeille régulières, le nombre de modèles pouvant être créés est très grand (abondant).

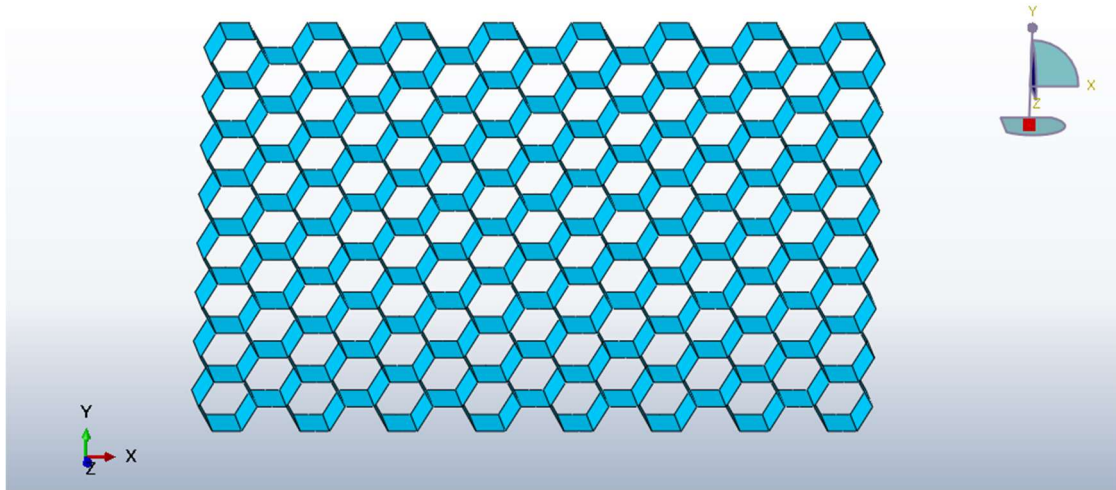


Figure II.1 volume élémentaire représentatif du nid d'abeille.

II.3 Cas particulier du nid d'abeille :

La principale différence entre une structure sandwich à nid d'abeille et une structure sandwich classique est la contribution très significative du cisaillement transversal due à la déformation du nid d'abeille.

La Figure.II.1. Présente une poutre sandwich soumise à une sollicitation de flexion. La flèche est alors une combinaison de deux composantes, l'une due au moment fléchissant (a), et l'autre due au cisaillement de l'âme (b). Les Figure.II.2. et Figure.II.3. Illustrent les répartitions réelles et modélisées des contraintes normales de flexion et de cisaillement dans une poutre

sandwich. On observe qu'il est nécessaire que la résistance au cisaillement de la liaison âme/peaux soit au moins égale à celle de l'âme. En pratique, elle devra être supérieure car de nouvelles contraintes de cisaillement, issues de la différence des coefficients de dilation des matériaux de l'âme et des peaux, peuvent apparaître.

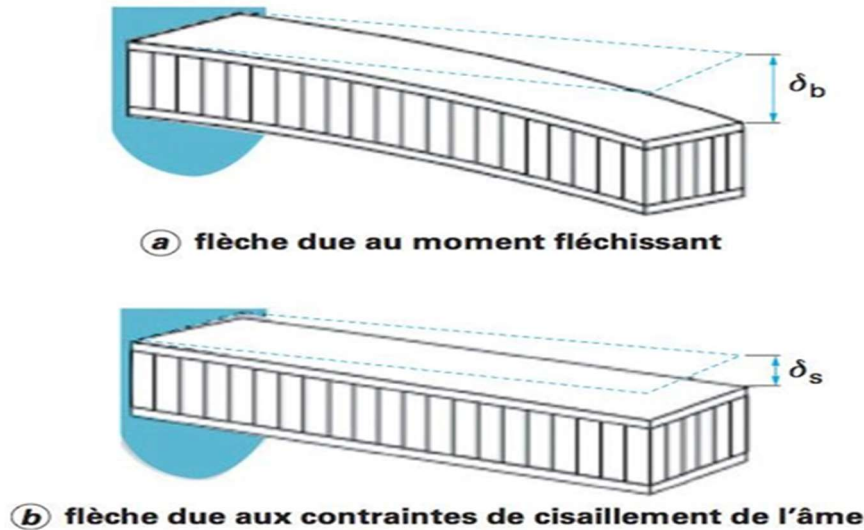


Figure II.2 Flexion d'une poutre sandwich [22].

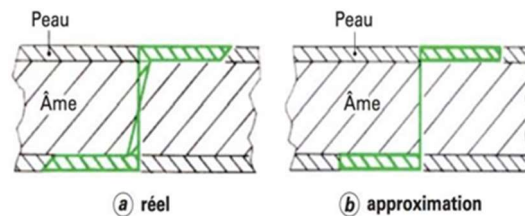


Figure II.3 Contraintes normales de flexion [22].

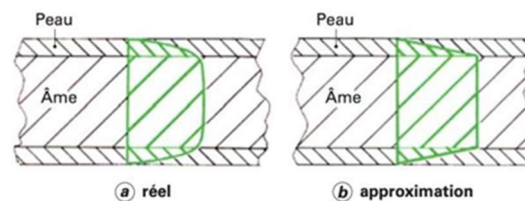


Figure II.4 Contrainte de cisaillement [22].

Ainsi, certaines dérivées représentant les champs de déplacement sont discontinues dans l'épaisseur. En conséquence, les théories présenter par [23] et [24] basées sur les hypothèses de

Navier-Bernoulli indiquant que toute section droite d'une poutre subit un déplacement de corps rigide qui la maintient perpendiculaire à la ligne moyenne [25], sont à priori inadaptées à la modélisation des structures sandwichs ayant un cœur en nid d'abeille.

D'autres modèles, basés sur les hypothèses de Reissner-Mindlin, définissent un champ de déformation en cisaillement du premier ordre tel que la fibre normale reste toujours rectiligne, mais n'est plus nécessairement perpendiculaire au plan moyen [26], [27]. La Figure II.4. Illustre la différence entre les hypothèses Navier-Bernoulli (gauche) et de Reissner-Mindlin (droite). La partie de droite fait apparaître l'angle de cisaillement γ .

Cependant, ces théories du premier ordre ne peuvent représenter de manière fidèle les déformations dues au cisaillement transverse. La condition de continuité des déplacements n'est pas respectée à l'interface âme/peaux et nécessite alors l'utilisation de facteurs de correction non- évidents à obtenir pour des structures complexes [27].

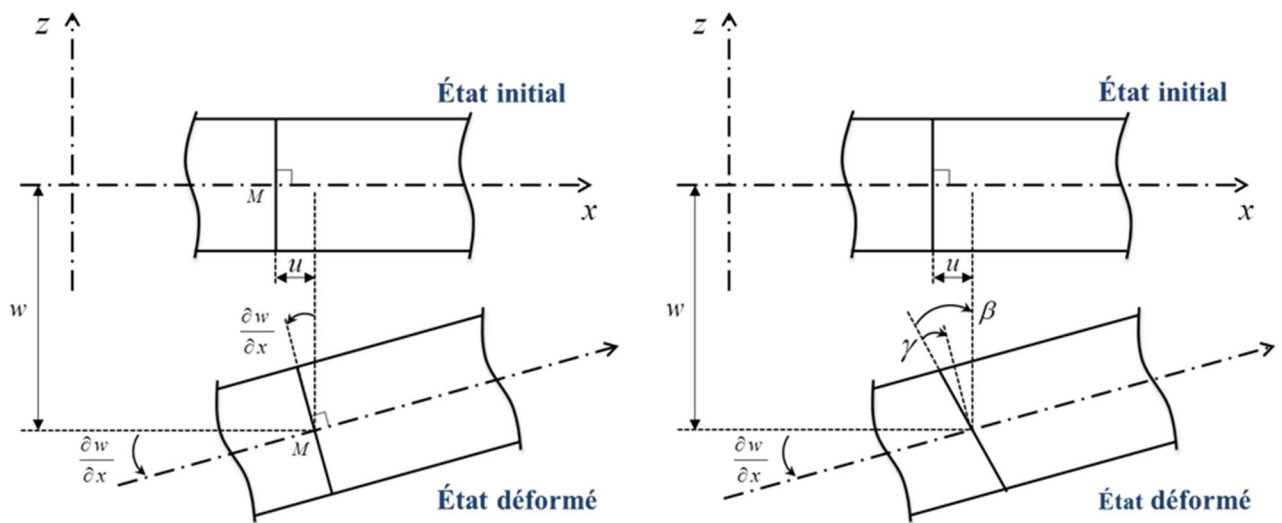


Figure II.5 Comparaison des hypothèses de Navier-Bernoulli (gauche) et Reissner-Mindlin (droite) [21].

Il existe également de nombreuses études par éléments finis [28] – [29]. Ces travaux se sont intéressés à la modélisation des nids d'abeilles avec ou sans couches de contraintes. Leurs résultats montrent que le comportement des structures en nid d'abeille non contraint est très différent du comportement d'un sandwich. Ceci explique en partie le fait que les modèles

analytiques traitent systématiquement les nids d'abeille comme des sandwiches, afin de représenter au mieux le comportement réel.

II.4 Approches Analytique

La modélisation analytique s'appuie fondamentalement sur des modèles mathématiques. Elle se base principalement, vu la complexité du problème, sur des hypothèses simplificatrices. Cette approche a un intérêt particulier puisqu'elle permet de montrer le rôle de chaque paramètre de conception (a , b , h , t). Nous allons exposer dans cette partie, un modèle très populaire celui de Gibson.

II.4.1 Géométrie et notations

Il est à noter que la géométrie ainsi que les notations utilisées par la suite sont détaillées ci-après.

- Les modules d'élasticité : E_x où X est la direction de traction.
- Les coefficients de Poisson : ν_{xy} où X est la direction de traction et Y est la direction de contraction.
- Les modules de cisaillement : G_{xy} module de cisaillement dans le plan (X , Y).

Les modules sont calculés dans le repère (X , Y , Z). Les résultats obtenus seront donnés dans le repère de la figure II.6

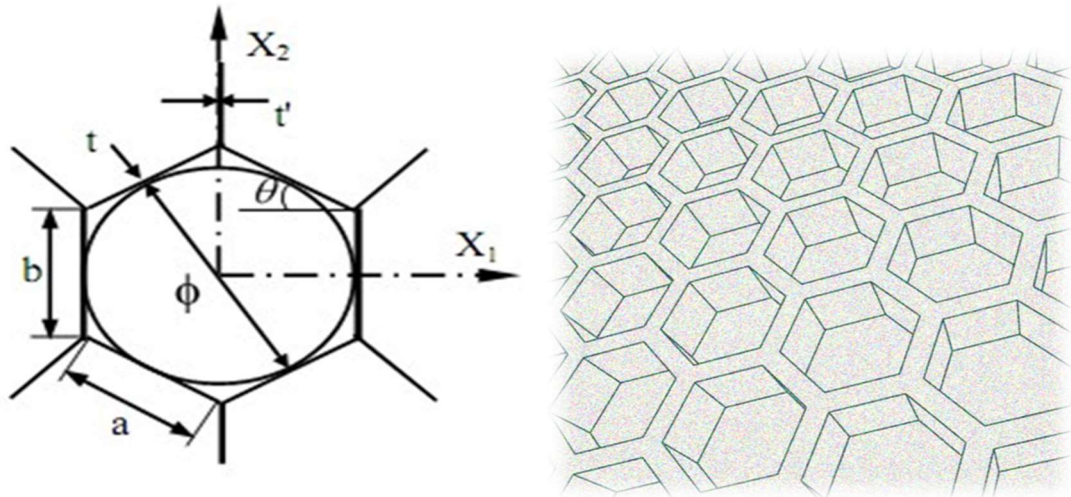


Figure II.6 Géométrie d'une cellule en nid d'abeille vue de dessus.

Tableau II.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nida.

Paramètre	Signification
θ	Angle de la cellule
ϕ	Diamètre de la cellule
b	Longueur de la paroi centrale
A	Longueur de la paroi inclinée
t'	Epaisseur de la paroi centrale
t	Epaisseur de la paroi inclinée

II.4.2 Le modèle de Gibson

S'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et coefficients du nida en fonction de leurs paramètres géométriques. Les propriétés sont définies dans le plan (X_1, X_2) et hors plan.

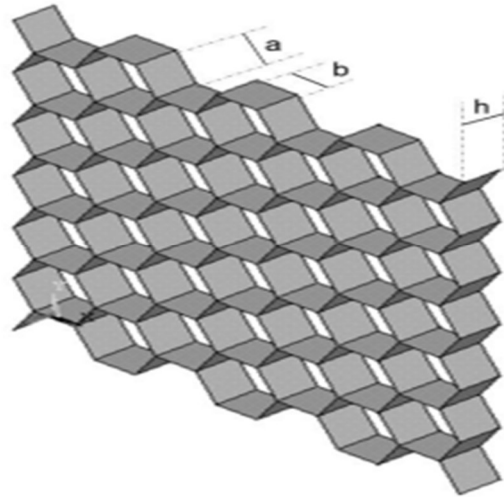


Figure II.7 Vue en perspective du nid d'abeilles.

II.4.3 Propriétés dans le plan :

L'hypothèse introduite par Gibson, est que les déplacements sont uniquement dus à la flexion élastique des parois des cellules. Les effets de compression et de traction sont négligeables. Les caractéristiques qui rentrent en jeu dans le plan sont : les modules d'élasticités E_x et E_y , de cisaillement G_{xy} et les coefficients de Poisson ν_{xy} et ν_{yx} .

II.4.3.1 Modules E_x et E_y

Les modules d'élasticité E_x et E_y sont calculés en exerçant respectivement la pression suivant le sens x et suivant le sens y . On induit ainsi un effort P suivant les axes x et y , donc des moments de flexion M . On considère le ligament comme une poutre de longueur l , d'épaisseur t , de profondeur b . L'étude de la poutre permet d'obtenir l'équation du moment de flexion M comme suite :

$$M = \frac{P a_x \sin \theta}{2} \quad (\text{II. 1})$$

L'effort P peut être déterminé de l'équation comme suit :

$$P = \sigma_x (b + a \sin \theta) \cdot h \quad (\text{II. 2})$$

Calcul de E_x

On considère le clinquant comme une poutre de longueur a , d'épaisseur t (Figure II.7), de profondeur h et de module d'Young E [30].

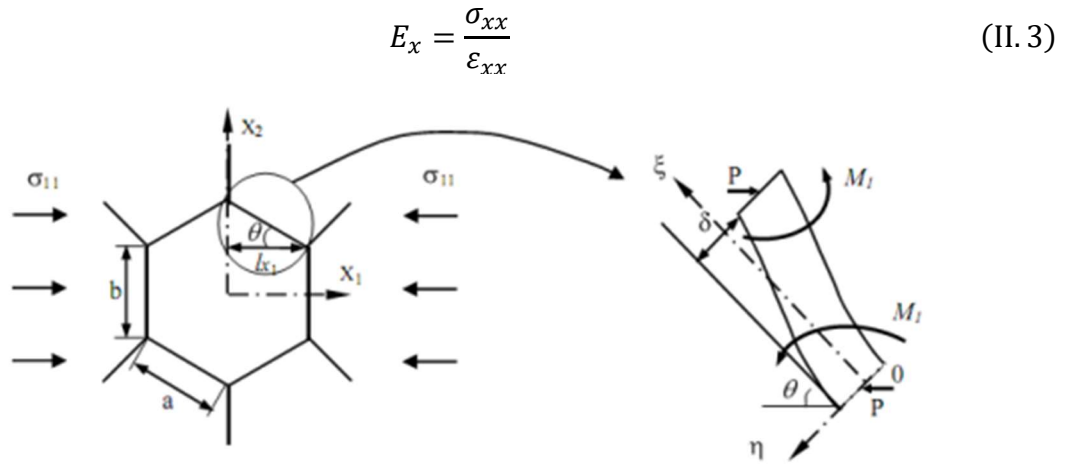


Figure II.8 Déformation des cellules par flexion des clinquants sous une charge dirigée suivant X .

Avec :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta l_x}{l_x} = \frac{\delta \sin \theta}{a \cos \theta} \quad (\text{II. 4})$$

Où

$$\delta = \frac{p a^3 \sin \theta}{12 E I} \quad (\text{II. 5})$$

La déformation ε_x s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{p a^2 \sin^2 \theta}{12 E I \cos \theta} \quad (\text{II. 6})$$

Avec

$$I = \frac{h \cdot t^3}{12} \quad (\text{II. 7})$$

$$P = \sigma_x - (b + a \cdot \sin \theta) \cdot h \quad (\text{II. 2})$$

Le module d'Young E_x devient :

$$E_x = E_s \left(\frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\cos \theta}{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \sin^2 \theta} \quad (\text{II. 8})$$

Calcul de E_y :

Le module d'Young E_y est calculé en exerçant une pression suivant Y qui induit un Effort W suivant l'axe Y et donc un moment de flexion M_y .

On considère comme précédemment le clinquant comme une poutre de longueur a, d'épaisseur t, de profondeur h et de module d'Young E .

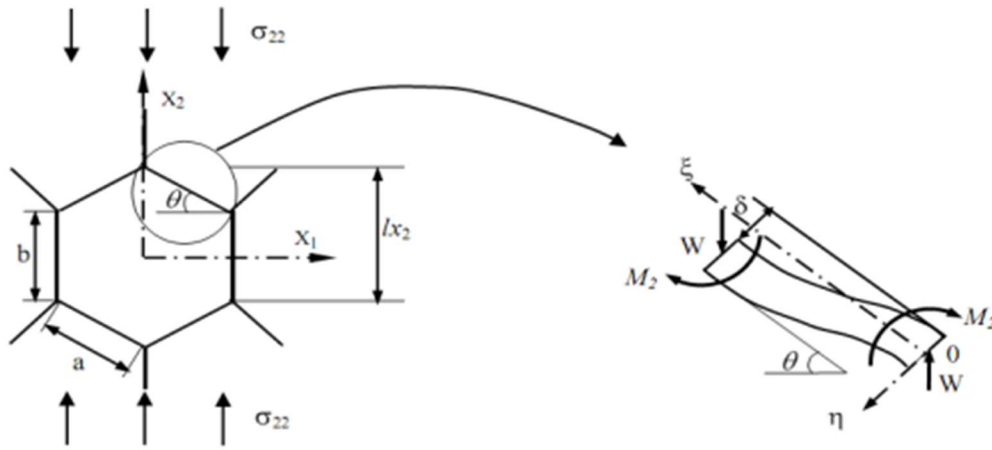


Figure II.7 : Déformation des cellules par flexion des clinquants sous une charge dirigée suivant X_2 .

Le module de Young E_y est défini en utilisant les relations suivantes :

$$E_y = \frac{\sigma_{yy}}{\varepsilon_{yy}} \quad (\text{II. 9})$$

Avec

$$\varepsilon_y = \frac{\Delta l_y}{l_y} = \frac{\delta \cdot \cos \theta}{b + a \cdot \sin \theta} \quad (\text{II. 10})$$

$$\delta = \eta(l) = \frac{w \cdot \cos \theta \cdot a^3}{12 \cdot E_0 \cdot I} \quad (\text{II. 11})$$

La déformation ε_y s'écrit

$$\varepsilon_y = \frac{W \cdot a^2}{12 \cdot E_0 \cdot I} \times \frac{\cos^2 \theta}{b + a \cdot \sin \theta} \quad (\text{II. 12})$$

Avec

$$I = \frac{h \cdot t^3}{12} \quad (\text{II. 13})$$

Et :

$$W = \sigma_y \cdot a \cdot \cos \theta \cdot h \quad (\text{II. 14})$$

Le module d'Young E_y devient :

$$E_y = E_s \left(\frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin \theta}{\cos^3 \theta} \quad (\text{II. 15})$$

Les coefficients de poisson sont calculés de la manière suivante

$$\nu_{xy} = \frac{-\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \sin \theta} \quad (\text{II. 16})$$

$$\nu_{yx} = \frac{-\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (\text{II. 17})$$

II.4.3.2 Calcul de module de cisaillement G_{xy} :

Le module de cisaillement dans le plan (X, Y) peut être calculé à partir du schéma

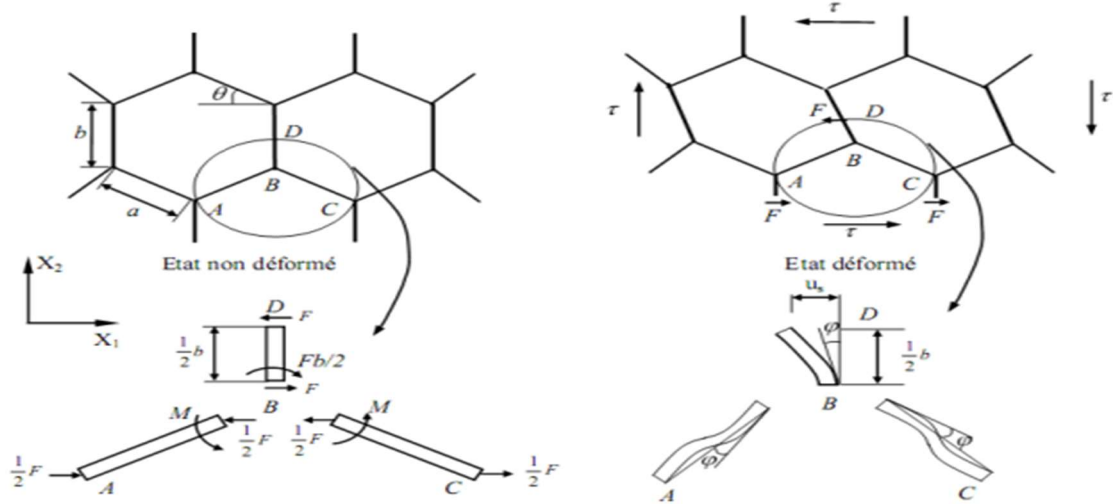


Figure II.9 Déformation des cellules par flexion et rotation dans le plan (X, Y).

On considère que les points A, B, C n'ont pas de mouvements relatifs quand on exerce un état de cisaillement sur le nida.

A cause de la symétrie la déviation U_s est uniquement due à la flexion et à la rotation du clinquant (rotation d'angle φ) autour de B [Gibson, 1988].

La déviation U_s est alors de la forme :

$$U_s = \frac{1}{2} \cdot \varphi \cdot b + \frac{F \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad (\text{II. 18})$$

Avec I moment d'inertie suivant X3 du clinquant central BD :

$$I = \frac{ht^3}{12} \quad (\text{II. 19})$$

En écrivant que la somme des moments au point B est nulle, on en déduit le moment M au niveau de AB et BC :

$$M = \frac{F \cdot b}{4} \quad (\text{II. 20})$$

On déduit l'angle φ

$$\varphi = \tan \varphi = \frac{\delta}{a} \quad (\text{II. 21})$$

Avec

$$\delta = \frac{M \cdot a^2}{6 \cdot EI} \quad (\text{II. 22})$$

I est le moment d'inertie des clinquants inclinés AB et BC :

$$I = \frac{ht^3}{12} \quad (\text{II. 23})$$

D'où

$$\varphi = \frac{F \cdot a \cdot b}{24 \cdot E_0 I} \quad (\text{II. 24})$$

En remplaçant φ dans l'expression de U_s , on obtient :

$$U = \frac{F \cdot b^2}{48 \cdot E \cdot I} \cdot (1 + 2b) \quad (\text{II. 25})$$

La relation de comportement en cisaillement s'écrit :

$$G_{xy} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (\text{II. 26})$$

Avec

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot a \cdot \cos \theta \cdot h} \quad (\text{II. 27})$$

Et

$$\gamma = 2 \cdot \frac{U}{b + a \cdot \sin \theta} \quad (\text{II. 28})$$

On obtient l'expression de G_{xy} :

$$G_{xy} = E \left(\frac{t}{a} \right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin \theta}{\left(\frac{b}{a} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2b}{a} \right) \cdot \cos \theta} \quad (\text{II. 29})$$

Pour les faibles densités relatives les modules de Young adimensionnel dans le plan pour les structures à cellules hexagonal [19].

Peut-être écrite par :

$$E = E_s \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{a} \right)^3 \quad (\text{II. 30})$$

II.4.4 Propriétés hors du plan (X, Y) :

Ces propriétés sont intéressantes et jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des panneaux sandwichs une fois le nida et les peaux assemblées. Les cinq constantes (E_z , ν_{xz} , ν_{yz} , G_{xz} , G_{yz}) sont nécessaires pour décrire les déformations hors du plan.

II.4.4.1 Détermination du module E_z :

Ce module est donné par la relation suivante :

$$E_z = E_0 \cdot \frac{\text{Section de la la cellule}}{2 \cdot \text{Surface de l'hexagone}} \quad (\text{II. 31})$$

$$E_z = E_s \left(\frac{t}{a} \right) \cdot \frac{\left(\frac{b}{a} + 2 \right)}{2 \left(\frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \cos \theta} \quad (\text{II. 32})$$

II.4.4.2 Détermination des coefficients de Poisson ν_{xz} , ν_{yz} :

Les coefficients de Poisson ν_{zx} , ν_{zy} sont supposés égaux à ν le coefficient de Poisson du matériau constituant le feillard [Gibson, 1988] (cas de la traction suivant l'axe X_3).

$$\nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu \quad (\text{II. 33})$$

On déduit les deux autres coefficients ν_{xy} et ν_{yz} grâce à la relation de réciprocité :

$$\nu_{xz} = \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx} \quad (\text{II. 34})$$

$$\nu_{yz} = \frac{E_y}{E_z} \nu_{zy} \quad (\text{II. 35})$$

II.4.4.3 Modules de cisaillement transverses

Le comportement du nid d'abeille en cisaillement transverse dépend des deux modules G_{xz} et G_{yz} . La structure répétitive des nids d'abeilles a été exploitée pour estimer ces modules en fonction de la géométrie de l'alvéole. Il faut noter que lorsque les faces inférieure et supérieure du nid d'abeille sont soumises à un déplacement relatif suivant une direction quelconque perpendiculaire à z , le champ de cisaillement est généralement hétérogène au sein de la paroi [19].

En utilisant les théorèmes de l'énergie, des bornes pour le module de cisaillement transverse sont proposées. La direction y constitue un cas particulier important pour lequel le cisaillement est nul dans les parois centrales et constant dans les parois inclinées. Dans ce cas, les bornes sont identiques et égales à la valeur du module dans le plan (y, z) . En revanche, les bornes sont bien distinctes dans le plan (x, z) . Les méthodes énergétiques permettent de trouver des bornes supérieure et inférieure.

La borne supérieure se calcule en utilisant le théorème du travail maximal. Ce théorème indique que l'énergie de déformation, calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel

compatible avec les conditions aux limites, est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel.

Détermination de la borne supérieure :

$$\frac{1}{2} G_{Jz} \cdot \gamma_{Jz}^2 \cdot V \leq \frac{1}{2} \sum_i G \cdot \gamma_i^2 \cdot V_i \quad (\text{II. 36})$$

$J = x, y$ $i = \text{nombre de paroi}$.

G : le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

V : volume de l'hexagone.

Dans notre cas, on peut écrire :

$$\frac{1}{2} G_{Jz} \cdot \gamma_{Jz}^2 \cdot S \cdot h \leq \frac{1}{2} \sum_i G \cdot \gamma_i^2 \cdot S_i \cdot h \quad (\text{II. 37})$$

$J = x, y$ $i = \text{nombre de paroi}$.

S : projection dans le plan (X1, X2) de l'hexagone,

S_i : projection dans le plan (X1, X2) de la paroi i .

Détermination de la borne inférieure :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_{Jz}^2}{G_{Jz}} \cdot V \leq \frac{1}{2} \sum_i \left[\frac{\tau_I^2}{G} \cdot V_i \right]_{J=1,2} \quad (\text{II. 38})$$

Dans le cas de nid d'abeille on a

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_{Jz}^2}{G_{Jz}} \cdot S h \leq \frac{1}{2} \sum_i \left[\frac{\tau_I^2}{G} \cdot S_i h \right]_{J=1,2} \quad (\text{II. 38})$$

Après simplification les formules analytiques des différents modules de cisaillement transverses sont données par les équations

$$G_{yz} = G_x \frac{\cos \theta}{\left(\frac{h}{a} + \sin \theta\right)} \left(\frac{t}{a}\right) \quad (\text{II. 39})$$

$$G_s \left(\frac{t}{a}\right) \frac{\left(\frac{h}{1} + \sin \theta\right)}{\cos \theta \left(\frac{h}{1} + 1\right)} \leq G_{xz} \leq G_s \left(\frac{t}{a}\right) \frac{\left(\frac{h}{a} + \sin^2 \theta\right)}{\cos \theta \left(\frac{h}{a} + \sin \theta\right)} \quad (\text{II. 40})$$

Tableau II.2 propriétés effectives du nid d'abeille régulière dans le plan

Paramètre dans le plan	
E_x	$E_x = E \left(\frac{t}{a}\right)^3 \cdot \frac{\cos \theta}{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta\right) \cdot \sin^2 \theta}$
E_y	$E_y = E \left(\frac{t}{a}\right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin \theta}{\cos^3 \theta}$
G_{xy}	$G_{xy} = E \left(\frac{t}{a}\right)^3 \cdot \frac{\frac{b}{a} + \sin \theta}{\left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2b}{a}\right) \cdot \cos \theta}$
ν_{xy}	$\nu_{xy} = \frac{-\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = \frac{\cos^2 \theta}{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta\right) \cdot \sin \theta}$
ν_{yx}	$\nu_{yx} = \frac{-\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{yy}} = \frac{\left(\frac{b}{a} + \sin \theta\right) \cdot \sin \theta}{\cos^2 \theta}$

Tableau II.3 propriétés effectives du nid d'abeille régulière hors du plan.

Paramètres hors du plan	
E_z	$E_z = E \left(\frac{t}{a} \right) \cdot \frac{\left(\frac{b}{a} + 2 \right)}{2 \left(\frac{b}{a} + \sin \theta \right) \cdot \cos \theta}$
G_{yz}	$G_{yz} = G_x \frac{\cos \theta}{\left(\frac{h}{a} + \sin \theta \right)} \left(\frac{t}{a} \right)$
G_{xz}	$G_s \left(\frac{t}{a} \right) \frac{\left(\frac{h}{a} + \sin^2 \theta \right)}{\cos \theta \left(\frac{h}{a} + \sin \theta \right)}$
	$G_s \left(\frac{t}{a} \right) \frac{\left(\frac{h}{1 + \sin \theta} \right)}{\cos \theta \left(\frac{h}{1 + 1} \right)}$
ν_{zx}	$\nu_{xz} = \frac{E_x}{E_z} \nu_{zx}$
ν_{zy}	$\nu_{zx} = \nu_{zy} = \nu$

II.5 La densité relative d'une structure nida

De par sa nature dimensionnalisée la densité relative d'une structure est un paramètre géométrique, on a la relation suivante :

$$\rho = 1 - \Theta \quad (\text{II. 42})$$

Où Θ représente la porosité de la structure. La porosité s'exprime naturellement par le rapport :

$$\Theta = \frac{V_{pore}}{V_{total}} \quad (\text{II. 43})$$

Où V_{pore} représente le volume des pores et Le volume total du matériau de par notre définition du nida comme un matériau engendré par translation, nous pouvons simplifier cette relation en ne considérant qu'une tranche de matériau, on obtient :

$$\Theta = \frac{S_{pore}}{S_{total}} \quad (\text{II. 44})$$

Particularisons, en termes de densité relative, nous donnerons le détail du calcul dans le cas d'un système hexagonal régulier.

On considère la cellule élémentaire suivante :



Figure II.10 Cellule élémentaire d'un nida à structure hexagonale régulière.

L'illustration est faite sur un nida hexagonal régulier, toutefois les propriétés ne sont liées qu'au réseau, de fait cela ne nuit pas à la généralité du propos.

Pour des raisons de symétrie du réseau hexagonal, on travaillera dans le triangle rectangle encadré sur la figure II.9. Soit S_T la surface totale de ce triangle, et S_M la surface occupée dans le triangle par la matière, on a trivialement :

$$\rho = \frac{S_M}{S_T} \quad (\text{II. 45})$$

On a immédiatement

$$S_T = \frac{a^2 \cos \theta}{4} \quad (\text{II. 46})$$

✓ Dans les cas où $t' = t$ pour toutes les parois, de fait la densité relative matériau est de :
Le triangle rectangle S_M est égal à l'un douzième de la surface S_{Nida} d'un hexagone d'une épaisseur t .

$$S(n)_M = \frac{S(n)_{Nida}}{12} \quad (\text{II. 47})$$

On obtient immédiatement

$$\rho = \frac{S(n)_{Nida}}{3 a^2 \cos \theta} \quad (\text{II. 48})$$

Ce qui nous donne dans le système (R_e ; e) :

$$\rho = \frac{n t}{3 a \cos \theta} \left(1 - \tan \left(\frac{\pi}{n} \right) \frac{t}{a} \right) \quad (\text{II. 49})$$

Vérifions si l'on retrouve bien à partir de notre paramétrisation les résultats de la littérature. Dans la littérature l'épaisseur est, généralement, supposée faible devant le diamètre de la cellule. De fait si l'on suppose $\frac{t}{l} \ll 1$ on peut réécrire la relation précédente :

$$\rho = \frac{n t}{3 a \cos \theta} \quad (\text{II. 50})$$

Dans le cas où $n = 6$, et $\theta = \frac{\pi}{6}$ on obtient :

$$\rho = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{a} \right) \quad (\text{II. 51})$$

Gibson a décrit la densité relative comme le rapport de la densité du nid d'abeilles à la densité du matériau de base. La densité relative élevée (caractéristique la plus importante du solide cellulaire équivalent à la fraction volumique des solides) était la principale raison de l'effet de configuration de la cellule hexagonale par rapport aux autres formes de cellules.

La densité relative du nid d'abeille hexagonal est exprimée par :

$$\frac{\rho_c}{\rho_s} = \frac{1 + \frac{h}{a}}{\left(\frac{h}{a} + \sin \theta \right) \cos \theta} \quad (\text{II. 52})$$

II.6 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre quelques approches permettant d'estimer les propriétés élastiques des matériaux en nid d'abeilles à partir de leurs paramètres géométriques et des propriétés de leurs constituants.

Chapitre 03

Simulation numérique du nida par élément finis

III. Chapitre 03 : Simulation numérique du Nida par éléments finis.

III.1 Introduction

La méthode des éléments finis est une technique d'analyse numérique qui permet d'obtenir des solutions approchées dans une large variété de problèmes d'ingénieries. La simulation numérique par éléments finis des problèmes de mécanique est aujourd'hui une réalité scientifique, qui permet de mettre au point des études en réduisant le recourt à la méthodologie expérimentale qui est beaucoup plus couteuse. Ainsi les logiciels de conception et de calculs assistés par ordinateur ont pris un grand essor sur le marché, leur apport est très considérable en termes de performances et de productivité. Ces logiciels permettent de générer des structures, ses caractéristiques et celles du problème étudié, ensuite ils prédisent le comportement de cette structure (déformations, ruptures, plastification...) et enfin ils permettent de traiter ces résultats afin d'en sortir des données utilisables et exploitables. Dans ce chapitre on présentera en bref le logiciel numérique ABAQUS considéré comme logiciel de calcul par éléments finis très puissants ainsi les différentes étapes menées pour la modélisation de la structure cellulaire nid d'abeille. Ensuite la détermination des constantes élastiques par la méthode d'homogénéisation numérique appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du nid d'abeille et comparer avec ceux obtenus analytiquement.

III.2 Présentation de logiciel de calcul Abaqus

ABAQUS 6.14 est un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis de problèmes très variés en mécanique. Il a été développé par DASSAULT créé en 1978. Il est composé de trois produits qui sont : ABAQUS/Standard (résolution par un algorithme statique implicite), ABAQUS/Explicit (résolution par un algorithme dynamique explicite) et ABAQUS/CAE(constitue une interface intégrée de visualisation et de modélisation pour les dits solvers). La gamme de logiciels d'ABAQUS est particulièrement réputée pour sa technologie, sa qualité et sa fiabilité. C'est un logiciel de simulation numérique avancé il utilise des méthodes de calcul sophistiquées pour résoudre des problèmes complexes. Il permet de modéliser les propriétés macroscopiques des matériaux à partir de leurs propriétés microscopiques avec une grande précision. ABAQUS offre les meilleures solutions pour des problèmes linéaires, non linéaires, explicites et dynamiques.

III.2.1 **Domaine d'application**

- Mécanique
- Thermique
- Electrique (piézo et thermique)
- Problèmes couplés

III.2.2 **Problèmes**

- Statique et dynamique
- Linéaires et non linéaires

ABAQUS offre un très large choix d'éléments (plus de 100) avec la possibilité de programmer de nouveaux éléments (en FORTRAN)

III.2.3 **Eléments utilisés par ABAQUS**

On distingue différentes grandes classes d'éléments :

- **Les éléments unidimensionnels (1D)** : barre ; poutre, rectiligne ou courbe
- **Les éléments bidimensionnels (2D)** : élasticité plane (contrainte ou déformation plane), plaques en flexion, coques courbes de forme triangulaire ou rectangulaire.
- **Les éléments tridimensionnels (3D)** : de forme tétraédrique, hexaédrique...etc.
- **Les éléments axisymétriques** : (pour les pièces présentant une symétrie de révolution au niveau de la géométrie et du chargement).
- **Les autres éléments** : ressorts, amortisseurs, rigides

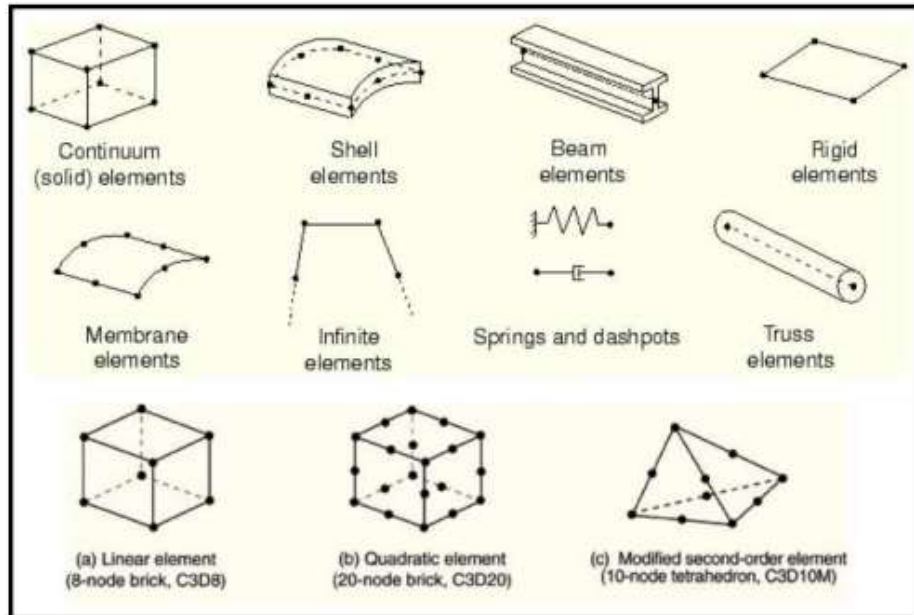


Figure III.1 Quelques éléments parmi les plus utilisés [31].

III.3 La réalisation d'une simulation numérique sous ABAQUS

La réalisation d'une simulation numérique se fait en créant son propre fichier d'entrée grâce à l'interface graphique d'ABAQUS CAE. ABAQUS couvre presque tous les domaines de la physique et tous les types de problèmes. La réalisation complète de projet de simulation sous ABAQUS, s'effectue après un passage successif dans ces modules.

III.3.1 Module PART

Ce module permet de modéliser des pièces par révolution ou par extrusion. Il permet aussi de créer et d'éditer des géométries et des entités (points, traits, et plans de référence). Ces entités comprennent à la fois les parties déformables et les parties rigides. Pour les créer, il faut utiliser l'icône de création.

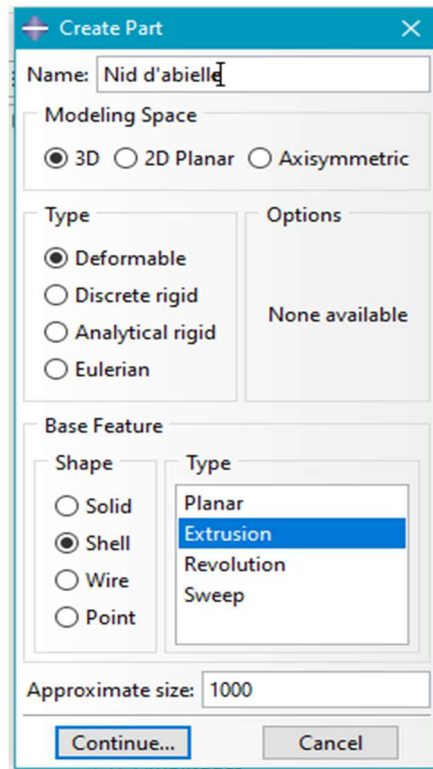


Figure III.2 Module part.

Il ne vous reste plus que vous dessinez vos modèles. Dans **notre cas**, le modèle de nid d'abeille cellules hexagonale.

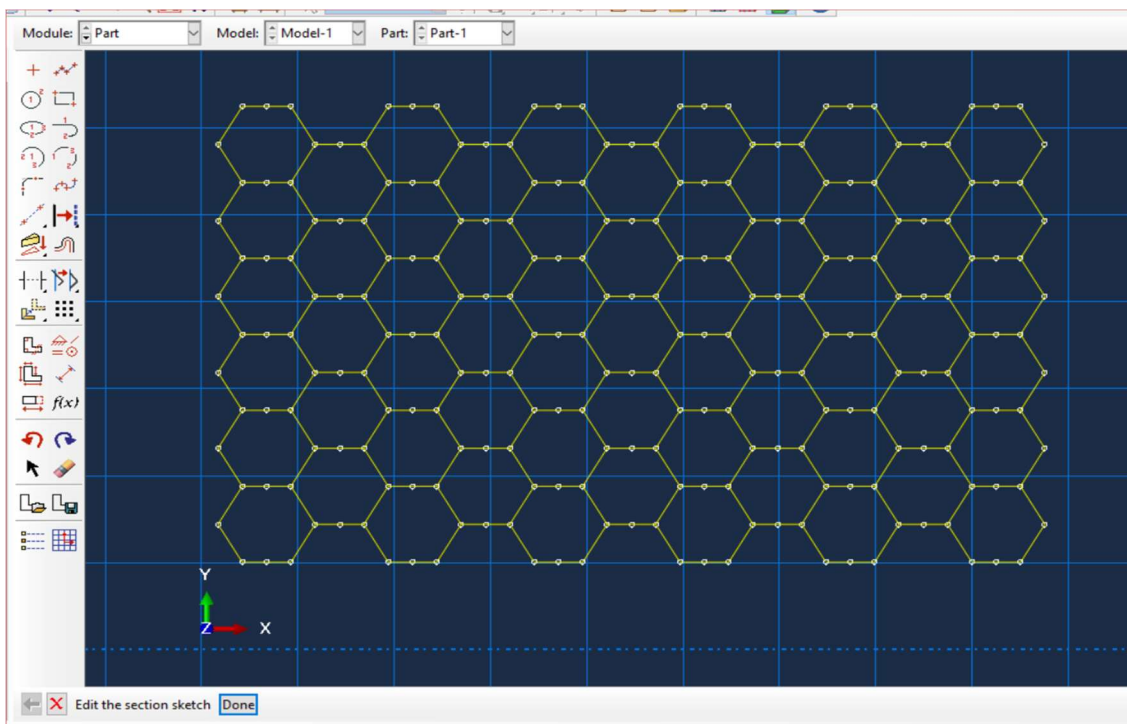



Figure III.3 Géométrie de cellule hexagonale nid d'abeille

III.3.2 Module PROPERTY

Le module **PROPERTY** permet de définir les propriétés du matériau qui constituent le modèle. Dans ce module et selon notre cas étudié, on est amené à définir des propriétés élastiques. Pour ce faire il suffit de cliquer sur l'icône (Création d'un matériau) 

Dans ce module on crée aussi la section du matériau et l'assignement à toutes les parties de la pièce ou du mécanisme étudiés.

L'aluminium est le matériau qui a été définis dans ce travail.

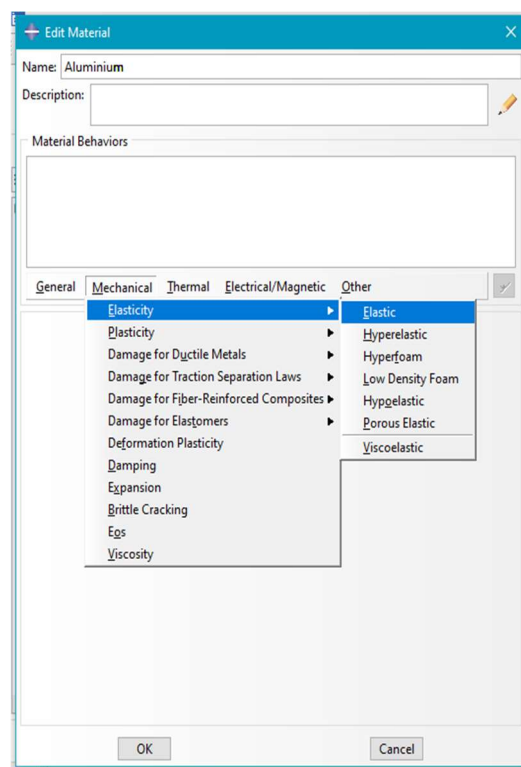



Figure III.4 Création du matériau.

III.3.3 Module ASSEMBLY

Ce module, permet de créer une instance à partir des entités déjà définies dans le module Part. Ce module **ASSEMBLY** permet d'assembler les différentes pièces créées dans un projet. Cette étape est nécessaire même si le projet n'est composé que d'une seule pièce comme notre cas.

✓ Création de l'instance : 

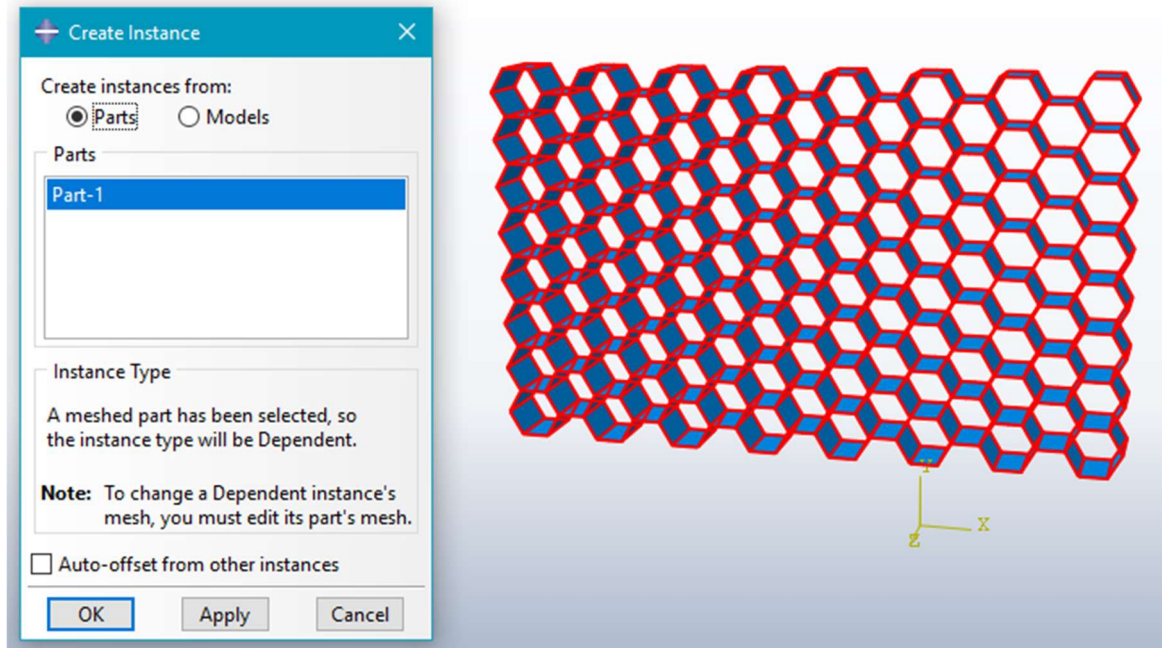



Figure III.5 Module Assembly.

III.3.4 Module STEP

Le module **STEP** permet d'effectuer les étapes de calcul. Selon le cas une analyse peut comporter un ou plusieurs Steps. On choisit le mode **StaticGeneral** dans notre cas on a effectué une analyse statique. 

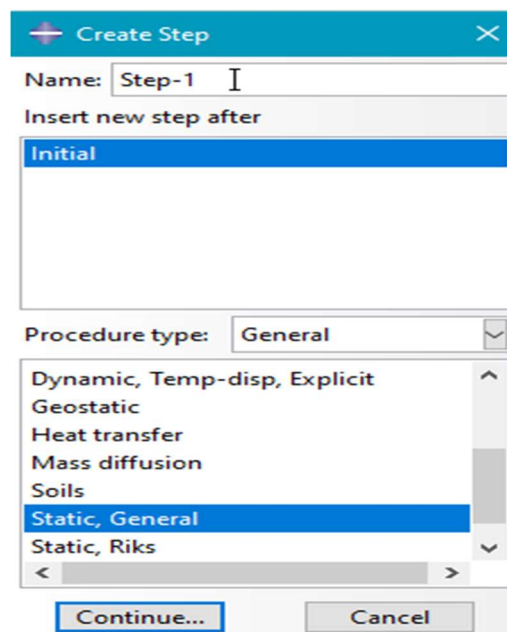


Figure III.6 Module step.

III.3.5 Module INTERACTION

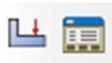
Grâce ce module, il est possible de spécifier toutes les interactions entre les différentes parties et régions du modèle, qu'elles soient mécaniques, thermiques ou autres. Le passage par ce module n'est obligatoire que s'il y'a plusieurs instances qui sont en contact.

Dans notre cas on a étudié seulement le cœur c'est pour ça on n'a pas besoin de créer ce module.

III.3.6 Module LOAD

Le module permet de définir les contraintes subites par le système étudié. On définit donc le type d'effort appliqué à la pièce ou au système. Ce module permet de spécifier tous les chargements et toutes les conditions aux limites du problème étudié. Les chargements et les conditions aux limites sont dépendantes des Steps, par exemple une force qui est appliquée au step 1 peut être inactive au step 2.

- ✓ Création d'un chargement



Les chargements, ils sont définis grâce à l'outil createload voir figure III.7. On peut avoir une charge concentrée, un moment, une pression, etc. Il faut à chaque fois définir l'amplitude

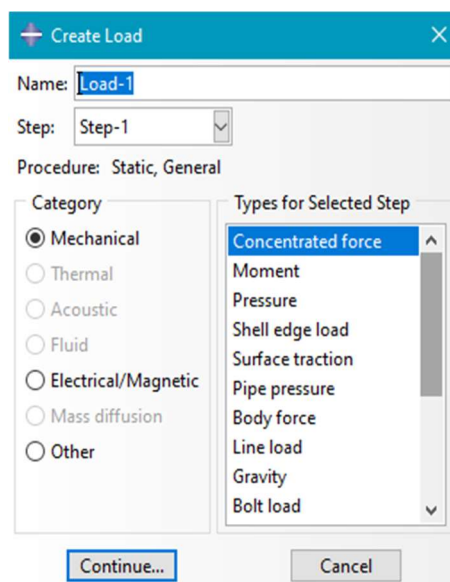


Figure III.7 insertion create load.

- ✓ Création des conditions au limite 

Les conditions aux limites sont définies grâce à l'outil « CreateBoudary Condition ». En fonction du travail et du résultat visé, on peut définir les conditions aux limites ou même imposer un déplacement (voir **Figure III.13**).

III.3.7 Module MESH

Le module **MESH** permet de créer le maillage des cellules. Il contient tous les outils nécessaires pour générer le maillage élément fini sur un assemblage. Ce maillage a resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise. Il existe plusieurs éléments classiques pour le maillage (hexaèdre, tétraèdre...).

Pour notre étude :

Les cellules qui ont été maillées avec des éléments (coques) à 4 nœuds et à 6 degrés de liberté par nœud, il compte (486400) éléments on opte pour des éléments hexaèdres, linéaires à intégration réduite de type S4R

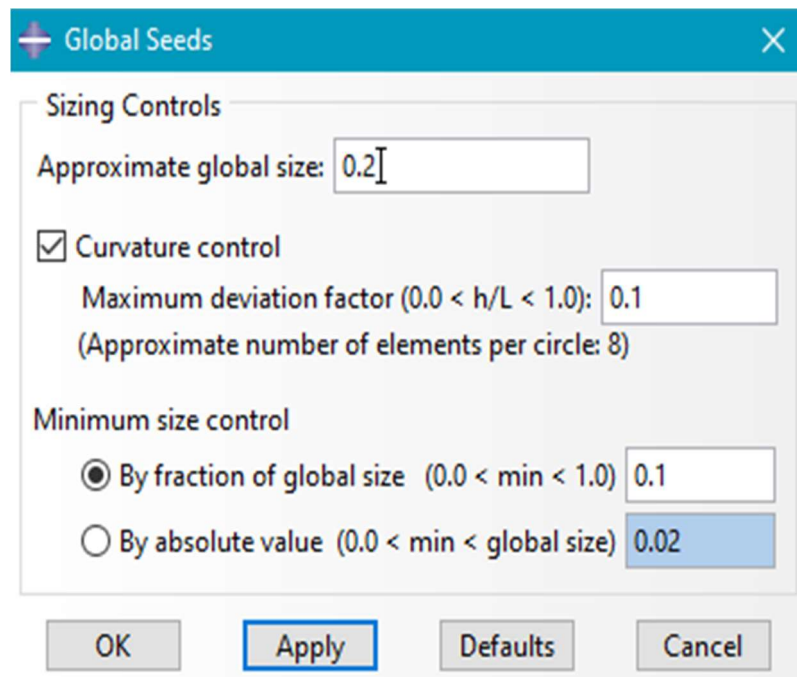


Figure III.8 Création de maillage.

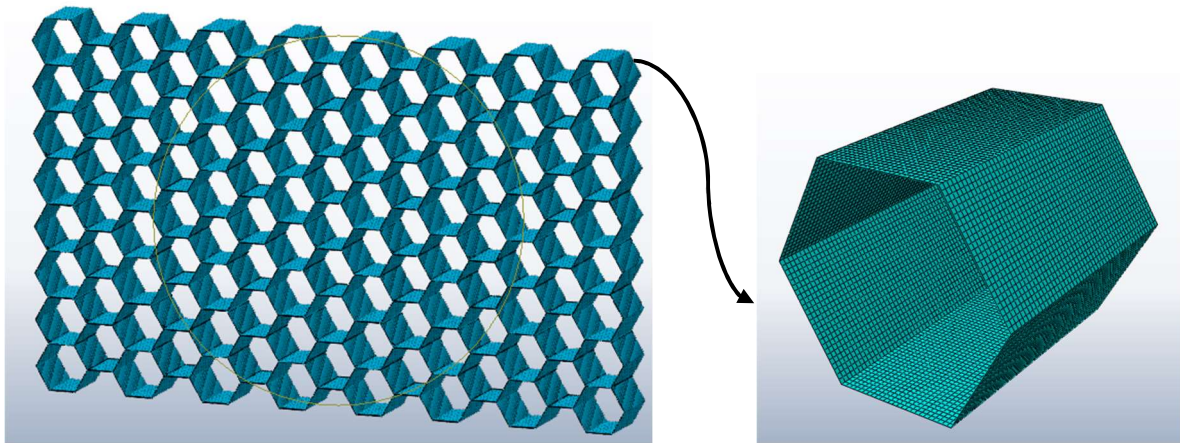


Figure III.9 maillages des cellules nid d'abeille.

III.3.8 Module JOB

Le module Job constitue en quelque sorte la partie qui synthétise tous les autres modules car il est utilisé pour analyser le modèle conçu. En effet, le calcul se fait à l'aide du module Job qui reprend les caractéristiques de celui-ci à partir du module Step.

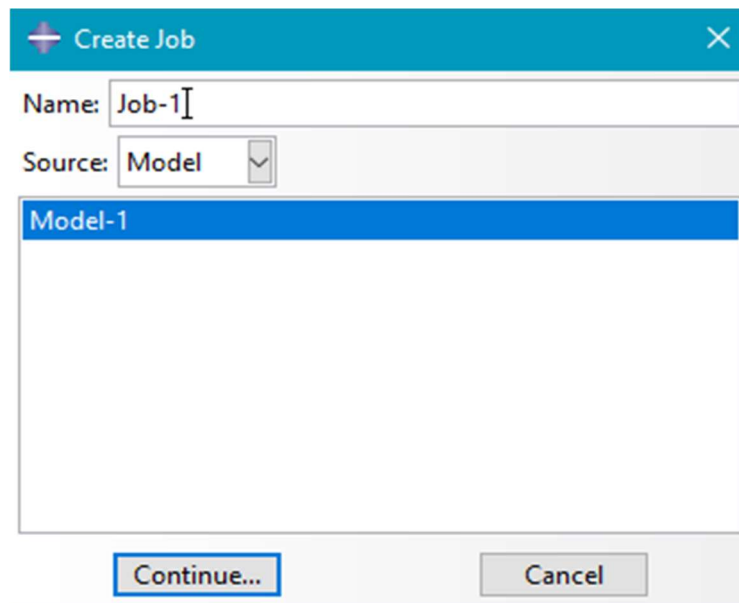


Figure III.10 maillages des cellules nid d'abeille.

III.3.9 Module VISUALIZAION

Comme l'indique son nom, ce module permet de visualiser le modèle ainsi que les résultats, les courbes de charges, les déformations et les contraintes.

Pour afficher les cellules en mode déformé.

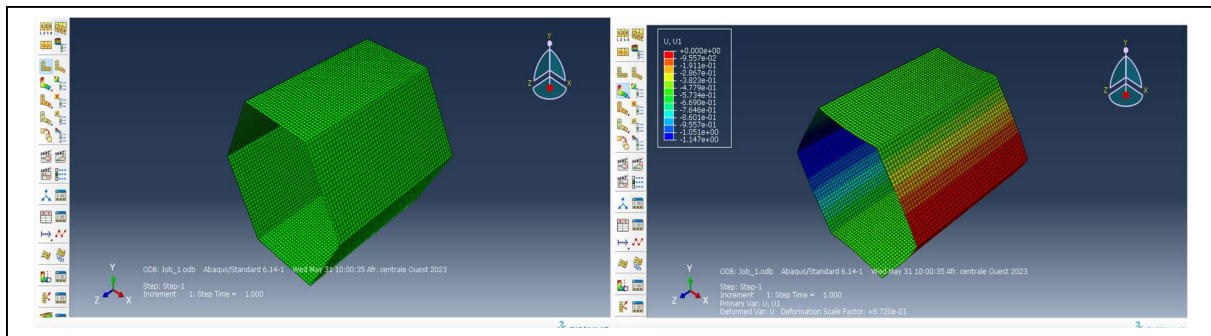


Figure III.11 Affichage résultats.

III.4 Validation numérique des modèles d'homogénéisation

Les simulations ont été effectuées sur le code de calcul Abaqus 6.14. Le modèle de nid d'abeille hexagonale prend en compte 64 cellules qui ont été maillées avec des éléments (coques) à 4 nœuds et à 6 degrés de liberté par nœud. Pour ce modèle, le maillage choisi permet de ne pas trop alourdir le calcul tout en gardant une bonne précision au niveau des résultats. Un raffinement excessif ne donne pas de meilleurs résultats. Le maillage utilisé est présenté sur la Figure. Et donne une précision acceptable. Il compte (486400) éléments. L'objectif est de valider nos modèles d'homogénéisation numérique avec la formulation théorique. Le matériau considéré est de l'aluminium 5056. Les données matérielles et géométriques sont présentées dans le tableau 3.

Tableau III.1 Paramètres géométriques et matérielles du nid d'abeilles pour la validation.

Définition	Paramètre	Valeur
Module de Young	E	70 Gpa
Coefficient de poisson du nid d'abeille	ν	0.34
Longueur de la paroi inclinée	$L=h$	5
Epaisseur de la paroi inclinée	t'	0.075
Angle de la cellule	Θ	30°
Hauteur de nid d'abeille	h_c	10
Diamètre de cellule	\emptyset	8.66 mm
Longueur de V.E.R suivant x	L_x	$L_x = 115 \text{ mm}$
Longueur de V.E.R suivant Y	L_y	$l_y = 69.28 \text{ mm}$

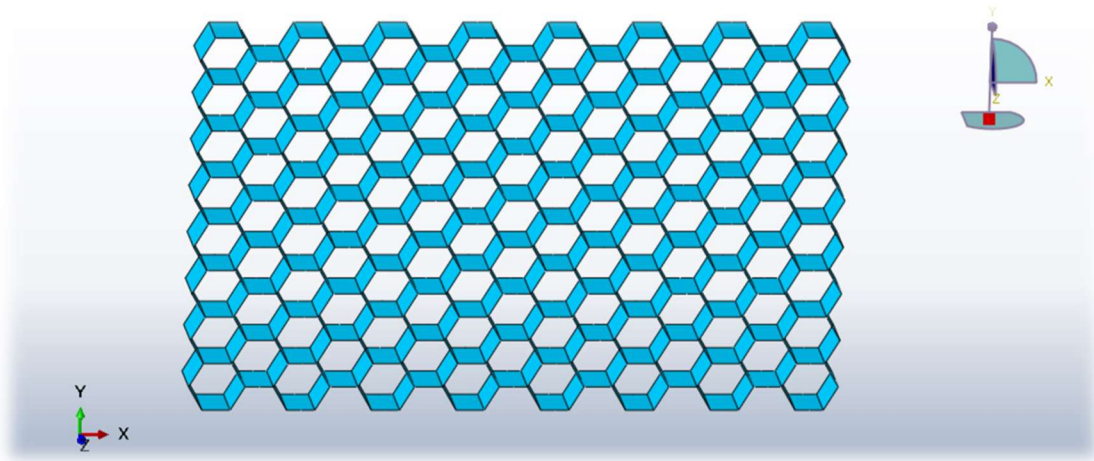


Figure III.12 volume élémentaire représentatif du nid d'abeille.

III.4.1 Module d'élasticité E_x

Pour la détermination du module d'élasticité E_1 on bloque la face de gauche suivant X ($U_x = 0$) et on impose une force unitaire de 1Mpa sur la face de droite (face opposée). Les nœuds des plans de symétrie du nid d'abeille servent pour bloquer les déplacements U_y et U_z . Les conditions aux limites appliquées en détail est représenté par la (Figure III.14)

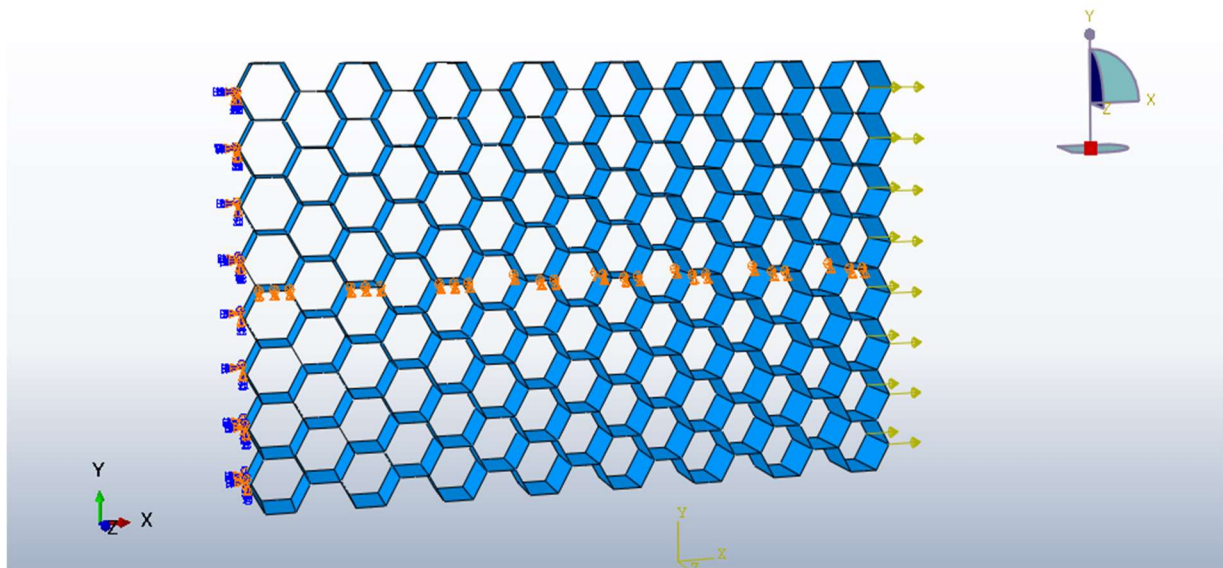


Figure III.13 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.

Tableau III.1 Résultats pour un effort de traction imposé suivant la direction X.

	t=0.075	
	U_x	4.817
	U_y	1.667
	ϵ_{xx}	0.0364
	ϵ_{yy}	0.0240
	F_x	12
	σ_x	0.0173
ABAQUS	E_x	0,548
	ν_{xy}	1
Analytique	E_x	0.545
	ν_{xy}	0.99
Erreur %	E_x	0.55 %
Erreur %	ν_{xy}	1 %

Le tableau **III.2** regroupe les résultats obtenus par les simulations numériques avec les conditions présentées précédemment (Force imposé suivant la direction X) et les compare aux valeurs analytiques obtenues par les formules de Gibson (Chapitre 2). On peut constater que l'écart des résultats entre la simulation numérique et le modèle analytique est d'environ 0.55 % pour E_x et 1 % pour le coefficient de Poisson ν_{xy} . Ces écarts sont satisfaisants si on prend le module de Gibson comme référence.

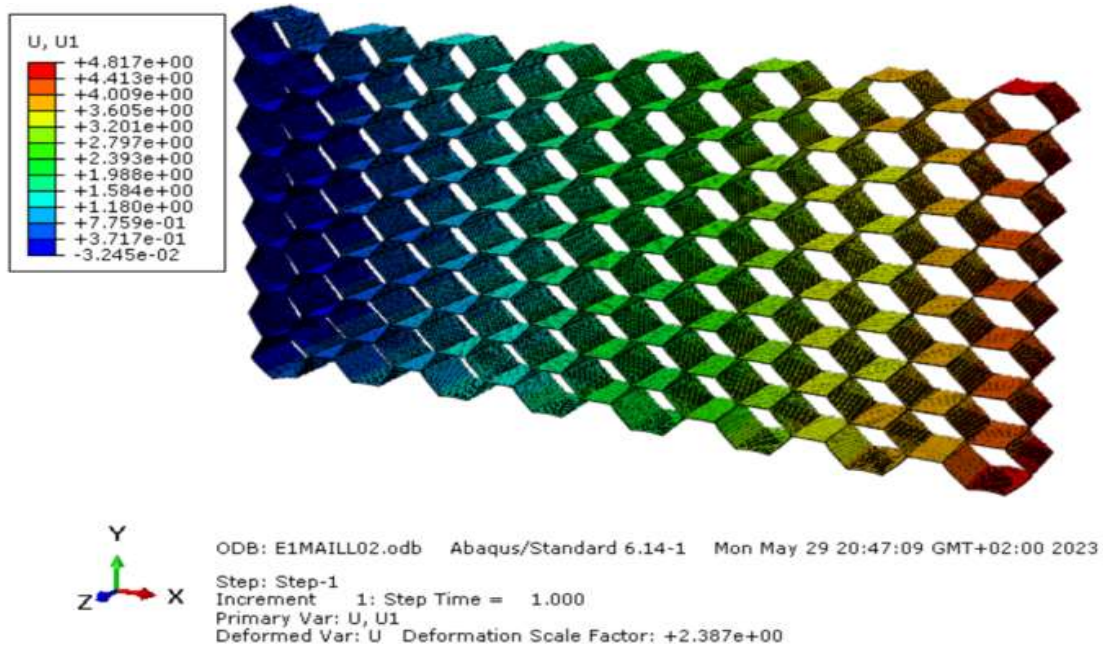


Figure III.14 Distribution du champ de déplacement dans le V.E.R sous une traction suivant X.

III.4.2 Module d'élasticité E_y

Une force unitaire suivant la direction y est imposé à la face supérieure du VER tout en bloquant la face inférieure. Afin d'empêcher les déplacements U_x et U_y , les nœuds des plans médians sont bloqués comme il est indiqué sur la (**Figure III.16**) pour avoir une déformée homogène. Le résumé des résultats dans le cas de la traction suivant y est regroupé dans le tableau III.3

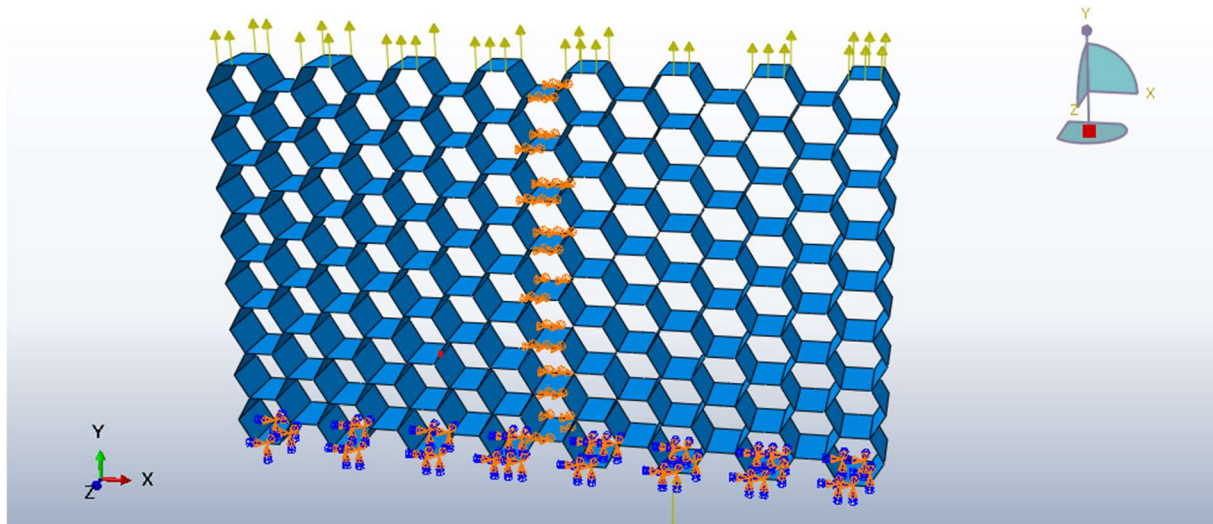


Figure III.15 Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Y.

Tableau III.2 Tableau Résultats pour un effort de traction imposé suivant la direction Y.

t=0.075		
	U_x	5.619
	U_y	5.646
	ϵ_{xx}	0.0488
	ϵ_{yy}	0.0814
	F_y	48
	σ_y	0.0417
ABAQUS	E_y	0.543
	ν_{yx}	1
Analytique	E_y	0.545
	ν_{yx}	0.99
Erreur %	E_y	0.37 %
Erreur %	ν_{yx}	1%

D'après les résultats présentés sur le tableau (**Tableau III.3**) on peut constater que la

détermination de module élastique E_y par les deux méthodes analytique et numérique est acceptable, car l'écart entre le modèle de Gibson et la simulation numérique atteint 0.37 %. La même remarque pour le coefficient de Poisson l'erreur est toujours très faible.

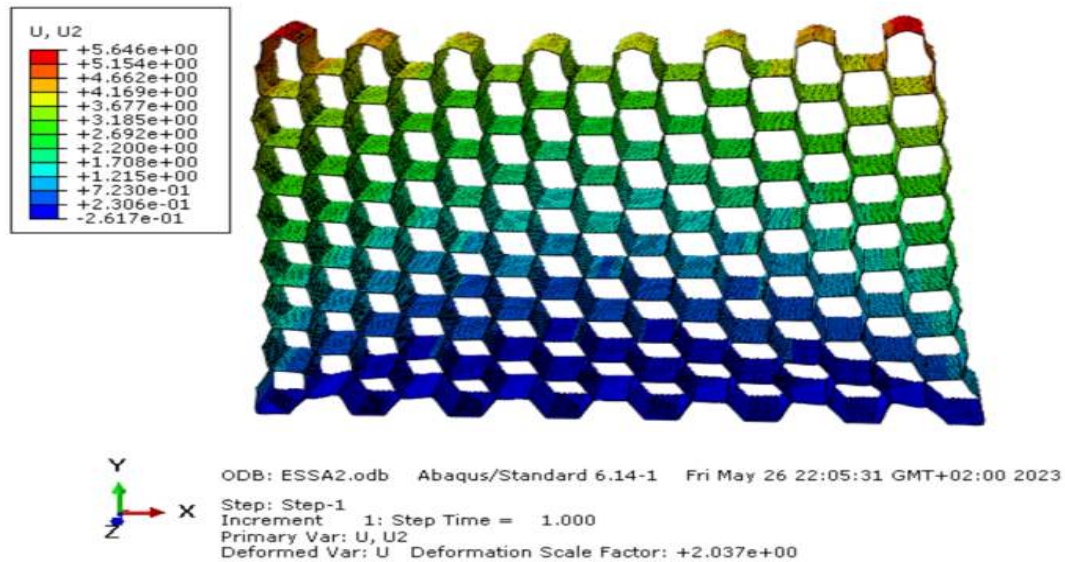


Figure III.16 Distribution du champ de déplacement dans le V.E.R sous une traction suivant Y.

III.4.3 Modules de cisaillement G_{xy}

La détermination de module de cisaillement G_{xy} est effectuée en imposant les conditions aux limites suivantes :

Pour $Y=0$, on bloque les déplacements suivant X, Y et Z ($U_1 = U_2 = U_3 = 0$) sur tous les nœuds.

Pour $Y=L$, la face opposée on applique une force égale ($F_x = 32 \text{ N}$) et on bloque les déplacements suivant Y et Z ($U_2 = U_3 = 0$) sur tous les nœuds.

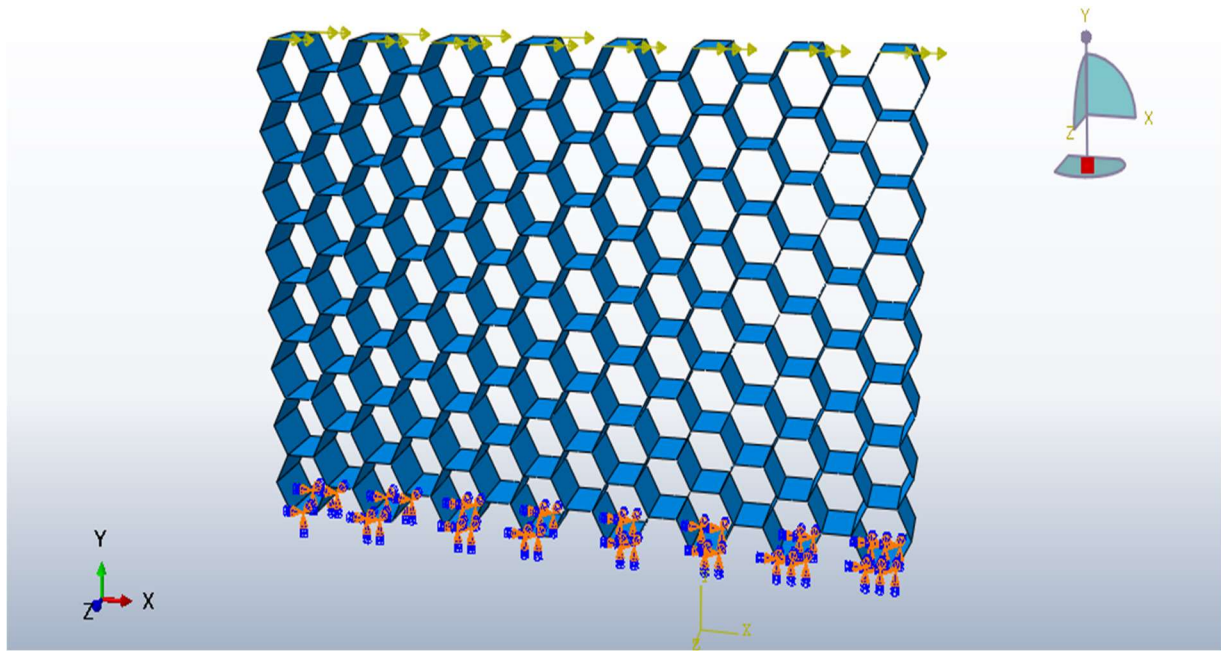


Figure III.17 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement G_{xy} .

Le tableau **III.4** montre les résultats obtenus par simulations numériques à l'aide d'Abaqus et par le modèle Gibson pour le cisaillement dans le plan. Nous observons une bonne concordance des résultats entre l'analytique et le numérique ou l'erreur ne dépasse pas les 0.74%. La détermination du module de cisaillement G_{xy} est fondamentale car il joue un rôle important dans le comportement des structures sandwichs.

Tableau III.3 Résultats pour un effort de cisaillement imposé dans le plan XY.

	$t=0.075$	
	δ_{11} (mm)	$2.251 \cdot E1$
	γ_{xy}	0.325
	τ_{xy} (MPa)	0.044
Abaqus	G_{xy} (MPa)	0.135
Gibson	G_{xy} (MPa)	0.136
Erreur %	G_{xy}	0.74%

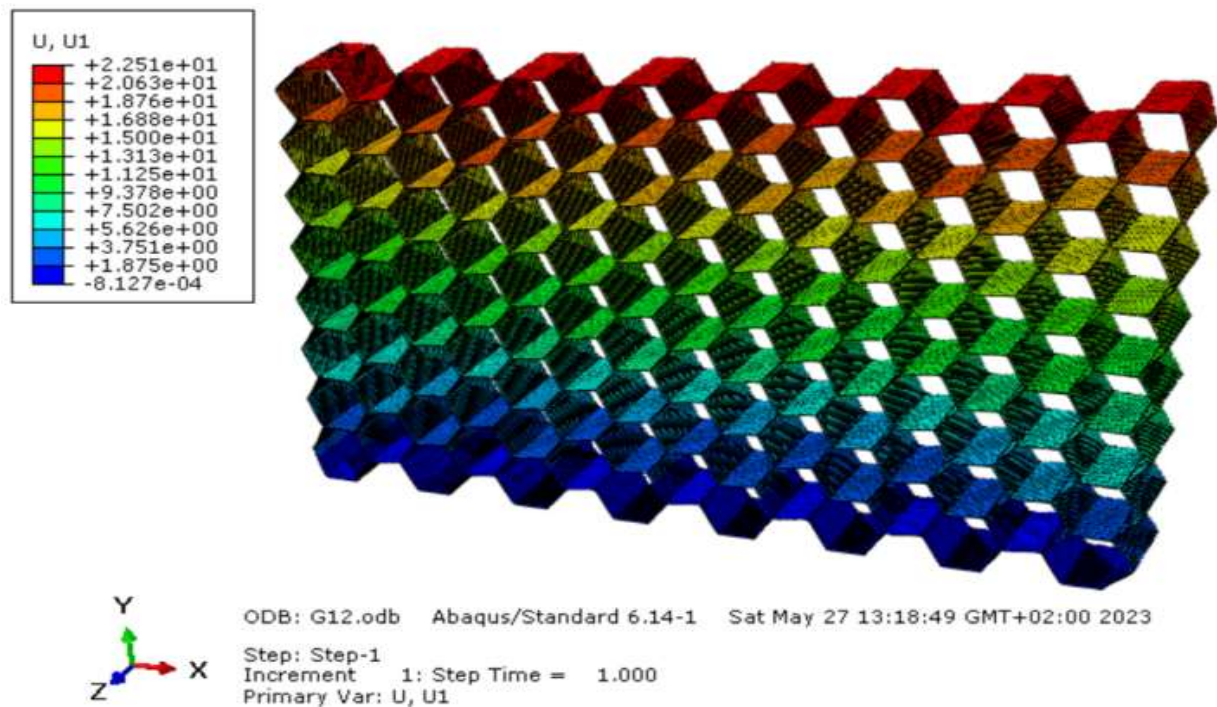


Figure III.18 Distribution du champ de déplacement dans le VER sous sollicitation de cisaillement G_{xy} .

Le résumé de l'ensemble des simulations effectuées pour la détermination des caractéristiques du nid d'abeille est présenté dans le tableau III.7

Tableau III.4 Module élastique homogénéisé dans le plan par Abaqus et Gibson

Module dans le plan	Analytique	Abaqus	Erreur %
E_x (Mpa)	0.545	0,548	0.55
E_y (Mpa)	0.545	0.543	0.37
ν_{xy}	0.99	1	1
G_{xy}	0.136	0.135	0.74

La comparaison des résultats du modèle analytique (Gibson) avec ceux obtenus par simulation numérique (Abaqus) nous a permis de mieux encadrer les valeurs des modules élastiques. On peut constater que les écarts entre résultats de la simulation numérique et du modèle analytique

sont acceptables pour tous les modules dans le plan sachant que le modèle de Gibson est pris comme référence.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé quelques approches permettant d'estimer les propriétés élastiques des matériaux en nid d'abeilles à partir de leurs paramètres géométriques et des propriétés de leurs constituants.

Dans cette étude, nous explorons les solutions basées sur l'homogénéisation des structures par éléments finis basée sur un code de calcul Abaqus 6.14.

Chapitre 04

Présentation des résultats et discussion

IV. Chapitre 04 : Présentation des résultats et discussions.

IV.1 Introduction

Les propriétés d'un matériau cellulaire dépendent de plusieurs facteurs selon le type de matériaux qui le constitue, aussi de la géométrie de la cellule. Le nid étant une structure orthotrope, ses propriétés varient selon le sens transversal ou longitudinal des alvéoles (taille de mailles). De plus, la taille de celles-ci, l'épaisseur des parois de la cellule et la méthode de mise en œuvre sont des paramètres qui influencent la résistance globale du sandwich.

Ce chapitre a permis la mise en évidence de l'influence de quelques paramètres géométriques de la cellule sur les constantes élastiques dans le plan.

IV.2 Modèle numérique utilisé pour simulation

On note que l'étude paramétrique a été faite sur le même modèle numérique utilisé dans le chapitre précédent (8*8 cellule). Le but est de mettre au point des corrélations entre les modules élastiques et les paramètres géométriques de la cellule nid. Le matériau considéré est de l'aluminium 5056 avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

$$E_s = 70000 \text{ MPa}, G_s = 23,247 \text{ GPa}, \nu_s = 0,34.$$

Tableau IV.1 Etude paramétrique de la cellule nid d'abeille en fonction des modules d'élasticité.

Facteur variables				Module d'élasticité		Module de cisaillement
t (mm)	h/l	Ø (mm)	Θ (deg)	Ex (Mpa)	Ey (Mpa)	Gxy (Mpa)
0.015	1	6.4	30	0.011	0.010	0.0027
0.35				0.139	0.134	0.035
0.055				0.533	0.518	0.136
0.075				1.360	1.330	0.345
0.1				3.22	3.100	0.810
0.2				25.16	24.11	6.38
0.075	0.25	6.4	30	4.937	0,0105	0.035
	0.5			3.843	0.113	0.123
	0.75			2.54	0.476	0.239
	1			1.35	1.36	0.345
	1.25			0.684	3.105	0.464
	1.5			0.253	6.117	0.573
	1.75			0.142	10.89	0.683
0.075	1	4.8	30	3.21	3.18	0.82
		6.4		1.35	1.33	0.33
		9.5		0.419	0.409	0.103
		12.7		0.174	0.176	0.043
		19.1		0.0514	0.051	0.0127
0.075	1	6.4	-30	3.77	0.39	0.11
			-20	6.63	0.42	0.123
			-10	14.82	0.47	0.142
			-5	70.86	0.54	0.169
			5	79.68	0.61	0.206
			10	17.03	0.72	0.248
			20	3.32	0.95	0.29
			30	1.36	1.35	0.336

IV.3 Effet de l'épaisseur de la paroi

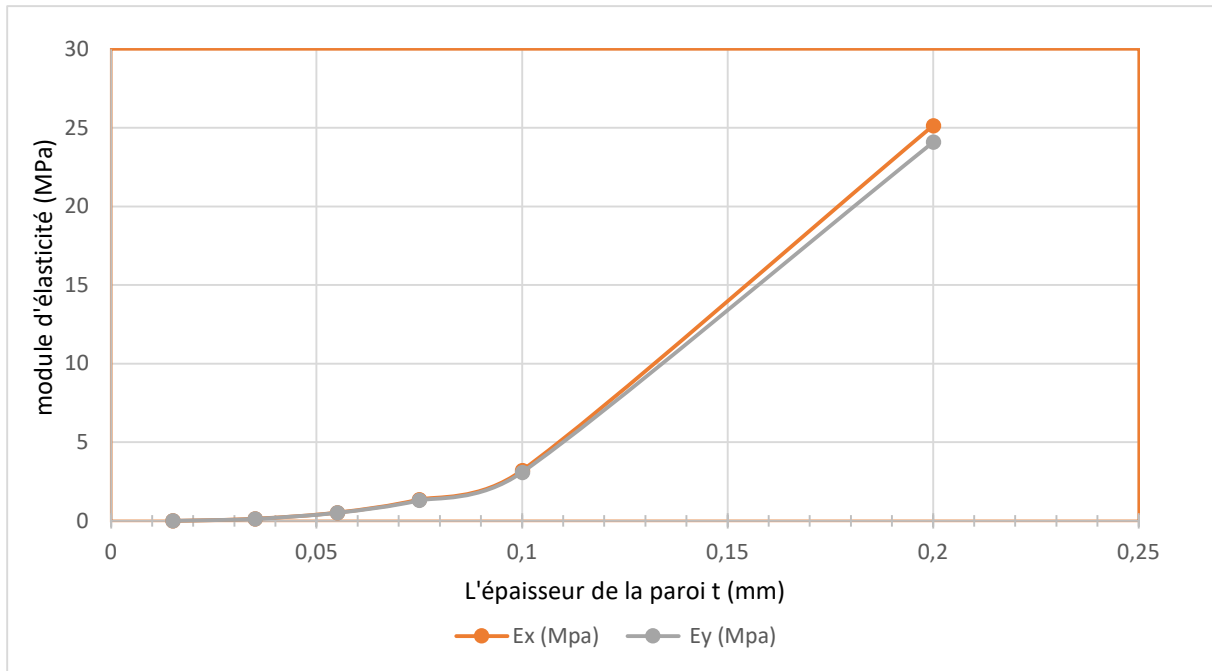


Figure IV.1 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction de l'épaisseur de la paroi.

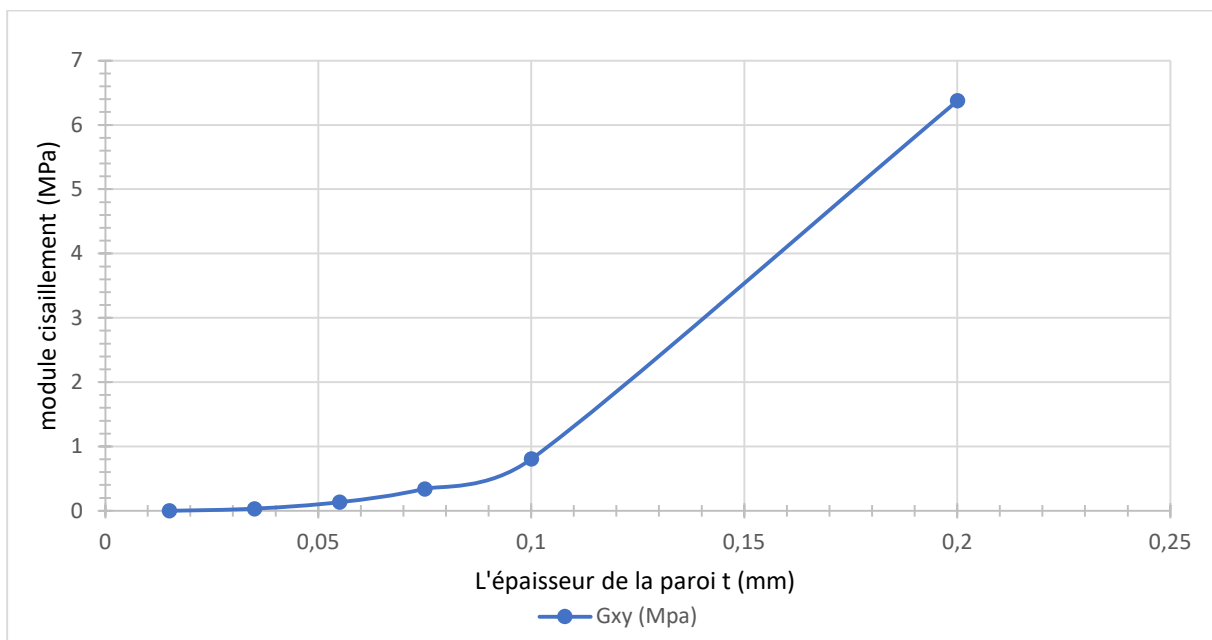


Figure IV.2 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction de l'épaisseur de la paroi

Les Figure (Figure IV.1) et (Figure IV.2) représentent l'évolution des modules d'élasticité et de cisaillement en fonction de l'épaisseur de la paroi de différentes séries 0.015, 0.035, 0.055 0,075, 0.1 et 0.2 mm pour des structures en nid d'abeilles hexagonale. Les épaisseurs varie d'une paroi mince à une paroi plus au moins épaisse. On constate que les modules d'élasticité augmentent avec l'augmentation de l'épaisseur de la paroi cellulaire. On remarque aussi que les valeurs des modules d'élasticité du nid d'abeille sont plus grandes que le module de cisaillement dans le plan G_{xy}

IV.4 Effet du rapport h/l

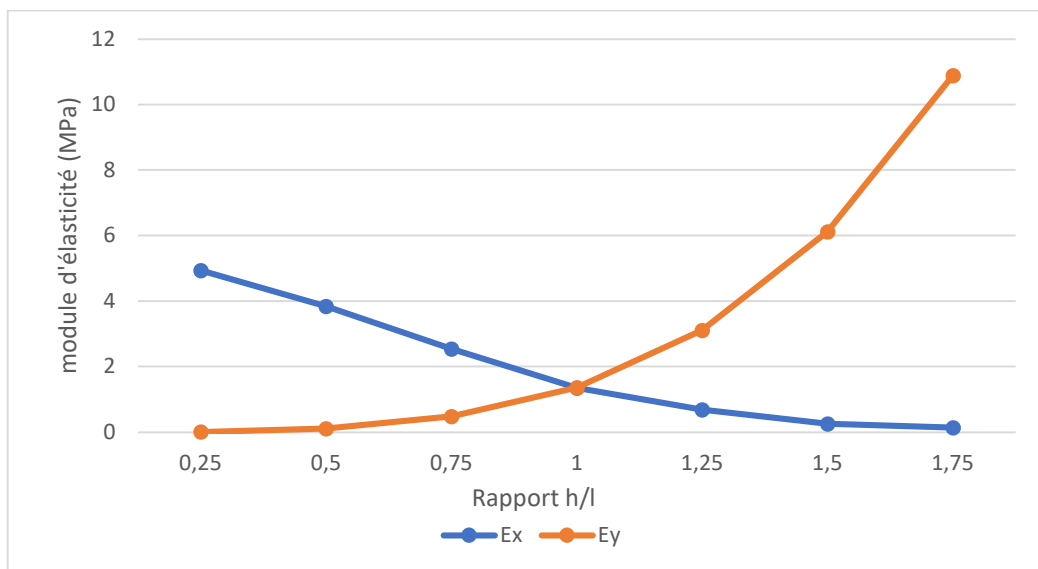


Figure IV.3 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction de rapport h/l .

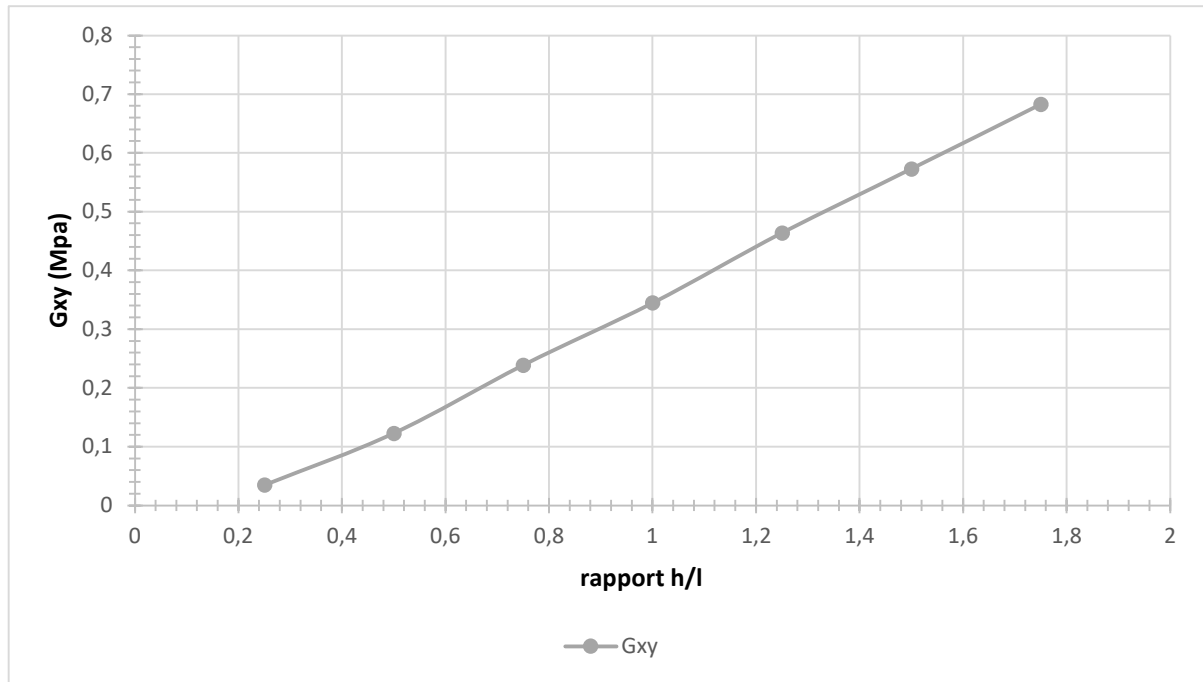


Figure IV.4 Évolution des modules d'élasticité G_{xy} en fonction de rapport h/l .

Les Figures **(Figure IV.3)** et **(Figure IV.4)** représentent l'évolution des modules d'élasticité et de cisaillement en fonction du rapport h/l (longueur de la paroi centrale / longueur de la paroi inclinée) de différentes séries 0,25, 0,5, 0,75, 1, 1,25, 1,5 et 1,75 pour des structures en nid d'abeilles. On constate que l'augmentation du rapport h/l induit une augmentation des modules d'élasticité E_x et E_y ainsi que le module de cisaillement G_{xy} . L'augmentation du rapport h/l induit a une augmentation de rigidité dans le plan.

IV.5 Effet du diamètre de la cellule Φ

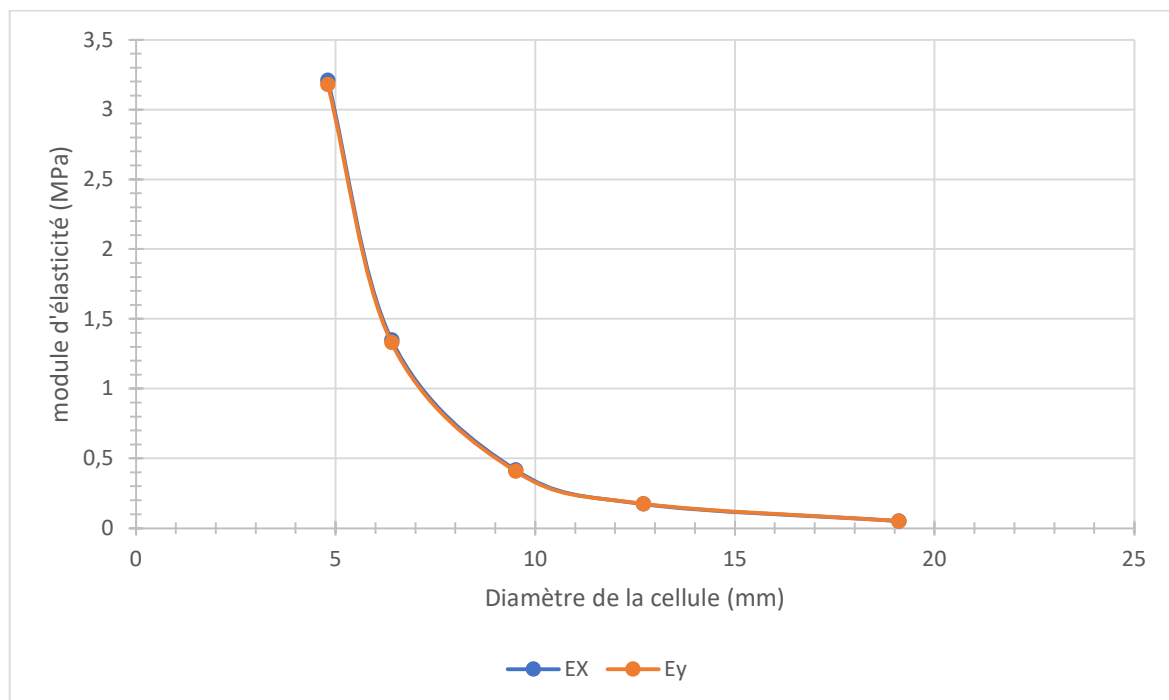


Figure IV.5 Évolution des modules d'élasticité E_x et E_y en fonction du diamètre de la cellule Φ .

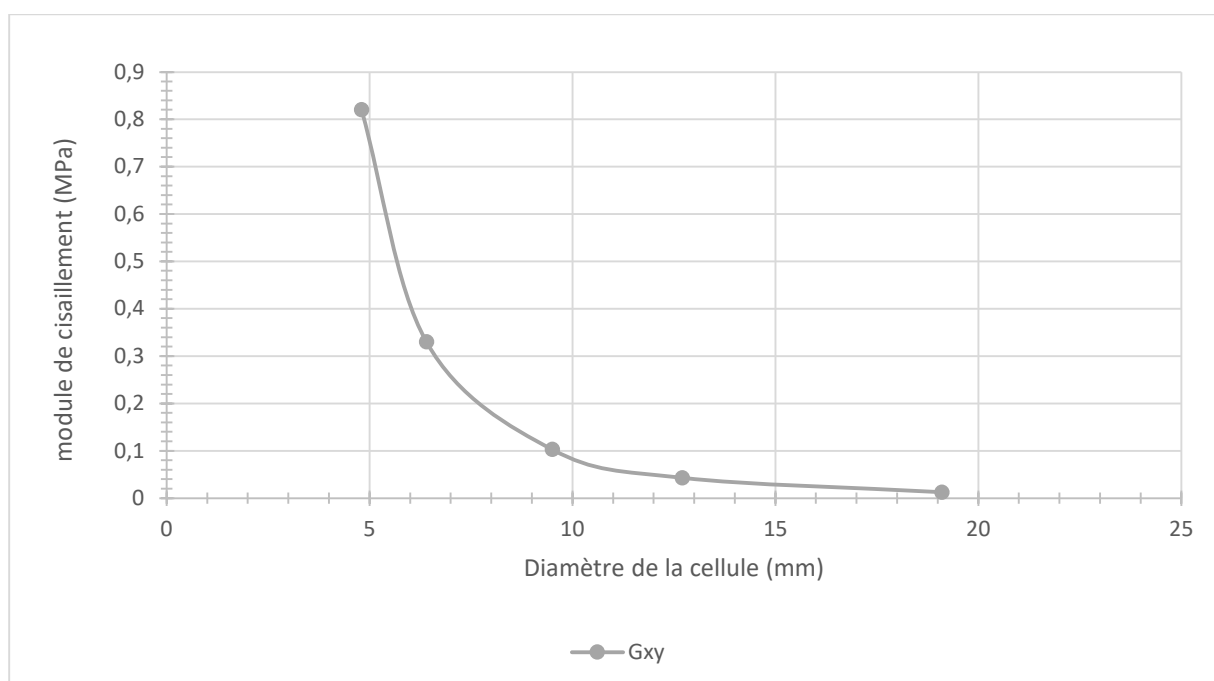


Figure IV.6 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction du diamètre de la cellule Φ .

Les Figure (Figure IV.5) à (Figure IV.6) représentent respectivement l'évolution des modules d'élasticité (E_x , E_y) et de modules de cisailent G_{xy} en fonction du diamètre de la cellule pour différentes séries 4.6, 8.4, 9.5, 12.7 et 19.1 mm pour des structures en nid d'abeilles. D'après ces figures on constate que l'augmentation du diamètre de la cellule induit une diminution des modules d'élasticité et de module de cisaillement dans le plan xy.

IV.6 Effet de l'angle de la cellule θ

La détermination de l'influence de l'angle interne de cellule sur les comportements des structures en nid d'abeille représenté par les modules d'élasticité (E_x , E_y), et le module de cisaillement G_{xy} .

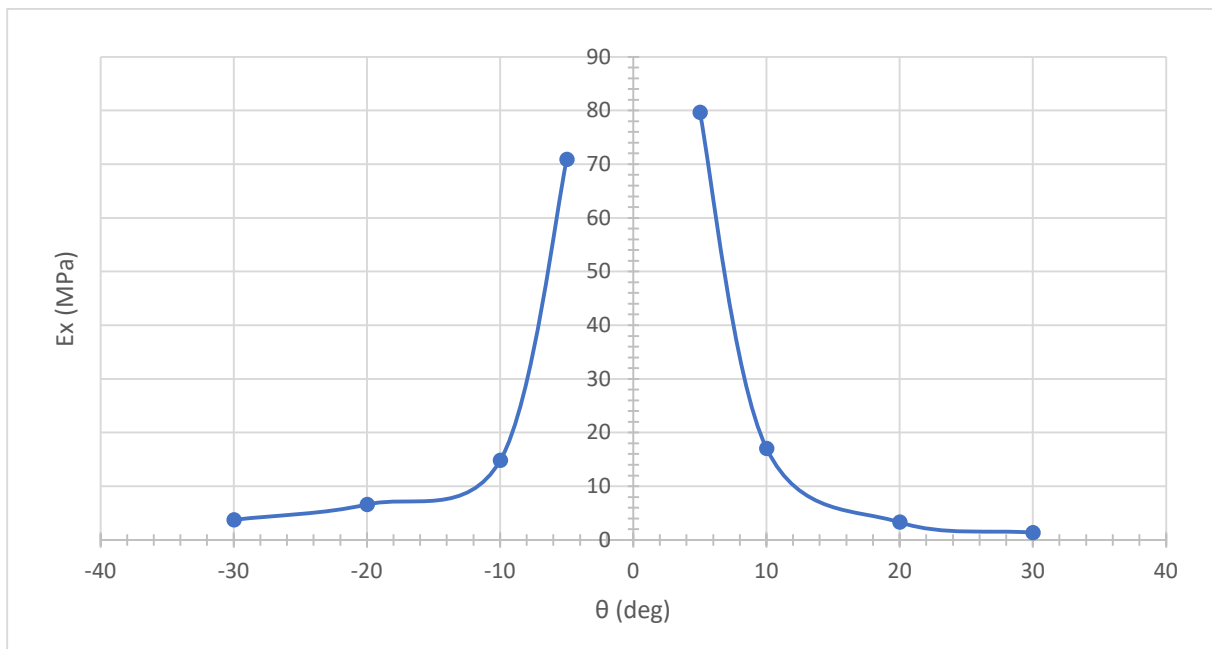


Figure IV.7 Évolution de module d'élasticité E_x en fonction de l'angle de la cellule θ .

La Figure. (Figure IV.7) représente l'évolution de module d'élasticité E_x en fonction de l'angle de la cellule θ pour des structures en nid d'abeilles. On constate que l'augmentation de la valeur absolue de l'angle de la cellule induit une diminution des modules d'élasticité E_x .

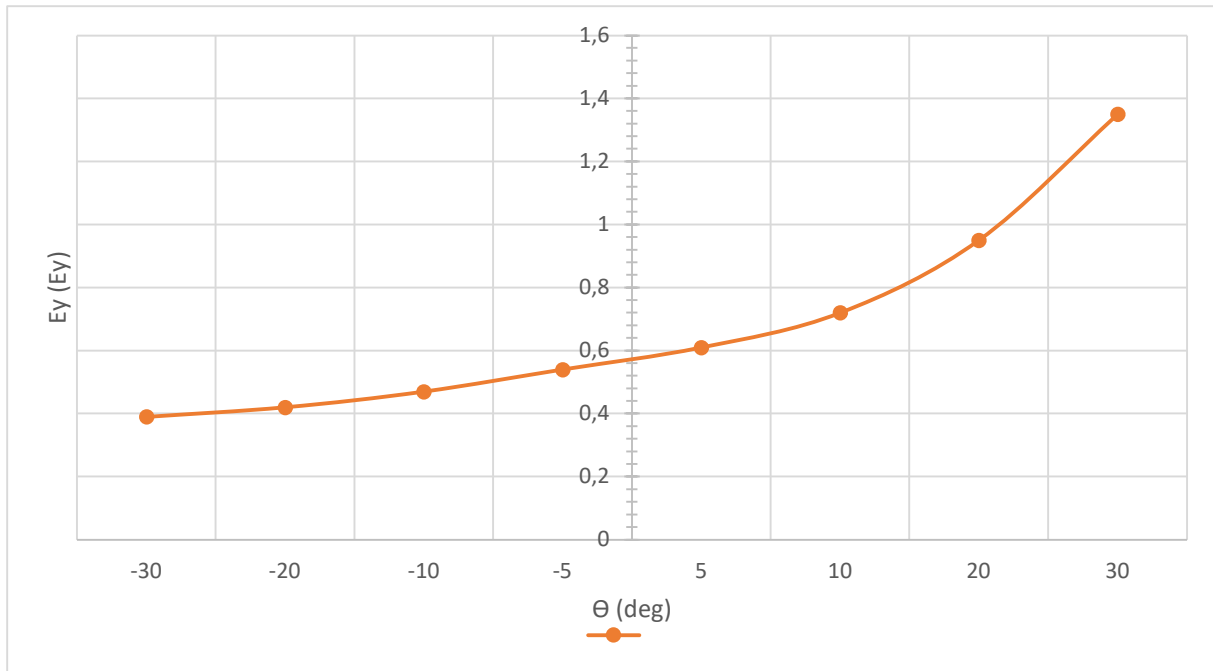


Figure IV.8 Évolution de module d'élasticité E_y en fonction de l'angle de la cellule Θ .

La Figure (**Figure IV.8**) représente l'évolution de module d'élasticité E_y en fonction de l'angle de la cellule θ de différentes séries -30, -20, -10, -5, 5, 10, 20 et 30 degrés pour des structures en nid d'abeilles. On constate que les modules d'élasticité des structures en Nid d'abeilles augmentent avec l'augmentation de l'angle interne de la cellule θ .

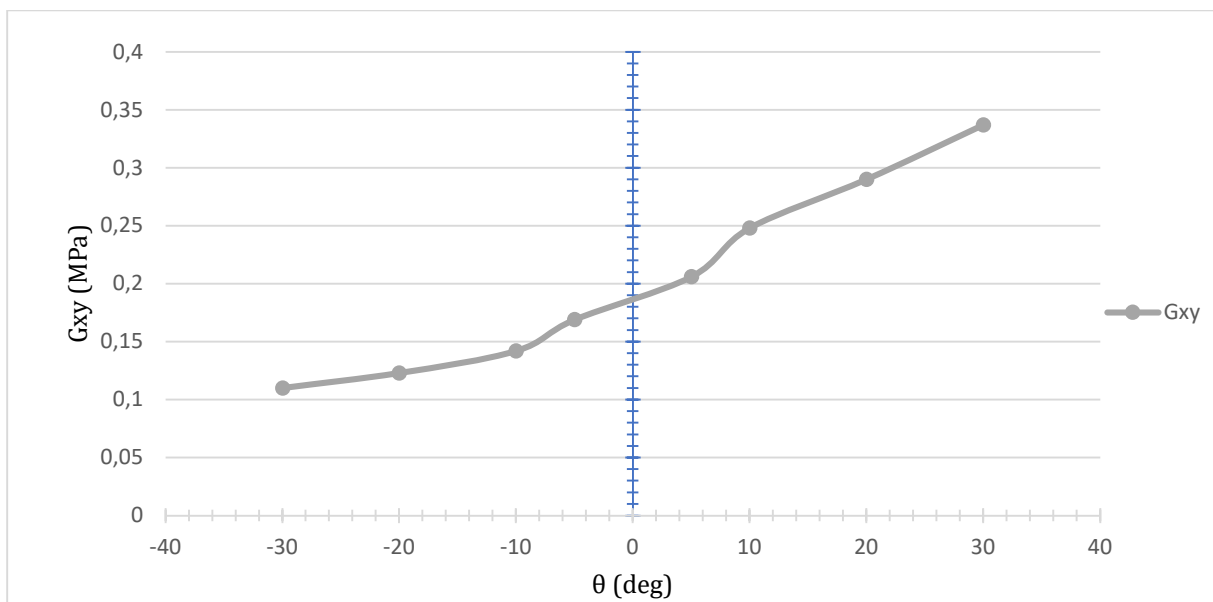


Figure IV.9 Évolution de module de cisaillement G_{xy} en fonction de l'angle de la cellule.

La Figure (**Figure IV.9**) représente l'évolution de module de cisaillement dans le plan G_{xy} en fonction de l'angle de la cellule θ de différentes séries -30, -20, -10, 10, 20 et 30 degrés pour des structures en nid d'abeilles. On constate que les modules d'élasticités des structures en Nid d'abeilles augmentent avec l'augmentation de l'angle interne de la cellule θ .

IV.7 Effet de matériaux

Tableau IV.2 résultats des E_x E_y G_{xy} en fonction de différents matériaux.

Matériau	Propriété du matériau		Constante élastique dans le plan		
	Module de Young (Gpa)	Coefficient de Poisson	E_x (Mpa)	E_y (Mpa)	G_{xy} (Mpa)
Aluminium	70	0,34	1.35	1.34	0.337
Polypropylène	1,5	0,36	0,028	0,029	0.0072
Acier	210	0,34	4.03	4.06	1.02

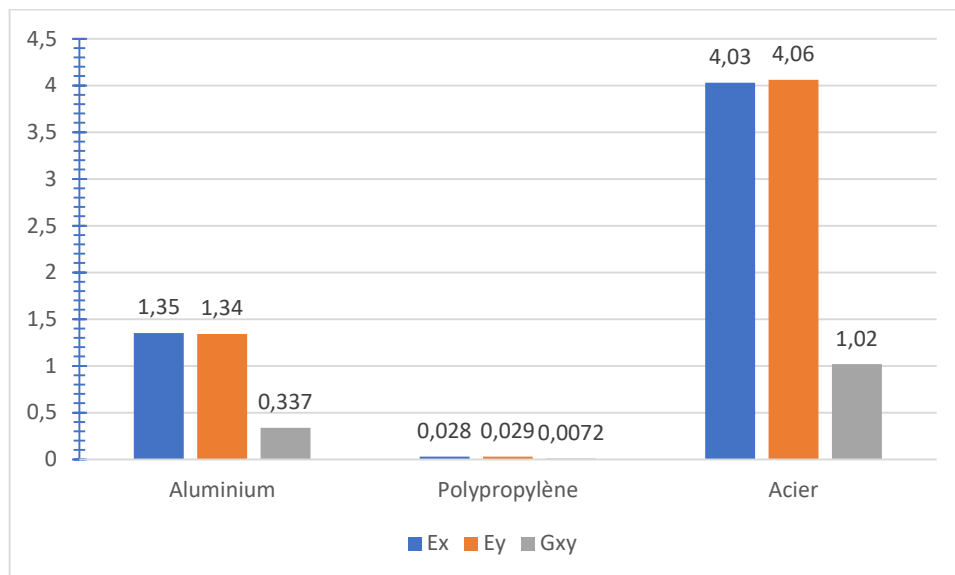


Figure IV.10 les valeurs des modules élastiques en fonction de type de matériaux.

Le tableau (Tableau IV.2) représente les résultats obtenus par le code calculé Abaqus 6.14 des modules d'élasticités E_x , E_y et de cisaillement G_{xy} de différents matériaux (l'aluminium ; cuivre ; acier) ces résultats montrent que les trois modules calculés se varient de la même façon tels que le module de Young de chaque matériau.

IV.8 Effet de la sensibilité du maillage

Tableau IV.3 résultats des E_x E_y G_{xy} en fonction de maillage.

	Model (8*8) cellule		
	E_x	E_y	G_{xy}
Valeur Analytique	0.545	0.545	0.136
Mesh 0.2	0.548	0.547	0.135
Mesh 0.5	0.550	0.549	0.137

Une étude de sensibilité du maillage est réalisée, l'objectif est de définir la dimension optimale des éléments finis choisis qui permet de mieux converger vers la solution exacte. A cet effet une étude comparative est réalisée, lors de la simulation du nid d'abeille l'étude est réalisée avec des éléments finis S4R variés à savoir : 0.5, 0.2 (Voir Tableau IV.3). Et pour l'élément 0.1, nous ne pouvons pas réaliser cette modélisation à cause de faible capacité de notre machine de calcul.

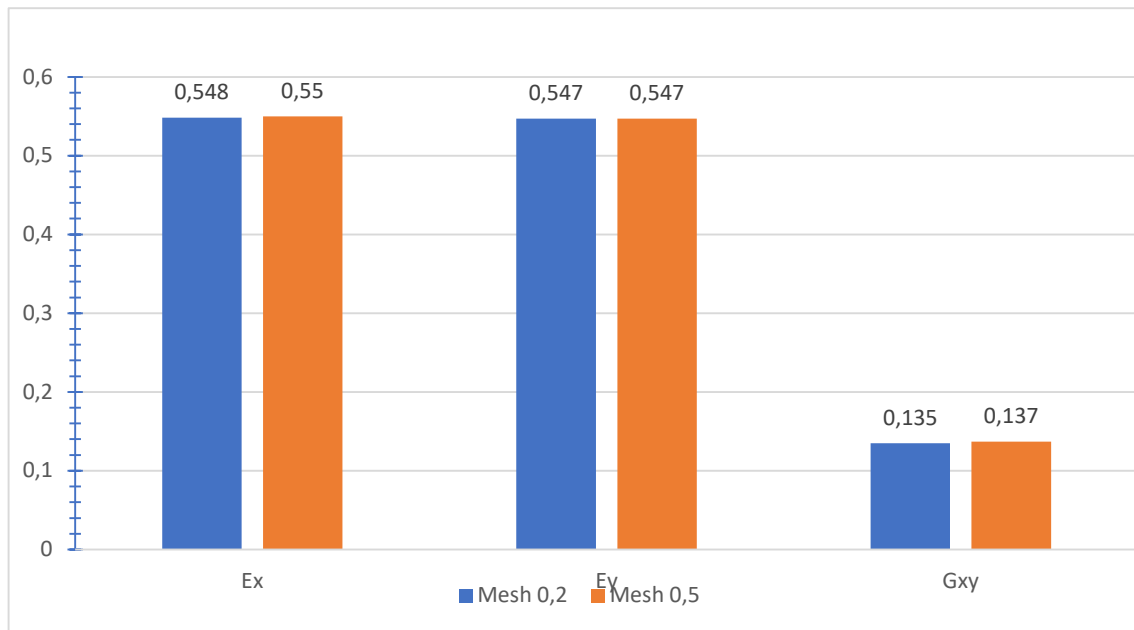


Figure IV.11 Les résultats des modules élastiques de deux modèles en deux différentes valeurs de maillage.

La figure IV.11 montre les résultats des constantes élastiques dans le plan pour les variantes de dimensions des éléments finis considérées. On constate que la réponse commence à converger pour d'élément fini 0.2. D'après cette étude de convergence de maillage, les cellules sont maillées par des éléments finis composés de quatre nœuds, ayant chacun six degrés de liberté) avec une dimension de 0.2 mm dans les trois directions de l'espace, ce qui assure un maillage très raffiné.

IV.9 Conclusion

Des études paramétriques sont effectuées par des simulations éléments finis pour examiner l'influence de la géométrie de la forme de la paroi cellulaire sur ses modules élastiques effectifs dans le plan. Les principales conclusions de ce chapitre sont les suivants :

- Les propriétés mécaniques des structures en nid d'abeille varient avec différents paramètres géométriques comme l'épaisseur de la paroi, la forme de la cellule et le diamètre.
- Les propriétés mécaniques du matériau sont influencées de manière significative par la rigidité de la cellule.

- L'augmentation du diamètre de la cellule induit une diminution des propriétés mécaniques.
- Le maillage le plus raffiné donne des résultats précis et plus proches à l'analytique
- Ce résultat montre que le modèle développé peut être utilisé pour l'optimisation des propriétés élastiques dans le plan.

Conclusion générale

Le travail présenté dans cette mémoire a fait l'objet de recherches sur le comportement des âmes en structure Nid d'abeille. Le matériau utilisé dans cette étude est l'aluminium 5056.

Dans la première partie, nous avons mené une étude bibliographique dans le domaine des matériaux cellulaire et présenté les principales propriétés des structures sandwich.

La deuxième partie est consacrée à la connaissance des propriétés mécaniques en utilisant l'homogénéisation analytique afin d'obtenir les constantes élastiques d'une cellule Nida hexagonale.

La troisième partie de ce travail a été consacrée à une homogénéisation numérique des propriétés élastiques dans le plan sous Abaqus. Les résultats des études numériques confirment la validité du modèle analytique proposés dans le présent document pour le calcul des propriétés mécaniques de cellule hexagonale. Ces modèles peuvent également être utilisés pour les analyses paramétriques.

Des études paramétriques détaillées ont été présentées. Les paramètres de géométrie, le type de matériaux et l'effet de maillage ont des effets sur les caractéristiques mécaniques du nid d'abeille. On peut noter que les cellules hexagonales régulières ($\theta = 30^\circ$) donnent les propriétés les plus recherchées par les différents domaines d'application des structures en Nida.

Une bonne concordance est obtenue entre le modèle analytique et les résultats des simulations numériques en ce qui concerne les modules d'élasticités E_x , E_y et le module de cisaillement G_{xy} .

En dépit des résultats satisfaisants et encourageants obtenus, néanmoins il est nécessaire de compléter la présente étude par d'autres analyses, en effet, il convient de préciser les perspectives futures :

- Prendre en compte l'effet de cisaillement et membrane dans le modèle analytique.
- Proposer d'autre forme de cellule plus efficaces afin d'offrir une meilleurs rigidité.

Reference Bibliographique

- [1] ‘‘Adrien DONNARD’’, Etude du comportement mécanique multiaxial de matériaux cellulaires, thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - Bordeaux, le 18 Juin 2018
- [2] Ibrahim ELNASRI, Comportement des matériaux cellulaires sous impact et de panneaux sandwichs sous perforation dynamique, THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN, France, 2006.
- [3] ‘‘Philippe Viot’’, ‘‘Jean-Benoît Kopp’’, ‘‘Jérémie Girardot’’ ,Description multi-échelles du comportement mécanique d'un matériau cellulaire composite sous sollicitations sévères, Thèse de doctorat en Mécanique-matériaux (AM), Novembre 2020
- [4] <https://www.rapport-gratuit.com/materiaux-cellulaires-pour> ,laborption-des-chocs/ consulter le 07_04_2023.
- [5] ‘‘Alexandre FALLET’’, structure et propriété mécanique d’empilements aléatoires de sphères creuses : caractérisation et modélisation., thèse de doctorat ,Institut Polytechnique de Grenoble, présentée le 4/12/2008
- [6] ‘‘Boukhatem Mourad’’, Comportement mécanique et vibro-acoustique des matériaux cellulaires, Thèse de Doctorat, université les frères mentouri - Constantine, le 13/10/2019
- [7] <http://souspression.canalblog.com/archives/2010/05/08/178267>
- [8] <https://www.jpj-mousse.fr/realisations/mousse-de-calage-pour-emballage-adaptable/>
- [9] ‘‘Mertani*, B. Keskes, A. Bentouhami’’, Approches prévisionnelles des propriétés mécaniques du nid d’abeilles B.M.B « Caractérisation mécanique des panneaux Sandwichs à âme en nid d’abeille (aluminium/ aluminium) », Institut d’Optique et de Mécanique de Précision (IOMP), Université Ferhat Abbas de – Sétif
- [10] <https://www.infobatr.fr/pourquoi-choisir-une-mousse-acoustique-comme-isolant-phonique/>
- [11] T.Bitzer, Honeycomb Technology: Materials, Design, Manufacturing, Applications and Testing, Springer, 1997
- [12] Z. Chen et N. Yan, « Investigation of elasticmoduli of Kraft paperhoneycombcoresandwichpanels, « Composites : Part B, vol. 43, p. 2107–2114, 2012

- [13] Isabelle roudjia, infos matériauthèque ‘‘ composite 1 nid d’abeille’’, Ecole national supérieur des arts décoratifs, paris-2012
- [14] LACHGUER Abdelkarim, AKYOUN Mohamed Les matériaux sandwichs et les risques d’instabilité géométrique locale présenté en 2013
- [15] AEROSPATIALE, Matériaux composites : dans la grande mutation des structures plaquette interne, 1986
- [16] ‘‘GiampieroPAMPOLINI’’,Lesproprietesmecaniques des mousses polymeriques a cellules ouvertes experiences, modeletheorique et simulations numeriques, Soutenue publiquement le 16 novembre 2010
- [17] <https://www.sciencephoto.com/media/801243/view/balsa-wood-cross-section-sem>
- [18] SoufyaneBelhenini, chapitre « Matériaux Composites Notes de cours », Mars 2023
- [19] Jamal Eddine Arbaoui. Etude comparative et caractérisations mécaniques des structures sandwichs multicouches. Université Paul Verlaine - Metz, 2009.
- [20] <https://www.euro-composites.com/fr/waben/>
- [21] Horel. F, Modélisation analytique de l'amortissement des poutres composites sandwich contenant des couches viscoélastiques [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1303/>
- [22] C.Binétry, ‘‘Structures sandwichs,’’ Techniques de l’ingénieur Matériau composites : présentation et renforts, vol. base documentaire : TIB142DUO., no. ref. Article : am5141, 2008.
- [23] H. G. Allen, Analysis and design of structural sandwich panels. PergamonPress, 1993.
- [24] D. Zenkert, An introduction to sandwich construction. UK, 1995.
- [25] P. Cartraud, Mécanique des Structures Etude des Poutres, Ecole Centrale de Nantes. France, 2010.
- [26] J.-M. Berthelot, Matériaux composites : Comportement mécanique et analyse des structures, 4e édition. Tec & Doc Lavoisier, 2005.
- [27] C.Florens, ‘‘Modeling of the viscoelastichoneycomb panel equippedwithpiezoelectric patches in view of vibroacoustic active control design,’’ thèse, Ecole Centrale Paris, France, 2010.

- [28] G. Shi and K. Lam, “Finite element vibration analysis of composite beams based on higher-order beam theory,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 219, no. 4, pp. 707–721, 1999. parameters on the free vibration of doubly curved composite sandwich beams,” *Journal of Sound and vibration*, pp. 617–648, 2000.
- [29] K. Liew, L. Jiang, M. Lim, and S. Low, “Numerical evaluation of frequency responses for delaminated honeycomb structures,” *Computers & structures*, vol. 55, no. 2, pp. 191–203, 1995.
- [30] L. J. Gibson & M. F. Ashby, "Cellular solids, structure and properties", Pergamon Press., (1988).
- [31] Deghboudj Samir “ Logiciel de Simulation en Génie Mécanique Abaqus’’, Université Larbi Tébéssi-Tébessa, November 2021.