

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DR TAHAR MOULAY –SAIDA-



FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

Mémoire

de fin d'étude pour l'obtention du diplôme de **Master**
Filière: Télécommunications
Spécialité: Technologies de Communications

THEME

Contribution du codage de canal pour l'amélioration du système OCDMA

Soutenu le : 24/06/2015

Par :

GHALI Fodil
SMAIL Zinelaabidine

Devant le jury composé de :

Dr NOURI Keltouma
Dr OUARDI Aïssa
Dr GARADI Ahmed
Dr BOUAZZA Boubakar Seddik

Présidente
Examineur
Examineur
Encadrant

Promotion 2014/2015

Remerciement

Tout d'abord, nous remercions le Dieu, notre créateur de nos avoir donné les forces pour accomplir ce travail.

*Premièrement et avant tout, nous adressons le grand remerciement à notre encadreur
Mr : **BOUAZZA Boubakar Seddik** pour ses conseils et ses dirigés.*

Nous tenons aussi à remercier Mlle NOURI.K pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail ainsi que pour l'honneur qu'il n'a fait en présidente le jury.

Nos remerciements vont également aux Mrs GARADIA et OUARDIA ce dans ce jury.

*Nous voulons également remercier tous les étudiants de notre promotion et tous les membres
Laboratoire de Technologies de Communications LTC*

*Nous voulons également remercier tout ce qui participe de réaliser ce mémoire en particulier nos
parents.*

Dédicace

À la science,
À nos parents,
À nos familles,
À nos amis.

Résumé

La technique OCDMA semble aujourd'hui une solution de partage prometteuse pour les futurs réseaux d'accès optiques à haut débit, L'intérêt de cette technique réside dans l'utilisation d'une large bande passante sur le support de transmission qui est la fibre optique.

Lors de ce travail, nous avons étudié les caractéristiques et les algorithmes de génération des codes unipolaires adaptés à la technique CDMA optique à savoir OOC, PC. La transmission des données dans une liaison de CDMA optique peut introduire plusieurs limitations, comme l'interférence d'accès multiple (IAM). Ce dernier est dû aux produits d'inter-corrélation non nuls des codes utilisés. Pour diminuer la contribution de ces interférences et le bruit gaussien, une des solutions envisagées est de placer un bloc de codes correcteur d'erreur efficace nommée RS (Reed Solomon).

Notre travail a pour objectif l'évaluation des performances d'une liaison CDMA optique incohérent à séquence directe (DS-OCDMA) liée à l'utilisation de codage canal.

La mise en œuvre d'une liaison CDMA optique a été réalisée à l'aide du logiciel de simulation MATLAB.

Mots clés : DS-OCDMA, OOC, PC, réseaux optique, Interférence d'accès multiple IAM, RS, MATLAB.

Abstract

The OCDMA technology now seems a promising sharing solution for future optical access broadband networks, the value of this technique is the use of a wide bandwidth on the transmission medium.

In this work, we studied the characteristics and generation algorithms unipolar codes suitable for optical CDMA namely OOC, PC. The data transmission in optical CDMA link can introduce several limitations, such as the multiple access interference (MAI). This reason is due to the non-zero cross-correlation products of the codes used. To reduce the contribution of the interference and Gaussian noise, a possible solution is to place an error correcting code block named RS (Reed Solomon).

Our work has the objective of evaluating the performance of an optical CDMA connection inconsistent Direct Sequence (DS-OCDMA) related to the channel coding used.

The implementation of an optical CDMA binding was performed using MATLAB simulation software

Keywords: MATLAB, multiple access interference (MAI), optical access broadband networks, Direct Sequence (DS-OCDMA), OOC, PC, RS.

Sommaire

Remerciement	i
Dédicace	ii
Résumé	iii
Sommaire	iv
Liste des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Abréviation et Notations	x

Introduction générale	1
------------------------------	----------

Chapitre I : Généralités sur les techniques d'accès multiples

1. Introduction	4
2. Accès multiple par répartition dans le temps TDMA	4
2.1. Principe	4
2.2. Avantages	5
2.3. Inconvénients	5
3. Accès multiple par répartition de fréquences FDMA	5
3.1. Principe	5
3.2. Avantages	6
3.3. Inconvénients	7
4. Accès multiple par répartition de codes CDMA	7
4.1. Intérêt de l'étalement de spectre	8
4.2. Classifications des systèmes CDMA	8
5. Accès Multiple dans les Systèmes de Communications Optiques	10
5.1. Accès Multiple par Répartition de Temps en Optique	10
5.1.1. La technique OTDM	10
5.1.2. La technique ETDM	13
5.2. Accès Multiple par Répartition en Longueur d'Onde (WDMA)	14
5.3. Accès Multiple par Répartition de Code en Optique	16
6. Conclusion	18

Chapitre II : CDMA optique incohérent à séquence directe DS-OCDMA

1. Introduction	20
2. CDMA Optique à séquence directe (DS-OCDMA)	21
3. Partie d'émission d'un système (DS-OCDMA)	23
4. Les différents codes adaptés pour un système DS-OCDMA	26
4.1. Les codes OOC (Optical orthogonal codes)	28
4.1.1. Méthode de construction des codes OOC ($W, L, 1, 1$)	29
4.1.2. Exemples de construction des codes par la méthode BIBD	30

4.1.2.1. Exemple pour un code de poids pair OOC (73, 4, 1,1)	30
4.1.2.2. Exemple pour un code de poids impair OOC (61,5,1,1)	32
4.2. Codes premiers(PC)	34
4.2.1. Séquences premières	34
4.2.2. Exemple de construction des codes PC	35
4.3. Code premiers étendues (EPC)	35
5. Partie réception d'un système (DS-OCDMA)	36
5.1. Récepteur conventionnel (RC)	37
5.2. Récepteur conventionnel avec limiteur optique (RC+LO)	40
6. Conclusion	42

Chapitre III : Codes de Reed Solomon (RS)

1. Historique	44
2. Introduction	46
3. Notions sur les corps de Galois	47
4. Les codes BCH	48
4.1. Paramètres caractéristiques	48
4.2. Polynômes générateurs	49
4.3. Codage	49
5. Les codes de Reed Solomon	51
5.1. Paramètres caractéristique	51
5.2. Polynômes générateurs	51
5.3. Codage	52
6. Décodage des codes RS et BCH	53
6.1 Principe général	53
6.2. Détection d'erreurs	54
6.3. Localisation et évaluation d'erreurs	54
6.4. Correction des erreurs	55
6.5. Conclusion	56
7. Application des codes RS aux OCDMA	57
8. Conclusion	58

Chapitre IV : résultats des simulations et interprétations

1. Introduction	60
2. Génération des codes OOC	61
2.1. Construction des séquences du code	61
2.2. Auto et inter-corrélation du code OOC	61
3. Etude d'un système DS-OCDMA	64
4. Etude de performances du système DS-OCDMA	72
5. Application des codes RS à la chaîne de transmission OCDMA	75
Conclusion	78
Conclusion générale et perspectives	79
Références	81
Annexe A	84
Annexe B	85
Annexe C	86

Liste des Figures

Figure I-1 : Principe de l'implémentation du FDMA	04
Figure I-2 : Principe de l'implémentation du TDMA	06
Figure I-3 : Principe de l'implémentation du CDMA	07
Figure I-4 : Classification des systèmes CDMA	09
Figure I-5 : techniques de multiplexage hybrides	10
Figure I-6 : Système d'émission optique OTDM pour N utilisateurs	11
Figure I-7 : Le Système de Multiplexage OTDM pour 4 utilisateurs	12
Figure I-8 : La réception du système OTDM	12
Figure I-9 : L'Emission du Système ETDM pour N utilisateurs	13
Figure I-10 : La Réception du Système ETDM	13
Figure I-11 : L'Emission du système WDMA pour N utilisateurs	14
Figure I-12 : Le filtrage optique à la réception	15
Figure I-13 : La réception du système WDMA pour N utilisateurs	15
Figure I-14 : Réseau OCDMA	17
Figure II-1 : principe de fonctionnement de la technique OCDMA	20
Figure II-2 : Système de transmission DS-OCDMA à codeur/décodeur électrique	21
Figure II-3 : Codage CDMA	22
Figure II-4 : L'émission des données via un système de transmission CDMA à Séquence Directe	23
Figure II-5 : Exemple de séquences de code OCDMA telles que $h_c = 1$	26
Figure II-6 : Classification des codes OCDMA	27
Figure II-7 : Formats des codes 1D, 2D, 3D	27
Figure II-8 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (73, 4, 1,1)	31
Figure II-9 : Fonction d'inter-corrélation du code OOC (73, 4, 1,1)	31
Figure II-10 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (61, 5, 1,1)	33
Figure II-11 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (61, 5, 1,1)	33
Figure II-12 : Récepteur RC du 1er utilisateur	37
Figure II-13 : Illustration de la procédure de réception conventionnelle d'un système OCDMA	40
Figure II-14 : Application d'un Limiteur Optique devant le Récepteur Conventionne	41
Figure III-1 : Evolution des gains de codage de différents codes	45
Figure III-2 : Table des polynômes générateurs des codes BCH	50
Figure III-3 : Représentation équivalente du codeur cyclique utilisée pour le codeur RS	53
Figure III-4 : Table des polynômes générateurs des codes BCH	57
Figure IV-1 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (61, 4, 1)	62
Figure IV-2 : Fonction d'inter-corrélation du code OOC (61, 4, 1)	63
Figure IV-3 : Les séquences de codes OOC (11,3) pour les 3 utilisateurs	65

Figure IV-4 : Exemple de codage OCDMA pour le 1 utilisateur	66
Figure IV-5 : Données émises par les 3 utilisateurs	66
Figure IV-6 : Données étalées et sommées des 3 utilisateurs	67
Figure IV-7 : Multiplication par le code de l'utilisateur désiré en réception	67
Figure IV-8 : Intégration en réception	68
Figure IV-9 : Détection de seuil avec retard	69
Figure IV-10 : Multiplication par le code de l'utilisateur désiré en réception pour LO	70
Figure IV-11 : Intégration en réception pour LO	70
Figure IV-12 : Détection de seuil avec retard pour LO	71
Figure IV-13 : BER en fonction de S le seuil de détection du code OOC (61, 4, 1)	72
Figure IV-14 : BER en fonction du nombre d'utilisateur U pour OOC (229, 4, 1)	73
Figure IV-15 : BER en fonction du poids du code pour OOC (229, 4, 1)	74
Figure IV-16 : BER en fonction rapport signal sur bruit la famille OOC (61, 4, 1) dans le cas non codé et avec le code RS (255,239)	75
Figure IV-17 : BER obtenus pour la famille OOC(61,4) avec U = 5 utilisateurs	76

Liste des Tableaux

Tableau II-1 : Dimensions des codes	28
Tableau II-2 : Algorithme BIBD pour un code OOC (73, 4, 1,1)	30
Tableau II-3 : Algorithme BIBD pour un code OOC (61, 5, 1,1)	32
Tableau II-4 : Les séquences $S_i^3(j)$ à partir de GF(3)	35
Tableau II-5 : Séquences de code PC (9,3)	35
Tableau III-1 : Polynômes primitifs les plus courants	47
Tableau III-2 : Exemple : mots de code du BCH (7, 4,1)	51

<i>Abréviations</i>	<i>Signification</i>
AWGN	<i>Additive white gaussian noise</i>
BCH	<i>Bose-chaudhuri-hocquenghem</i>
BIBD	<i>Balanced incomplete block design</i>
BPSK	<i>Binary phase shift keying</i>
CDMA	<i>Code division multiple access</i>
DS-CDMA	<i>Direct-sequence cdma</i>
DWDM	<i>Dense wavelenght division multiplexing</i>
EDFA	<i>Erbium doped fiber amplifier</i>
EPC	<i>Extended prime code</i>
ETDM	<i>Electrical time division multiplexing</i>
FDMA	<i>Frequency division multiple access</i>
FEC	<i>Forward error correction</i>
FFH-CDMA	<i>Fast frequency hopping cdma</i>
FH-CDMA	<i>Frequency-hopping cdma</i>
Gbps	<i>Gigabits par seconde</i>
GF	<i>Galois field (corps de galois)</i>
GSM	<i>Global system for mobiles communications</i>
IAM	<i>Interférences d'accès multiples</i>
IM-DD	<i>Intensity modulation - direct detection</i>
ITU	<i>International telecommunication union</i>
LAN	<i>Local area network</i>
LASER	<i>Light amplification by simulated emission of radiation</i>
LDPC	<i>Low density parity check</i>
LED	<i>Light emitting diode</i>
LO	<i>Limiteur optique</i>
MAN	<i>Metropolitan area network</i>

NCG	
NRZ	<i>Net coding gain</i>
NU	<i>Non-retour à zéro</i>
OCDMA	<i>Numéro d'utilisateur</i>
OHL	<i>Optical code division multiple access</i>
OOC	<i>Optical high limiter</i>
OTDM	<i>Optical orthogonal code</i>
OTDMA	<i>Optical time division multiplexing</i>
PC	<i>Optical time division multiple access</i>
PDC	<i>Prime code</i>
PN	<i>Personal digital cellular</i>
RASI	<i>Pseudo noise</i>
RC	<i>Récepteur à annulation série d'interférence</i>
RC-LO	<i>Récepteur conventionnel</i>
RS	<i>Récepteur conventionnel avec limiteur optique</i>
RZ	<i>Reed solomon</i>
SFH-CDMA	<i>Retour à zéro</i>
TDMA	<i>Slow frequency hopping cdma</i>
TEB	<i>Time division multiple access</i>
TES	<i>Taux d'erreur binaire</i>
TH-CDMA	<i>Taux d'erreur symboles</i>
WAN	<i>Time-hopping cdma</i>
WDM	<i>Wide area network</i>
WDMA	<i>Wavelength division multiplexing</i>
ZCC	<i>Wavelength division multiple access</i>
1D, 2D, 3D	<i>Zero cross correlation</i>
	<i>Une dimension , deux dimensions ,trois dimensions</i>

<i>Notation</i>	<i>Signification</i>
B	La bande occupée par le signal émis (en Hz)
$b_i^{(k)}$	L' $i^{\text{ème}}$ bit de donnée du $k^{\text{ème}}$ utilisateur
$b_k(t)$	Les données de K^{iem} utilisateur
C	Capacité de canal en bits/s
$c_k(t)$	La sequence de code du $k^{\text{ème}}$ utilisateur
D	Débit
D_c	Débit de chip
$E(x)$	Le polynôme d'erreurs reçu
$G(x)$	Le polynôme générateur du code
H_a	La contrainte d'auto-corrélation
h_c	La contrainte d'inter-corrélation
$I_k^{(1)}$	L'interférence due au $k^{\text{ème}}$ utilisateur
L	Une impulsion rectangulaire de durée T_c
L	Le décalage
N	Nombre d'utilisateur
$p(x)$	Polynôme irréductible
p_{cj}	Les positions des chips '1'
$P_{Tb}(t)$	Une impulsion rectangulaire de durée T_b
Q	Le nombre des éléments de corps
q	Nombre premier
R	Débit après le multiplexage
$r(t)$	Le signal à la sortie de l'émetteur
$r_{\text{corr}}(t)$	Le signal reçu multiplié par le code d'utilisateur désiré
S	Le syndrome
S/N	Le rapport signal / bruit

S_k	<i>Le niveau amplitude en sortie du codeur</i>
$S_k(t)$	<i>Le signal à la sortie du codeur (K^{iem} utilisateur)</i>
S_{opt}	<i>Le seuil optimal</i>
T_b	<i>Durée de bit</i>
T_c	<i>Durée de cycle (chip)</i>
T_s	<i>Durée d'intervalle</i>
U	<i>Le mot a codé</i>
V	<i>Le mot reçu</i>
W	<i>Le poids du code</i>
$Z_i^{(1)}$	<i>Donnée la variable Décisionnelle d'ième bit</i>
τ_b	<i>Représente le retard du $k^{ème}$ utilisateur</i>
ω	<i>Le poids de la séquence de code</i>

Introduction Générale

Introduction Générale

Afin d'optimiser le partage de la ressource en bande passante de l'optique, les techniques d'accès multiple, en particulier la technique d'accès multiple par répartition temporelle (ou TDMA : Time Division Multiple Access) et la technique de multiplexage en longueurs d'onde (ou WDMA : Wavelength Division Multiple Access) sont également adaptées de l'hertzien à l'optique et sont actuellement les plus répandues.

Avec la technique TDMA, chaque temps bit est subdivisé en un nombre d'intervalles de temps égal au nombre d'utilisateurs et les données sont alors multiplexées en temporel. Ainsi, les débits et les nombres d'utilisateurs proposés en TDMA sont rapidement limités par la bande passante électronique du système. La technique WDMA quant à elle, permet à chaque utilisateur d'occuper une longueur d'onde différente pour émettre ses données, qui sont ensuite multiplexées spectralement avec les données sur les autres longueurs d'onde. Dans ce cas, la complexité augmente avec le nombre de longueurs d'onde (plusieurs lasers ou laser multi-longueurs d'onde), ce qui limite l'utilisation pour un grand nombre d'utilisateurs.

D'autres méthodes d'accès multiple issues de l'hertzien ont été envisagées telle que la technique d'accès multiple par répartition de codes (ou CDMA : Code Division Multiple Access) qui affecte à chaque utilisateur un code particulier permettant de différencier ses données de celles des autres utilisateurs. Appliquée à l'optique, la technique OCDMA (Optical CDMA) permet d'atteindre de plus hauts débits avec un plus grand nombre d'utilisateurs, par rapport aux techniques précédemment exposées.

Différents travaux ont été menés sur la technique OCDMA et en particulier sur une des principales limitations de cette technique, l'interférence d'accès multiple (IAM). Ainsi, il a été montré qu'une réception multi-utilisateurs pouvait réduire l'impact de l'IAM sur les performances mais au prix d'une complexité en réception. L'application des codes correcteurs à la chaîne de transmission optique utilisant l'OCDMA peut donc constituer une solution alternative permettant de réduire les limitations liées à cette technique d'accès.

D'une manière générale, la détection et la correction des erreurs ne sont possibles que par l'ajout de données redondantes en plus des données utiles à transmettre. Le débit utile des informations est de ce fait réduit par rapport à une transmission sans codage. Ainsi, dans le cadre de transmissions optiques à très hauts débits, des codes efficaces mais peu redondants sont

recherchés. En plus de la contrainte sur le débit utile, il est important, afin d'assurer des temps de traitements raisonnables, de tenir compte de la complexité liée à l'ajout du système de codage et décodage dans la chaîne de transmission.

Nous préférons le code RS qui caractérisé par une faible redondance (6,7%) conduit à un gain de codage d'environ 5,8 dB pour une probabilité d'erreur de 10^{-13} . Une autre raison au choix de ce code réside dans la faible complexité de son algorithme de décodage.

Le but de notre travail concerne la mise en œuvre et la simulation sous MATLAB d'une liaison CDMA optique incohérente à séquence directe en utilisant les codes optiques orthogonaux (OOC) en appliquons code correcteur d'erreur de Reed Solomon.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres. Dans *le premier chapitre*, nous présentons en premier lieu : les différents techniques d'accès multiples dans la radio fréquence et puis nous citons spécialement la technique CDMA et leur caractéristiques et éclairer l'intérêt d'étalement de spectre.

Le deuxième chapitre aborde d'une façon théorique une liaison CDMA optique incohérente à séquence directe en commençant par une description de la partie d'émission. Les différentes familles de code optique orthogonal unipolaire (OOC) et (PC) et les différentes techniques de génération de codes sont également présentées. On s'intéresse ensuite par deux structures de réception RC puis RC-LO.

Le *troisième chapitre* se consacre à l'explication de code correcteur d'erreur Reed Solomon nous commençons par une évaluation des codes correcteur appliqués aux transmissions optiques ; après une introduction aux codes RS nous présentons le corps de Galois qui est un outil algébrique importante pour générer ces codes. Cette présentation conduit à présenter les codes BCH et montrer que le RS est juste une extension de ces derniers. Après cette section les algorithmes de codage et décodage sont illustré avec quelques exemples d'applications.

Le *quatrième chapitre* : nous présentons un programme MATLAB sert à générer des code OOC, puis vérifier les contraintes d'auto et d'inter-corrélation. Ensuite nous présentons une étude d'un système DS-OCDMA incohérent afin de valider le principe de fonctionnement du récepteur RC et l'apport d'un limiteur optique à la structure de réception, de plus on s'intéresse par montrer l'impact de plusieurs paramètre sur le système, finalement nous présentons l'évaluation liée à l'utilisation de codage canal plus particulièrement le code correcteur RS dans différentes configurations.

CHAPITRE I :
Généralités sur les techniques d'accès multiples

1. Introduction

Les systèmes de communication point à point étaient initialement conçus en affectant, à chaque couple émetteur/récepteur, un canal de transmission "physique». Afin d'augmenter en pratique, la capacité des réseaux et d'optimiser l'utilisation des ressources fréquentielles, différentes techniques d'accès multiples ont fait leur apparition [1]. Ainsi, l'accès multiple à répartition dans le temps, l'accès multiple par répartition de fréquences et le multiplexage par longueur d'onde, sont des techniques de multiplexage déjà mises en place dans les réseaux radiofréquences ou les systèmes optiques [2].

2. Accès multiple par répartition de fréquences ou "Frequency Division Multiple Access (FDMA)"

2.1. Principe

FDMA est une technique de multiplexage largement utilisée dans les systèmes de communications radiofréquences [3].

Le procédé de multiplexage consiste à découper la bande de fréquence disponible en portions qui sont alloués à chaque utilisateur. À partir d'une série de signaux en bande de base à transmettre, un décalage fréquentiel du spectre est effectué au moyen de mélangeurs accordés chacun à des fréquences distinctes. Les signaux issus des N modulateurs sont superposés et transmis par le canal [4].

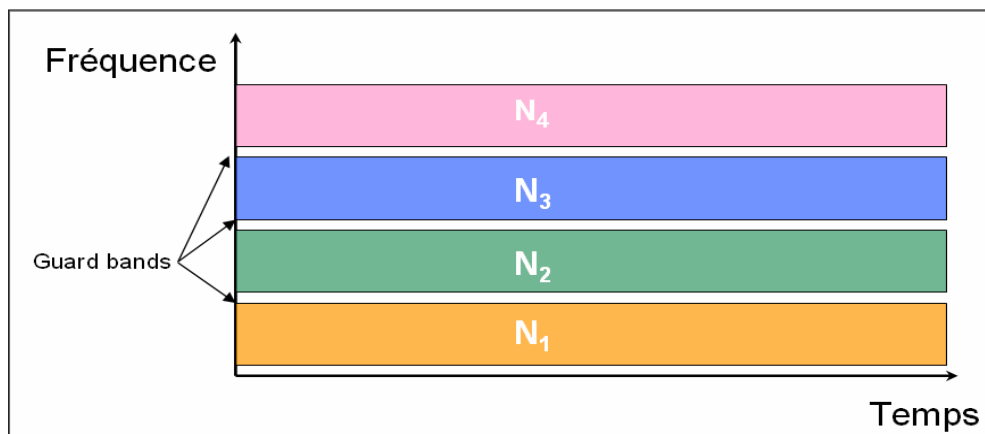


Figure I-1 : Principe de l'implémentation du FDMA

En réception, un simple filtre sélectif centré sur la bande de fréquence de l'utilisateur permet de reconstituer les données souhaitées. La suppression des IAM est assurée par l'utilisation de

fréquences porteuses différentes et par la présence d'une bande de fréquence libre entre chaque canal (guard band).

2.2. Avantages

- ✓ Puisque c'est une technique entièrement analogique, le système qui utilise la technique FDMA a un avantage au niveau de la complexité moindre [5].
- ✓ Adaptée à n'importe quel type de modulation
- ✓ Pas besoin de synchroniser les horloges des stations.
- ✓ Réutilisation de fréquences dans les systèmes cellulaires.

2.3. Inconvénients

- ✓ Interférence des canaux adjacents.
- ✓ Le débit max dépend de la largeur des canaux.
- ✓ Les sous-bandes utilisées pour séparer les canaux sont perdues.
- ✓ il est difficile de gérer les ressources de façon optimale. Si des stations n'émettent pas, il y a perte sèche de la bande passante qui leur a affecté.

3. Accès multiple par répartition dans le temps ou "Time Division Multiple Access (TDMA)"

3.1. Principe

TDMA est présent dans de nombreux systèmes de communications numériques pour la téléphonie numérique de seconde génération tels que le GSM (Global System for Mobiles Communications) en Europe, le PDC (Personal Digital Cellular) au Japon. Cette technique de multiplexage est également mise en œuvre dans les communications satellitaires [4].

Le principe du TDMA est de diviser une période de temps en N intervalles, appelé « time slots » (figure I-2), correspondant à une durée pendant laquelle un utilisateur peut transmettre ses données. Cette technique consiste donc à affecter à un utilisateur unique la totalité de la bande passante pendant un intervalle du temps et ceci à tour de rôle pour chaque utilisateur. L'allocation des intervalles de temps aux différents utilisateurs se fait de manière cyclique. La trame est ainsi constituée par la répétition périodique d'une succession d'intervalles.

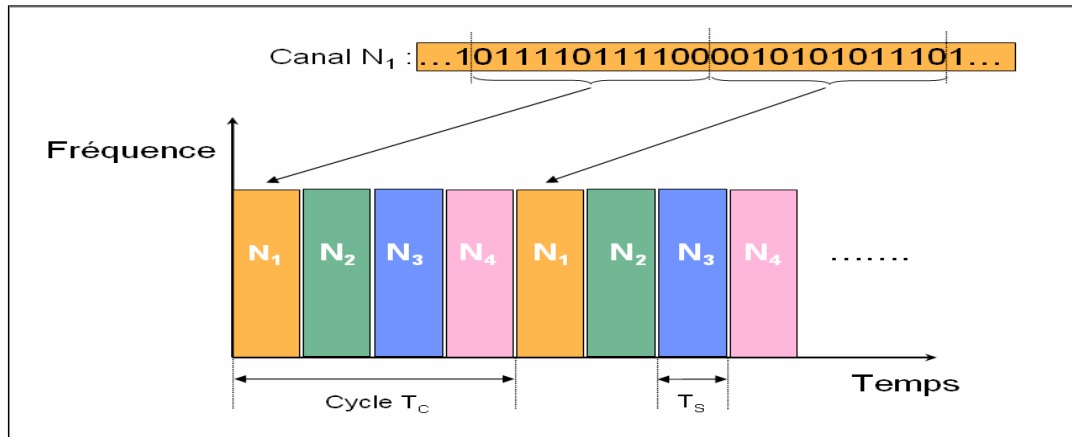


Figure I-2: Principe de l'implémentation du TDMA

Une transmission codée par un multiplexage TDMA est parfaitement caractérisé par trois informations :

- La durée d'un intervalle de temps T_s ,
- La durée d'un cycle T_c ,
- Le numéro de l'intervalle de temps associé à chaque utilisateur N_U .

À partir de ces informations, le récepteur est capable d'effectuer l'opération de démultiplexage pour récupérer les données transmises. Cette technique repose sur la synchronisation des données, ce qui implique une gestion des périodes d'émission de chacun des utilisateurs. Afin de ne pas engendrer d'IAM (Interférences d'Accès Multiples), il est en effet impératif que chaque signal respecte strictement l'intervalle de temps qui lui est accordé pour sa transmission. Les récepteurs doivent aussi respecter les intervalles de temps associés aux séquences d'informations qu'ils doivent reconstituer. Pour ce faire, au début de chaque transmission, une séquence de synchronisation est envoyée afin que l'émetteur et le récepteur puissent identifier le numéro et la durée du time slot sur lequel ils pourront échanger leurs informations.

Le multiplexage TDMA permet ainsi de regrouper plusieurs canaux de communications à bas débits sur un seul canal à débit plus élevé. A partir de N canaux de débit D , le multiplexage permet ainsi de transmettre un débit de données $R=N \times D$ sur un seul canal. On peut ainsi concevoir une liaison à 40Gbps à partir de 4 canaux à 10Gbps.

3.2. Avantages

- ✓ Diversité fréquentielle possible.
- ✓ Pas d'intervalle fréquentiel de garde.

- ✓ Gestion de différents services par assignation de plusieurs Time-Slot,
- ✓ Puisque chaque canal radio est effectivement partagé par un grand nombre d'abonné, le coût de système partagé devient plus bas.

3.3. Inconvénients

- ✓ Interférence entre symbole : égalisation nécessaire,
- ✓ Intervalle temporel de garde nécessaire
- ✓ nécessite une parfaite synchronisation entre utilisateurs.
- ✓ Estimation de canal pour chaque Time-Slot possiblement requises.

4. Accès multiple par répartition de codes ou "Code Division Multiple Access (CDMA)"

CDMA appelé aussi Code Division Multiple Access (CDMA), est une technique de multiplexage plus récente que le TDMA et le FDMA. Dans cette technique d'accès multiple, les utilisateurs partagent le même espace fréquentiel et transmettent sur les mêmes intervalles temporels.

Il s'agit, dans ce cas, d'affecter à chaque émetteur un code, aussi appelé signature ou encore séquence de code, qui lui permet de transmettre des informations en évitant d'interférer avec les messages provenant d'autres utilisateurs. La réduction des IAM n'est obtenue que dans le cas de l'utilisation de séquences de codes strictement orthogonaux [6].

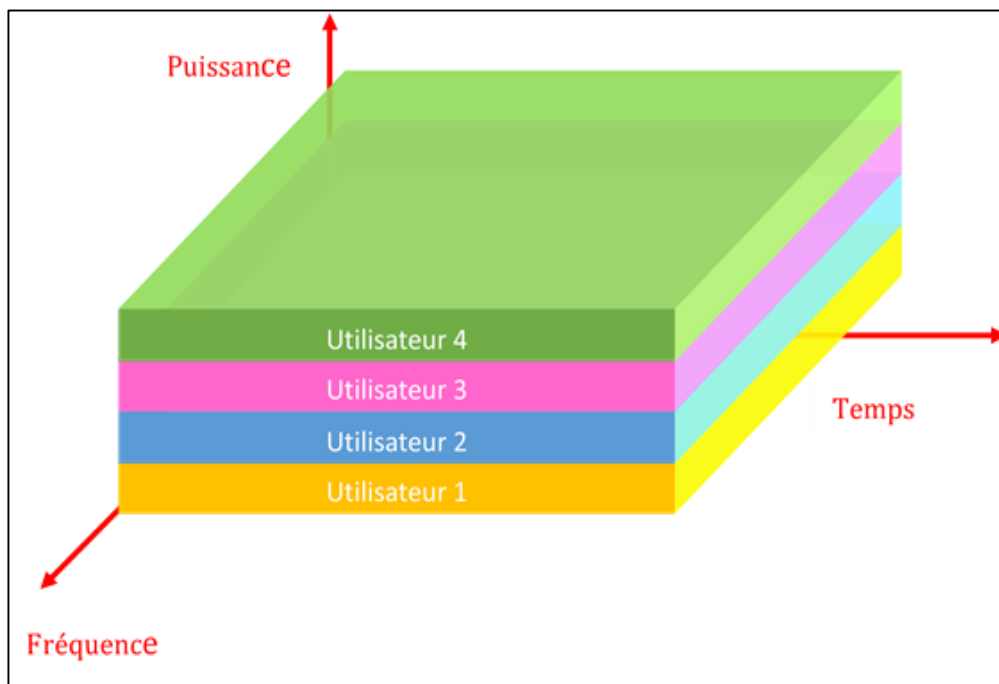


Figure I-3 : Principe de l'implémentation du CDMA

Le CDMA est une technique de multiplexage basée sur l'étalement de spectre.

4.1. Intérêt de l'étalement de spectre

Les techniques d'étalement de spectre ont été développées à partir des années 1940 pour des applications militaires afin de sécuriser la transmission des données. Le principe de base de l'étalement de spectre repose sur le théorème de R. Hartley et C. E. Shannon [6] qui exprime la capacité maximale du canal de communication perturbée par un bruit additif gaussien :

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad (\text{I-1})$$

Où : **C** : est la capacité maximale du canal en bit/s, c'est le taux de transfert pour un Taux d'Erreur Binaire (BER) nul

B : la bande occupée par le signal émis (en Hz)

S : est la puissance du signal émis (en W)

N : est la puissance du bruit (en W)

À partir de cette relation, il apparaît qu'une communication peut être transmise sans erreur avec une capacité **C** donnée avec une bande fréquentielle **B** étroite et un fort rapport **S/N** élevé ou bien sur une large bande mais avec un faible rapport **S/N**.

L'étalement de spectre repose sur cette dernière idée. Il consiste à d'élargir le support fréquentiel du message à transmettre et donc d'émettre avec un rapport **S/N** très faible. La bande passante du signal émis est alors largement supérieur à la bande du signal utile.

Le rapport **S/N** est généralement très faible lors d'une transmission basée sur l'étalement de spectre et dans ce cas la formule précédente peut être approximée par l'expression

$$C = 1,44 \cdot B \cdot \frac{S}{N} \quad (\text{I-2})$$

La capacité de transmission sur le canal est alors proportionnelle au rapport **S/N**. Les autres signaux étalés sur le même support sont considérés comme du bruit [7].

4.2. Classifications des systèmes CDMA

Pour obtenir de meilleures performances, plusieurs études ont associé le CDMA aux autres techniques de multiplexage (TDMA, FDMA, WDM ... etc.). Deux grandes catégories de codage CDMA se dégagent. La première, sous le nom de CDMA directe, regroupe le CDMA à séquences directes, le CDMA à saut de fréquence et le CDMA à saut de temps.

La seconde, appelée CDMA hybride, associe le multiplexage par code aux autres techniques de multiplexage de manière plus hiérarchisée. L'arbre représenté dans la figure (I-4) regroupe l'ensemble de cette classification. Le principe de base du CDMA est une modulation directe du message à transmettre par une séquence de code affectée à un utilisateur donné. Cette manière

de faire a donné naissance à ce qui est communément appelé CDMA à étalement de spectre à Séquence Directe ou Direct-Sequence CDMA (DS-CDMA).

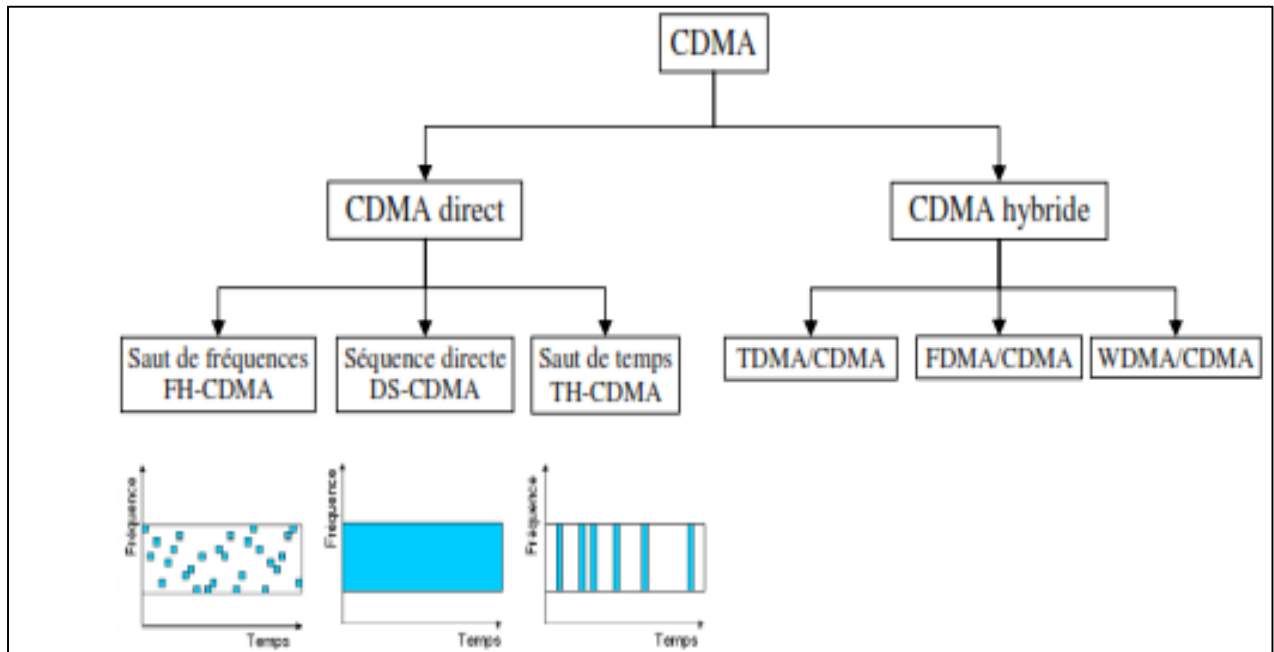


Figure I-4 : Classification des systèmes CDMA

Des déclinaisons sont apparues, par la suite, ayant pour principal objectif l'augmentation de la capacité de multiplexage et la réduction des interférences multi-utilisateurs. De l'association du CDMA au TDMA résulte le CDMA à saut de temps ou Time-Hopping CDMA (TH-CDMA) qui consiste à transmettre les chips qui composent une séquence donnée de code sur différents time slots, la transmission de la séquence ne se faisant pas de manière continue. Le CDMA à saut de fréquence ou Frequency-Hopping CDMA (FH-CDMA), prend aussi la forme d'une association du CDMA avec le FDMA. Dans ce cas, les chips des séquences de code, sont transmises sur des fréquences différentes.

Par des techniques CDMA dites "hybrides", il s'agit d'associer à l'accès multiple par code une des méthodes de multiplexage présentées en hiérarchisant le traitement du signal informatif par ces techniques d'accès multiple, comme le montre la figure I-5.

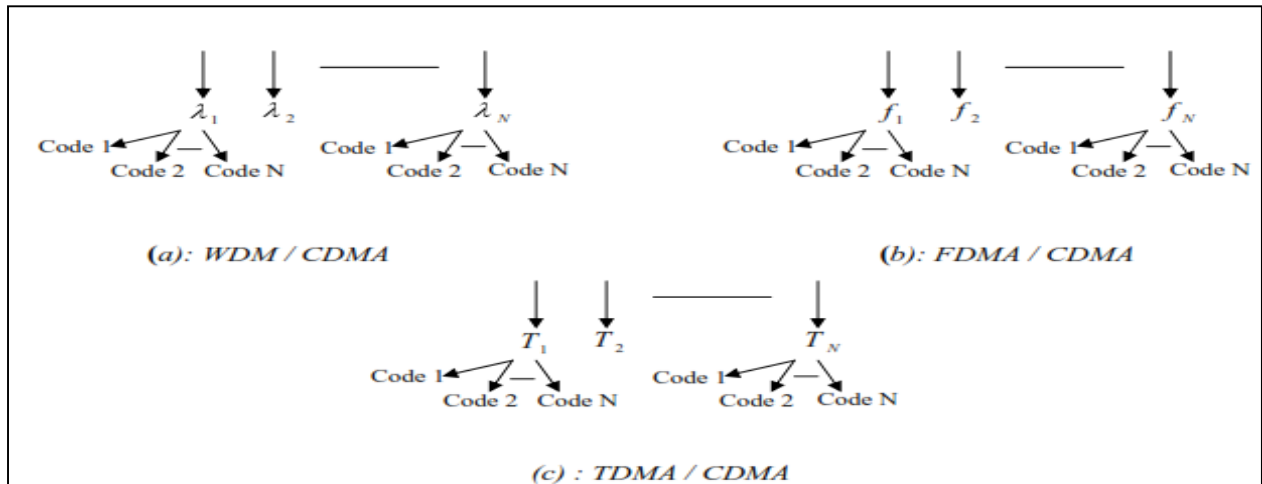


Figure I-5 : techniques de multiplexage hybrides.

De la même manière, les systèmes WDM / CDMA et TDMA / CDMA fonctionnent sur ce principe de hiérarchisation, associant les spécificités du WDM et du TDMA au CDMA. Il est toutefois important de noter que, même si les techniques hybrides peuvent paraître plus attractives que le CDMA classique (surtout en terme de capacité de multiplexage), ces méthodes présentent l'inconvénient d'associer les difficultés propres à chacune et d'engendrer par conséquent des systèmes plus complexes.

5. Accès Multiple dans les Systèmes de Communications Optiques

La fibre optique offre une grande largeur de bande pour effectuer les opérations d'accès multiples, permettant à plusieurs utilisateurs de communiquer simultanément. Parmi les techniques présentées précédemment, le TDMA et le FDMA sont largement déployées dans les réseaux optiques [9]. On distingue ainsi :

- OTDMA (Optical Time Division Multiple Access)
- WDMA (Accès Multiple par Répartition en Longueur d'Onde)

5.1. Accès Multiple par Répartition de Temps en Optique

L'Accès multiple par répartition de temps en optique peut s'effectuer de manière « tout-optique », on parle alors d'OTDM ou de manière « électrique-optique », on parle alors d'ETDM.

5.1.1. La technique OTDM

La technique OTDM consiste à multiplexer en temps des trains d'impulsions optiques de manière purement optique. Le système OTDM (Figure I-6) est constitué à l'émission d'une

source laser qui émet des impulsions optiques de durée T_c . Ces impulsions sont appliquées à l'entrée d'un modulateur optique, commandé par un signal électrique de durée T_b qui représente les données à transmettre d'un utilisateur. Le débit des données D est tel que : $D = 1/T_b \ll 1/T_c$.

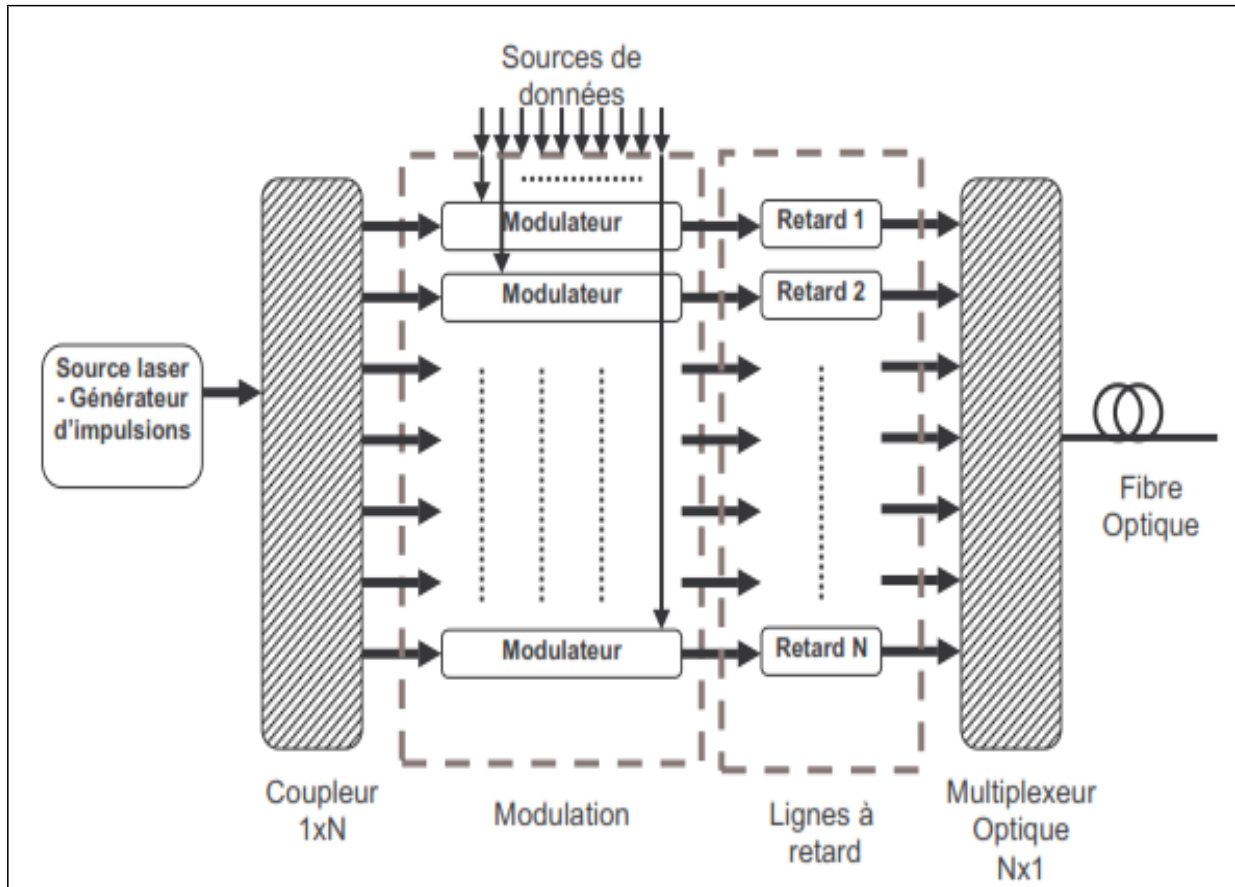


Figure I-6 : Système d'émission optique OTDM pour N utilisateurs

Pour un système à N utilisateurs, les trains optiques en sortie des modulateurs sont décalés en temps et multiplexés en un train optique unique de débit $R = N \times D$ Bit/s envoyé dans le milieu de transmission, la fibre optique.

Par exemple pour un système de $N=4$ utilisateurs de débit 10 Mbit/s (Figure 1-7), on peut obtenir en sortie un multiplex temporel tel que le débit à l'entrée de la fibre est 40 Mbit/s. La source laser doit émettre au débit D , des impulsions ultracourtes de largeur :

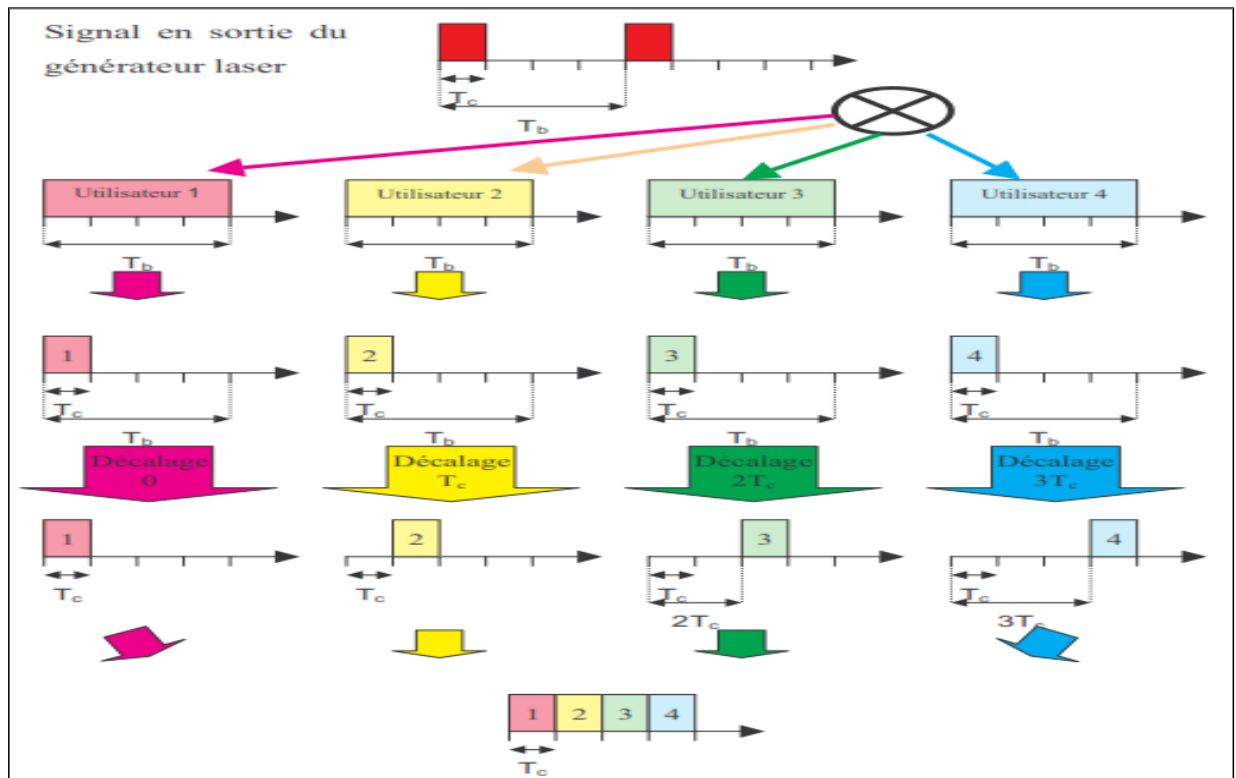


Figure I-7 : Le Système de Multiplexage OTDM pour 4 utilisateurs

Pour récupérer en réception par démultiplexage temporel les informations d'un utilisateur, le système nécessite un signal de synchronisation du rythme des données émises T_b (Figure I-7)

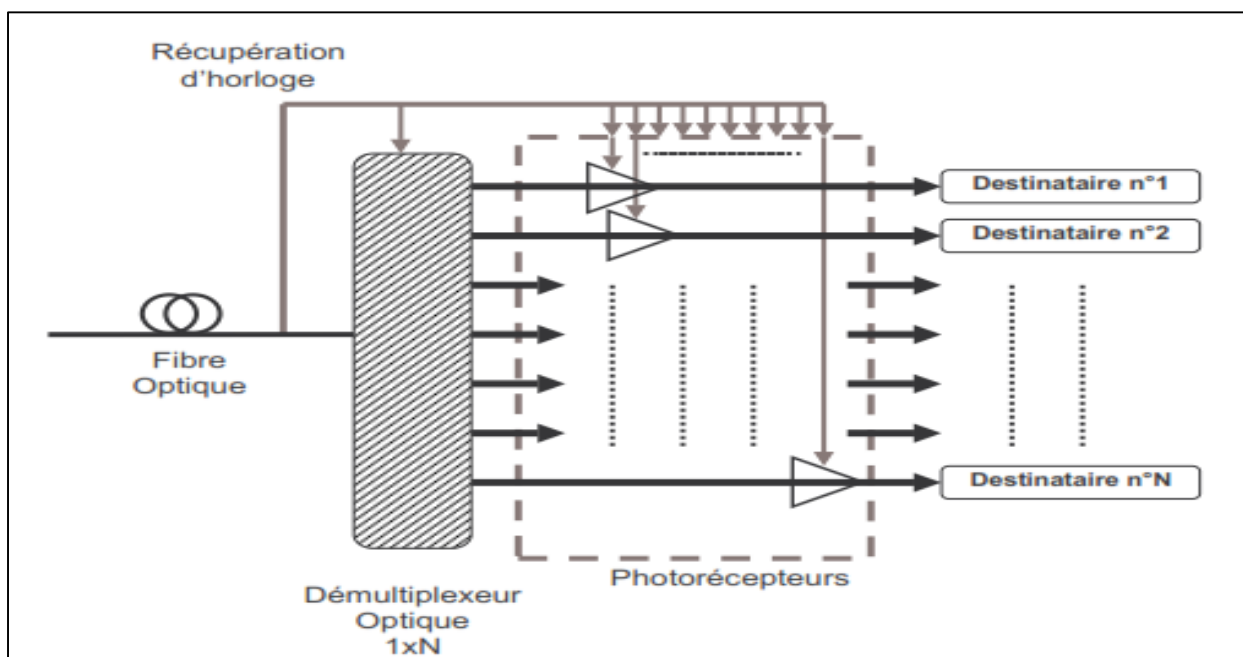


Figure I-8 : La réception du système OTDM

5.1.2. La technique ETDM

Dans la technique ETDM, le multiplexage des données électriques à transmettre s'effectue à l'aide de dispositifs électroniques. Le signal de sortie du multiplexeur est appliqué à l'entrée d'un modulateur optique qui permet la transmission sur la fibre optique (Figure 1-9). La différence avec la technique OTDM réside dans le fait que le modulateur optique doit fonctionner non pas au débit des données D mais à celui R du signal en sortie du multiplexeur. Or, si les données ont un débit D et que le nombre d'utilisateurs est N ,

On a : $R = N \times D$. Plus le nombre des utilisateurs augmentent et plus le débit R est élevé ce qui constitue la principale limitation de cette technique.

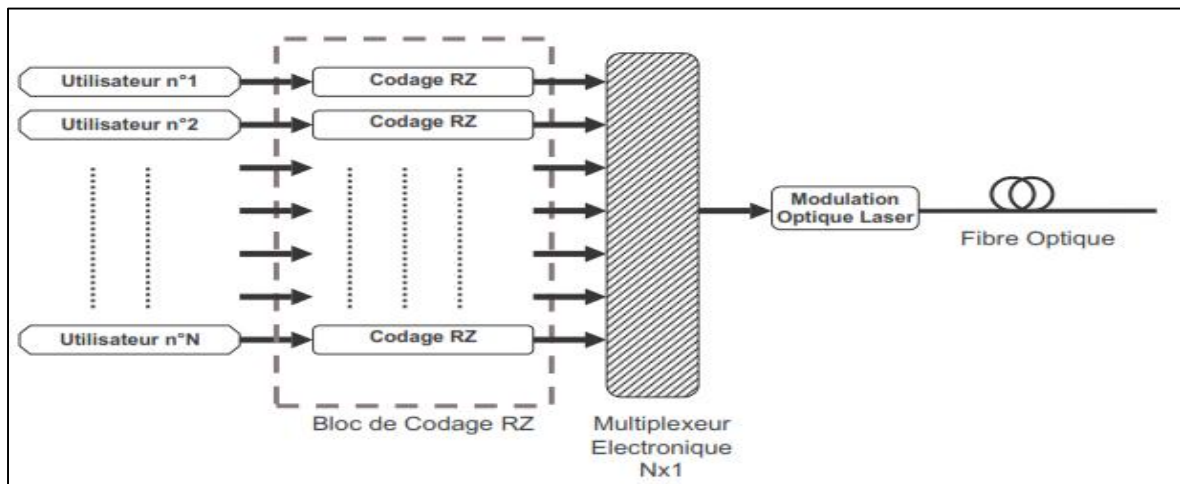


Figure I-9 : L'Emission du Système ETDM pour N utilisateurs

A la réception, un photodétecteur convertit le signal optique en électronique. Un dispositif électronique de démultiplexage synchronisé permet de restituer les données au destinataire.

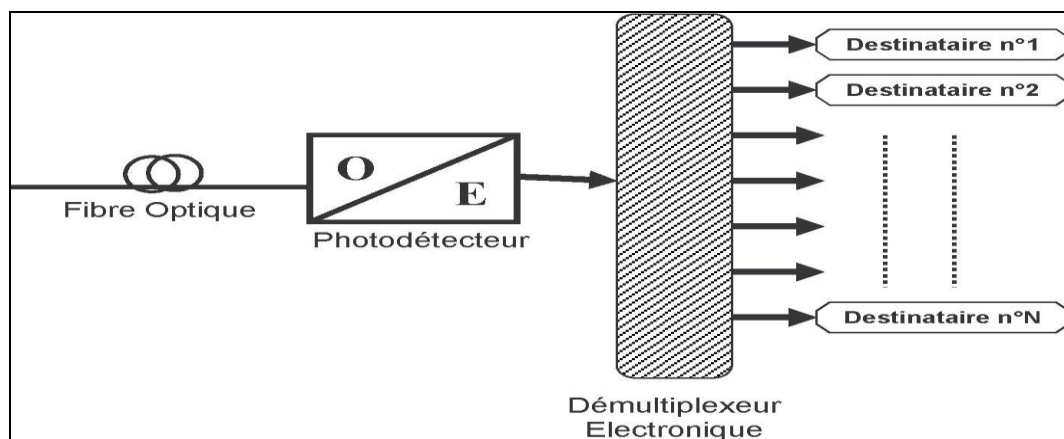


Figure 1-10 : La Réception du Système ETDM

Cette technique est limitée par la difficulté de générer des impulsions de plus en plus courtes, de les transmettre correctement (effets de la dispersion) et de récupérer le signal de synchronisation au niveau du démultiplexeur.

Les techniques OTDM/ETDM sont utilisées dans les réseaux métropolitains (Métropolitan Area Network ou MAN) et dans les réseaux locaux (Local Area Network ou LAN) qui relient de nombreux points d'accès.

5.2. Accès Multiple par Répartition en Longueur d'Onde (WDMA)

Avec la mise au point de nouveaux types de fibres (par exemple la fibre monomode) dans les années 1980, la transmission de signaux optiques à différentes longueurs d'onde sur la même fibre a été rendu possible. La technique WDMA permet ainsi l'utilisation optimale de la bande passante optique ($\sim 25\text{THz}$). Les données électriques de chaque utilisateur sont appliquées à l'entrée de modulateurs optiques émettant à des longueurs d'onde différentes (Figure 1-11). Les signaux en sortie des modulateurs sont multiplexés et émis sur la fibre. Le débit total sur la fibre est la somme des débits de chaque utilisateur.

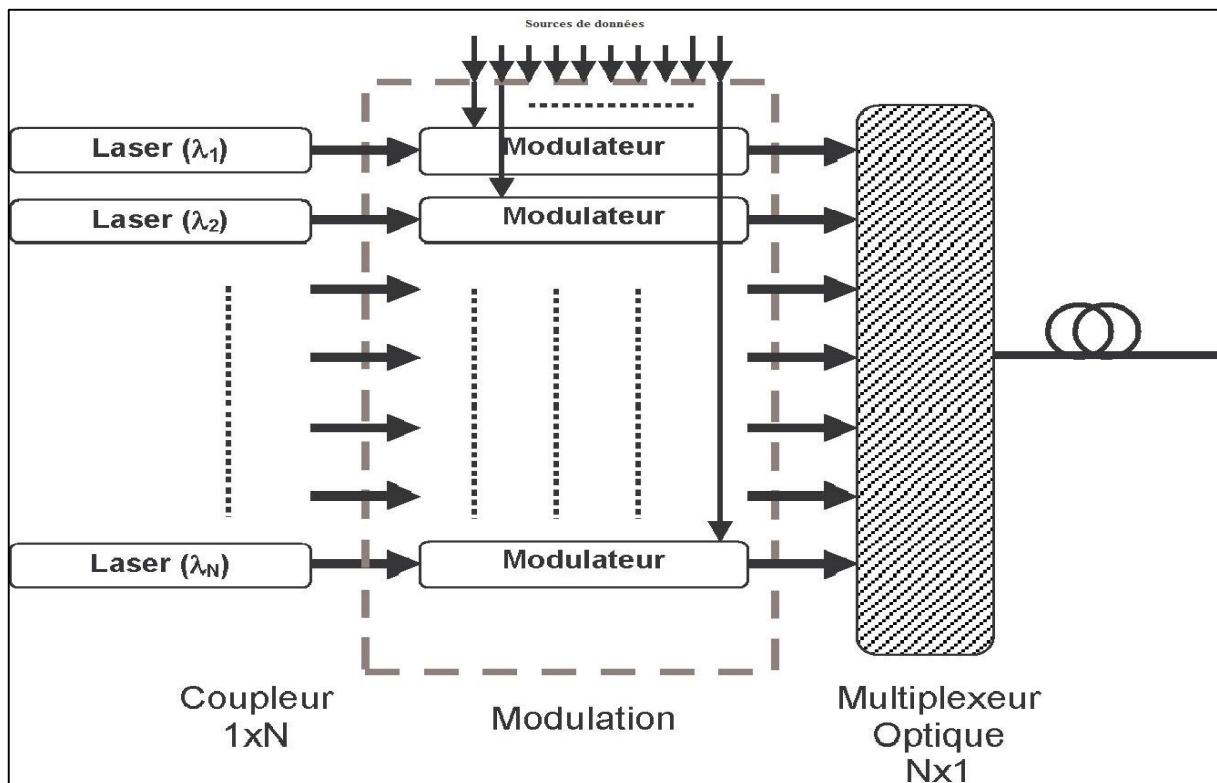
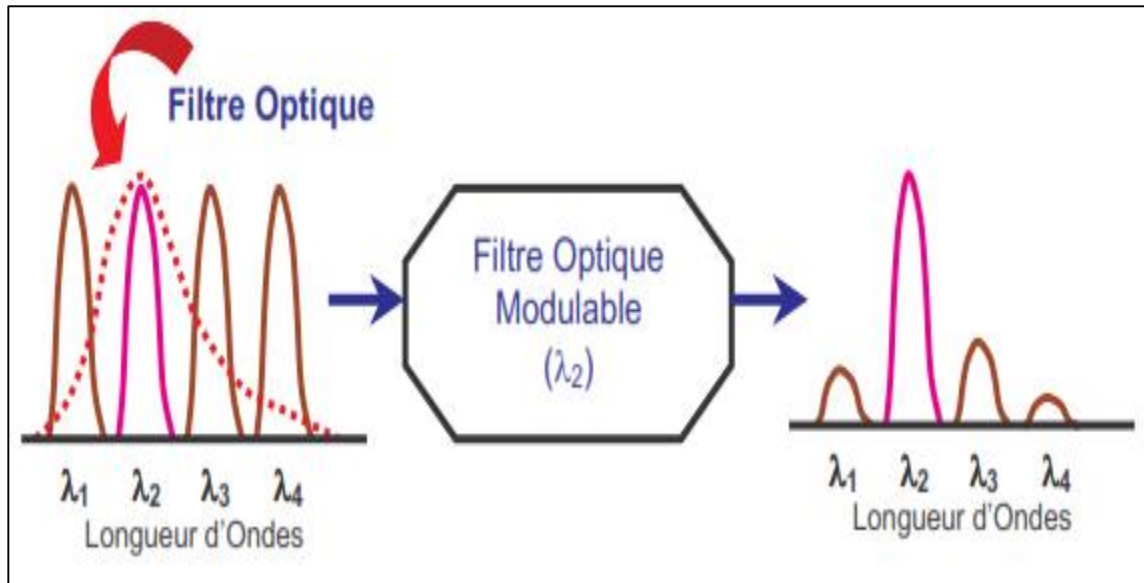


Figure I-11: L'Emission du système WDMA pour N utilisateurs.

A la réception, le signal optique reçu est démultiplexé puis appliqué à l'entrée d'un filtre optique qui permet d'extraire le signal à la longueur d'onde correspondant au destinataire (Figure 1-12).



FigureI-12 : Le filtrage optique à la réception.

Une photodiode permet d'effectuer la conversion optique- électrique (Figure 1-13).

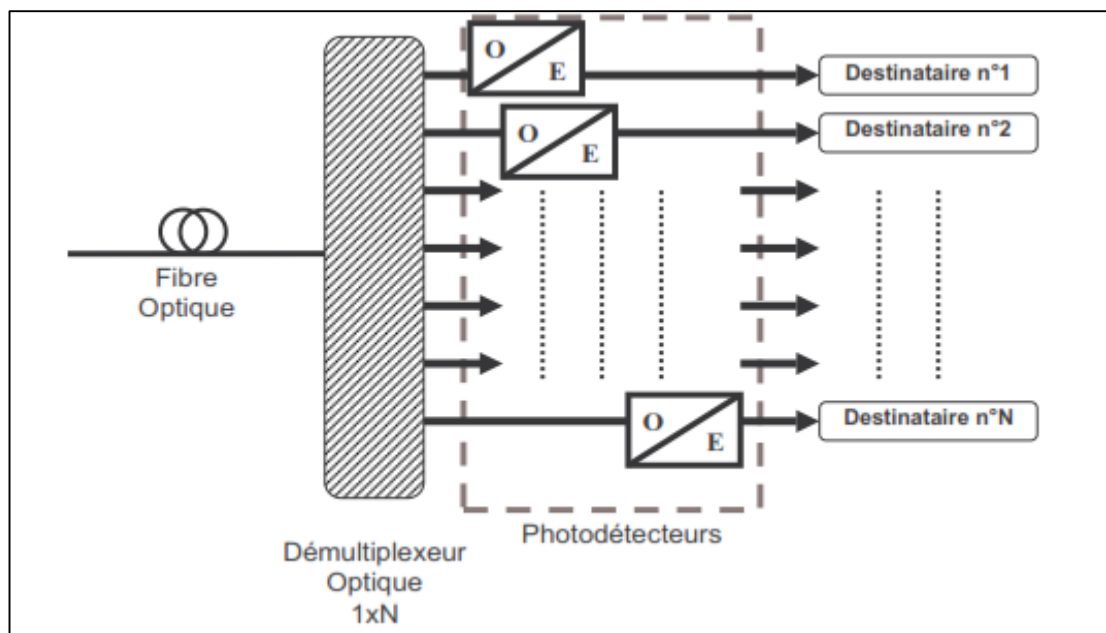


Figure I-13 : La réception du système WDMA pour N utilisateurs

La plage normalisée des longueurs d'onde (norme ITU-T G692) est comprise entre 1530 et 1565nm avec un espacement de 1,6 nm ou 0,8nm. L'évolution de la technique WDM est appelée DWDM (« Dense » WDM). L'espacement devient alors inférieur à 0,8 nm (0,4 nm ; 0,2nm) et permet d'obtenir plus de longueurs d'onde.

Les facteurs limitatifs de cette technique sont : la capacité de générer les porteuses optiques adéquates, la transmission des données correctes sur des distances acceptables, le débit requis pour chaque canal et le système de modulation utilisé.

Cette technique d'accès est utilisée dans les réseaux étendus (Wide Area Network ou WAN) caractérisés par des transmissions à haute capacité, sur de grandes distances et entre un faible nombre de points d'accès. Elle est également de plus en plus utilisée dans les réseaux métropolitains MAN.

Avec l'accroissement de la demande en débit notamment pour des applications dans les réseaux d'accès de type LAN (télévision haute définition, vidéo en temps réel, X), les réseaux de communication sont soumis à plusieurs contraintes :

- sur la bande passante : du kbit/s à plusieurs Gbit/s
- sur la qualité et la fiabilité : taux d'erreur de 10^{-3} à 10^{-12}
- sur la flexibilité : différenciation des services entre les utilisateurs, reconfigurable, etc.
- sur la sécurité etc.

Pour répondre à l'évolution des services, les opérateurs de télécommunication font appel à différentes technologies et déploient une infrastructure en fibre optique dans le réseau d'accès pour accéder aux débits requis.

La technique CDMA, largement utilisée dans le domaine radiofréquence est une méthode flexible d'accès multiple au sens partage des ressources.

5.3. Accès Multiple par Répartition de Code en Optique

Le CDMA Optique est basé sur les mêmes concepts de base que le CDMA radiofréquence : à chaque utilisateur transmettant des données à travers le canal (ici fibre optique) est alloué une séquence signature ou code qui permet d'identifier le récepteur destinataire. Parmi les avantages que peut amener cette technique appliquée à l'optique, on peut citer :

- Un accès simultané et aléatoire au réseau sans nécessité de synchronisation
- Une flexibilité pour le routage de l'information donc des protocoles simplifiés
- Une sécurité inhérente au codage CDMA

Un réseau Optique CDMA est généralement constitué de N paires émetteurs-récepteurs.

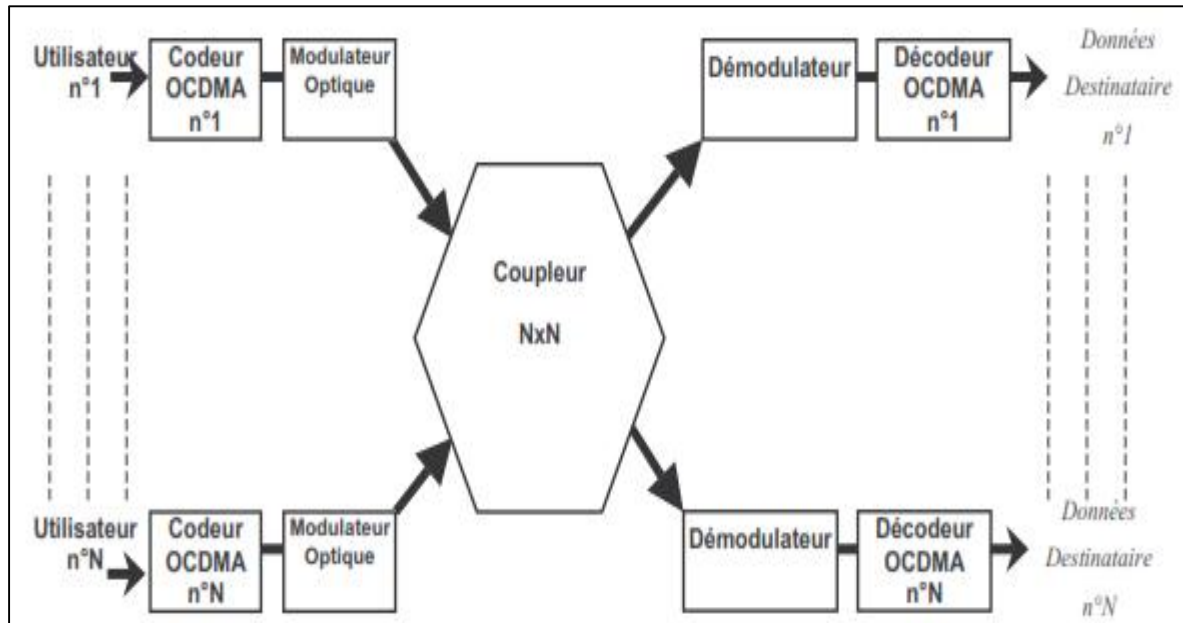


Figure I-14 : Réseau OCDMA

Les données à transmettre et les fonctions de codage/décodage OCDMA peuvent être réalisées :

- soit dans le domaine électrique ; dans ce cas, la principale limitation pour l'implantation de la technique est la vitesse des circuits électroniques disponibles.
- soit dans le domaine optique ; on parle alors de CDMA « tout-optique » et l'implantation est liée à la technologie et aux coûts des composants optiques nécessaires.

Que les réseaux soient « tout-optique » ou partiellement optiques, la manipulation des signaux peut s'envisager soit de manière cohérente, soit de manière incohérente.

Dans une approche cohérente, les caractéristiques du signal optique mesuré sont l'amplitude et la phase. Il est donc nécessaire et coûteux de disposer d'un oscillateur local synchronisé à la fréquence optique en réception. L'onde lumineuse pouvant être positive ou négative, l'étalement des données peut s'effectuer en utilisant des codes bipolaires comme en radiofréquence.

Mais la plupart des études sur le CDMA Optique portent sur les systèmes incohérents, beaucoup plus simples et donc moins coûteux. Ils sont généralement basés sur un schéma de modulation appelé « IM-DD » (Intensity Modulation – Direct Detection) et c'est l'intensité lumineuse, quantité positive, qui est la caractéristique mesurée du signal optique. Les codes bipolaires ne peuvent plus être utilisés. On utilise des codes unipolaires quasi-orthogonaux.

6. Conclusion

Au cours de cette partie, nous avons rappelé les différentes techniques d'accès multiple couramment employées dans le domaine des communications radiofréquences et applicables dans celui des communications optiques. Nous avons montré qu'il existe différentes méthodes d'accès de type TDMA, FDMA et WDM. Les paramètres physiques, tels que le nombre de fréquences porteuses, de longueur d'onde ou de time slot disponibles, limitent la capacité de multiplexage et constituent le principal inconvénient de ces méthodes d'accès.

Nous avons aussi montré que la méthode d'accès CDMA se décline sous différentes formes. Le CDMA "directe" regroupe le DS-SS-SS, le TH-SS-SS et le FH-SS-SS. Le CDMA "hybride" représente l'association hiérarchisée du CDMA avec les autres méthodes de multiplexage (TDMA, FDMA et WDM).

Notre choix a porté sur les techniques d'accès DS-SS-SS est dicté par leur contexte d'application sur des réseaux optiques.

CHAPITRE II :
CDMA optique incohérent à séquence directe
(DS-OCDMA).

1. Introduction

En raison du succès de la technologie CDMA le domaine sans fil, les chercheurs pensaient de la mise en œuvre la CDMA dans le domaine optique. En combinant les caractéristiques des deux technologies, un bon gain sur les réseaux futurs peut être atteint. [8]

$$\text{OCDMA} = \text{Optical processing} + \text{CDMA}$$

La figure suivante illustre le principe de fonctionnement de la technique OCDMA :

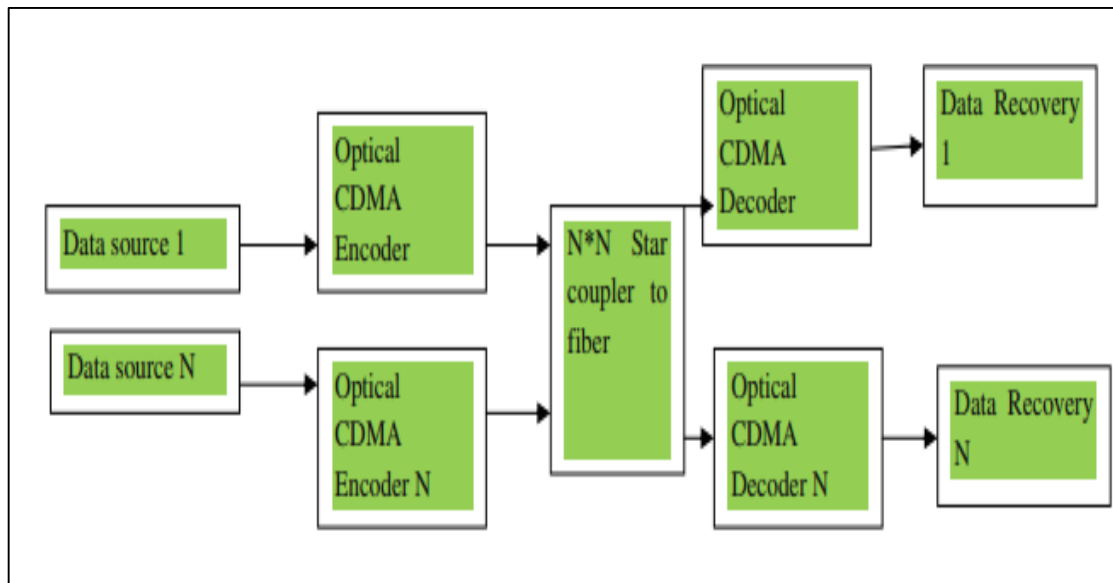


Figure II- 1 : principe de fonctionnement de la technique OCDMA.

Il existe plusieurs techniques au domaine OCDMA appartient d'une part au encodage temporel telle que la DS-OCDMA, TPE-OCDMA, et d'autre part au encodage spectral telle que SAC-OCDMA, SPE-OCDMA.

Dans ce chapitre, on présente l'étude d'un système CDMA optique incohérent à séquence directe (DS-OCDMA) pour N utilisateurs. Pour l'étude des parties codage/décodage, on ne tient pas compte des blocs fonctionnels de la partie optique.

On va commencer par la description de la partie d'émission, ainsi que les différents types de codes temporels adaptés au CDMA Optique (OOC, Prime Code, EPC). Puis, on aborde la partie de réception, en présentant les différentes structures de décodeurs qui permettent de traiter l'interférence d'accès multiple (IAM).

2. CDMA Optique à séquence directe (DS-OCDMA)

Nous allons étudier un système CDMA optique incohérent à séquence directe (DS-OCDMA), où le codage et le décodage s'effectuent dans le domaine temporel [9] [10] [11].

On se place dans l'hypothèse que le codage ou le décodage de données à transmettre s'effectuent dans le domaine électrique (figure II-2)

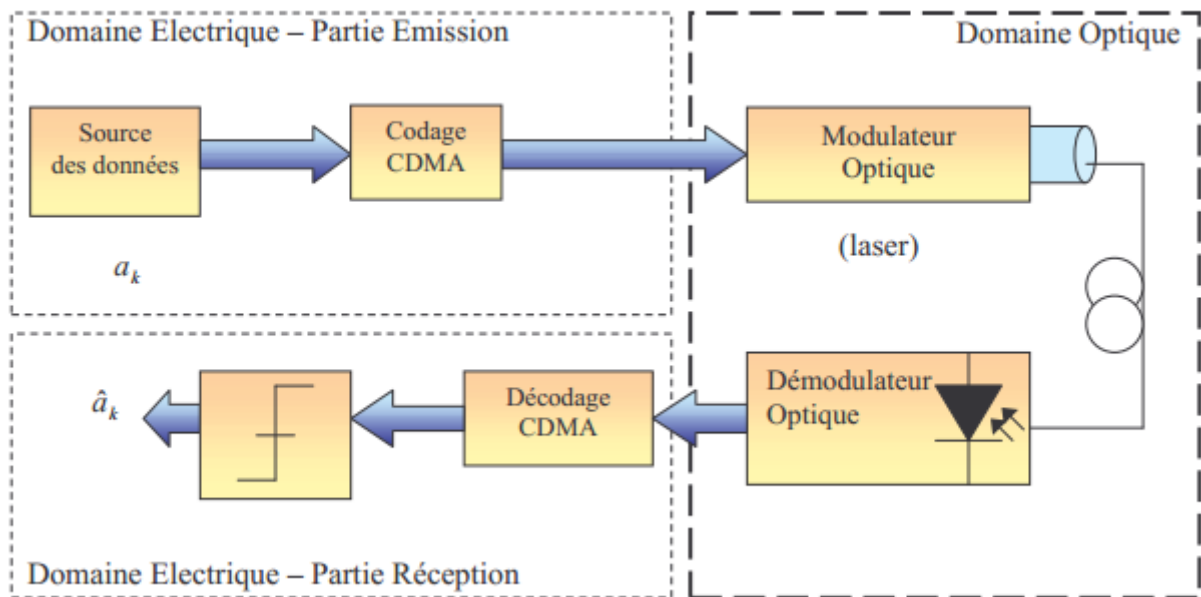


Figure II- 2: Système de transmission DS-OCDMA à codeur/décodeur électrique.

Dans un système DS-OCDMA le codage CDMA est réalisé en multipliant directement une séquence de code signature avec les données à transmettre. Les données codées de chaque utilisateur sont envoyées simultanément via une même fibre, (figure II-3).

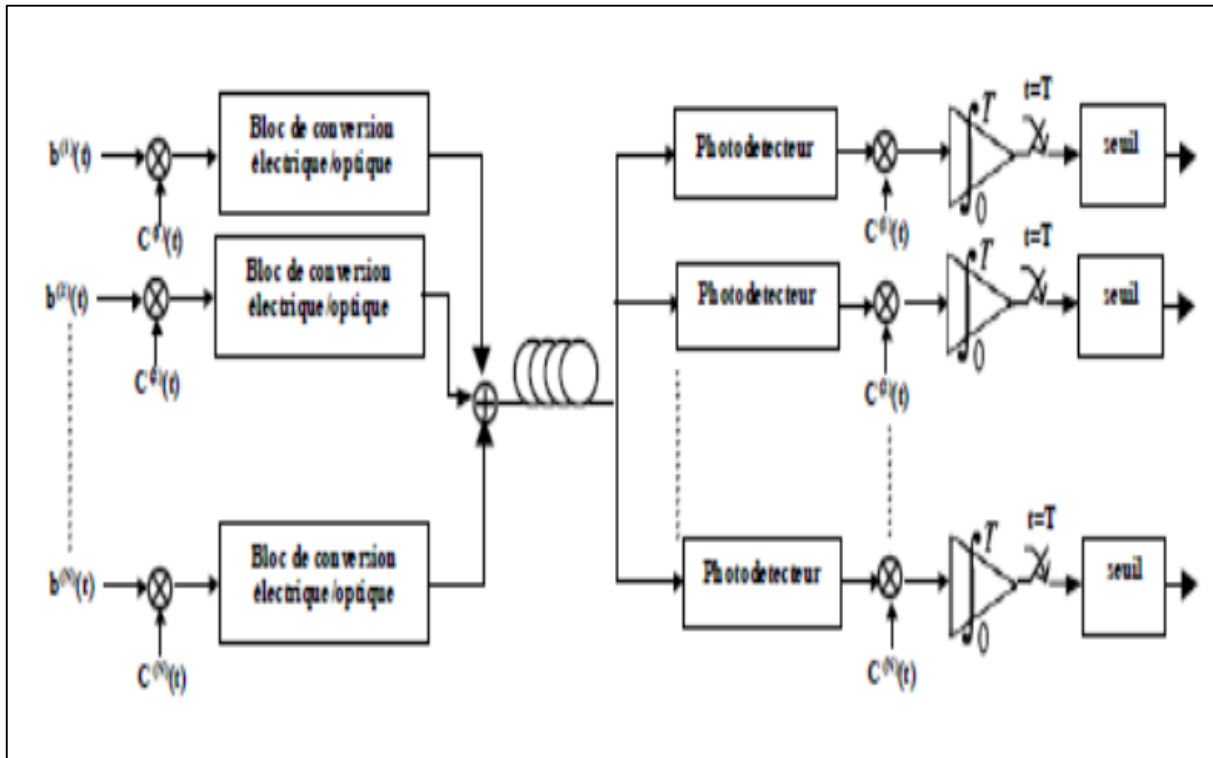


Figure II- 3: Codage CDMA.

En réception, le récepteur reçoit le signal multiplexé avec la séquence adresse de chaque utilisateur (codes signatures). Le signal résulte par la corrélation du signal reçu et le code signature de l'utilisateur désiré est intégré via un intégrateur pour prise de décision (Figure II-3). Les autres signaux qui n'ont pas la bonne séquence signature ou qui sont désynchronisés, sont perçus comme étant du bruit. Ce bruit qui constitue une des limitations principales de cette technique d'accès est communément appelé l'interférence d'accès multiple (IAM).

3. Partie d'émission d'un système (DS-OCDMA)

Le schéma suivant présente la partie émission d'un système CDMA optique à séquence directe (DS-OCDMA) où les données des utilisateurs sont multipliées par la séquence de code c'est ce que n'appelle l'étalement temporelle [10].

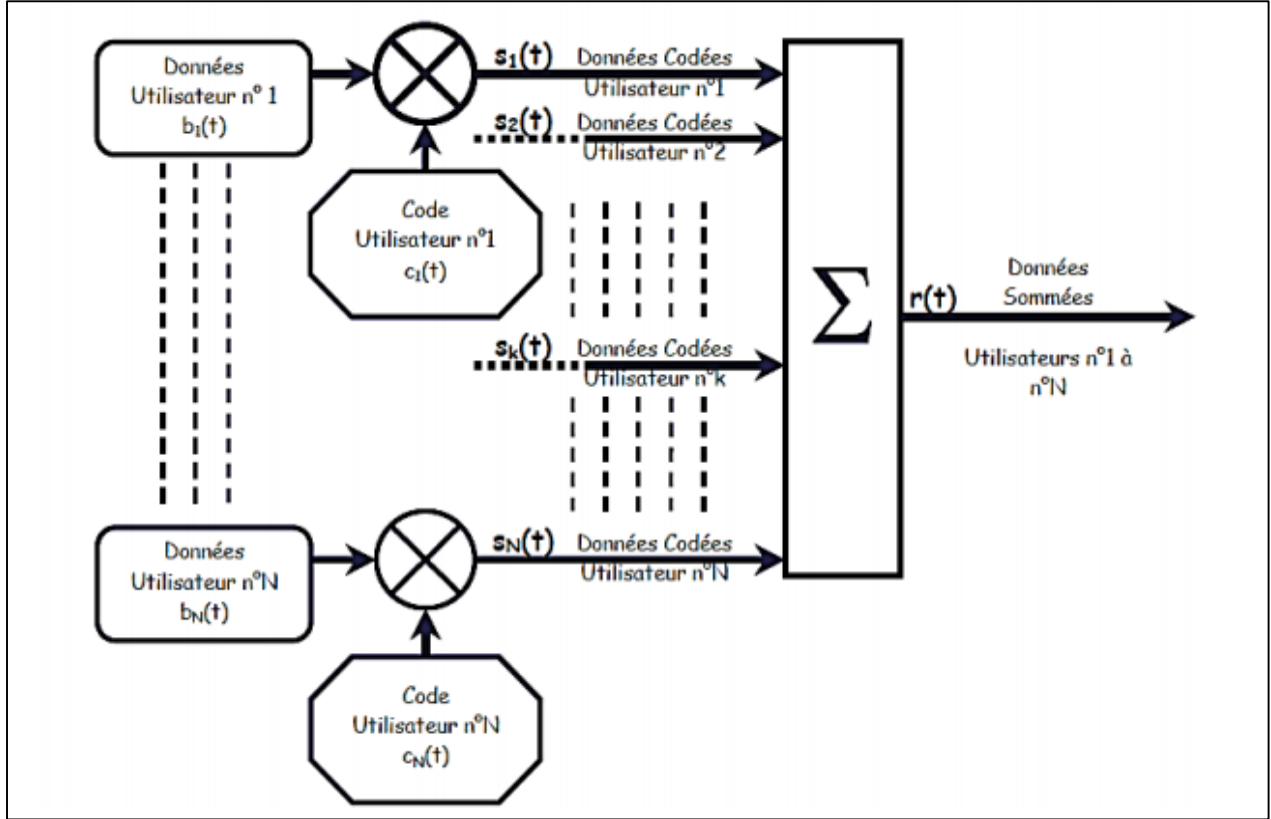


Figure II- 4: L'émission des données via un système de transmission CDMA à Séquence Directe.

A la sortie du codeur du $k^{ème}$ utilisateur, on obtient le signal :

$$S_k(t) = S_k b_k(t) C_k(t) \quad (II-1)$$

- S_k est le niveau amplitude en sortie du codeur ; on prend par la suite la valeur normalisée $S_k=1$.
- $b_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i^{(k)} P_{T_b}(t - iT_b)$ sont les données de l'utilisateur k.

$b_i^{(k)}$ est le ieme bit de donnée du keme utilisateur. $b_i^{(k)}$ prend la valeur 0 ou 1 de manière équiprobable.

$P_{T_b}(t)$ est une impulsion rectangulaire de durée T_b .

$D=1/T_b$ est le débit des données de l'utilisateur k.

- $C_k(t)$ est la séquence de code du $k^{ème}$ utilisateur

$$C_k(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} C_j^{(k)} P_{T_c}(t - iT_c) \quad (\text{II-2})$$

$P_{T_c}(t)$ est une impulsion rectangulaire de durée T_c , appelée “temps chip”.

$C_j^{(k)}$ est le j^{eme} éléments appelé “chip” du code du k^{eme} utilisateur.

La séquence de code $\{C_j^{(k)}\}$ pour j de 0 à $L-1$ est une sequence périodique, de période L telle que $L = T_b/T_c$.

$D_c = 1/T_c$ et le “ débit chip” tel que $D_c = L \cdot D$.

- A la sortie de l'émetteur, le signal $r(t)$ est la superposition des signaux émis par les N utilisateurs :

$$r(t) = \sum_{k=1}^N S_k(t - \tau_k) \quad (\text{II-3})$$

τ_k représente le retard du k^{eme} utilisateur.

- La séquence de code $C_k(t)$ est la signature de chaque utilisateur. Elle doit permettre de distinguer facilement l'utilisateur désiré des autres utilisateurs.

Les propriétés à satisfaire par les séquences de code s'écrivent à partir des fonctions d'auto et d'inter-corrélation.

Soient deux séquences de code $C_k(t)$ et $C_p(t)$ de deux utilisateurs différents :

- a) La fonction d'auto-corrélation $Z_{C_k C_k}(l)$ doit être maximum en $l = 0$ et nulle ailleurs :

$$Z_{C_k C_k}(l) = \sum_{j=0}^{L-1} C_j^{(k)} \cdot C_{j+l}^{(k)} = \begin{cases} W & \text{pour } l = 0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

➤ W est le poids de la séquence de code $\{C_j^{(k)}\}$.

➤ l est le décalage.

La contrainte d'auto-corrélation garantit que chaque signature est orthogonale à une version décalée d'elle-même. Cette propriété permet d'obtenir la synchronisation en réception.

- b) La fonction d'inter-corrélation $Z_{C_k C_p}(l)$ doit être nulle pour obtenir l'orthogonalité parfait entre les séquences signature

$$Z_{C_k C_p}(l) = \sum_{j=0}^{L-1} C_j^{(k)} \cdot C_{j+l}^{(p)} = 0 \quad \forall l \quad (\text{II-5})$$

La contrainte d'inter-corrélation nulle garantit la synchronisation en réception en présence de l'interférence due aux autres utilisateurs (IAM).

Dans une approche du CDMA Optique en lumière non-cohérente, on mesure l'énergie d'un signal transmis et non son amplitude et sa phase. L'intensité optique étant une quantité positive ou nulle, les séquences de codes sont des séquences unipolaires qui ne peuvent pas satisfaire strictement les conditions a et b.

On utilise dans ce cas des propriétés de « quasi-orthogonalité » :

$$c) \quad Z_{C_k C_k}(l) = \sum_{j=0}^{L-1} C_j^{(k)} \cdot C_{j+l}^{(k)} \begin{cases} = W & \text{pour } l = 0 \\ \leq h_a & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II-6)$$

$$d) \quad Z_{C_k C_p}(l) = \sum_{j=0}^{L-1} C_j^{(k)} \cdot C_{j+l}^{(p)} \leq h_c \quad \forall l \quad (II-7)$$

Au minimum, les constants **ha** et **hc** peuvent être égales à 1.

L'orthogonalité parfaite étant impossible, il est nécessaire d'évaluer l'interférence d'accès multiple (IAM) et ses conséquences sur les performances du système.

Pour illustrer la propriété d), la Figure (II-5) présente un exemple de séquences de code unipolaire pour trois utilisateurs synchrones, satisfaisant la condition de quasi-orthogonalité avec **hc** = 1.

On constate que chaque séquence signature d'un utilisateur possède au maximum 1 chip en commun (**hc** = 1) avec les séquences des autres utilisateurs.

Le multiplexage des données des 3 utilisateurs correspond à la sommation chip par chip (signal $e(t)$) et illustre le phénomène d'IAM.

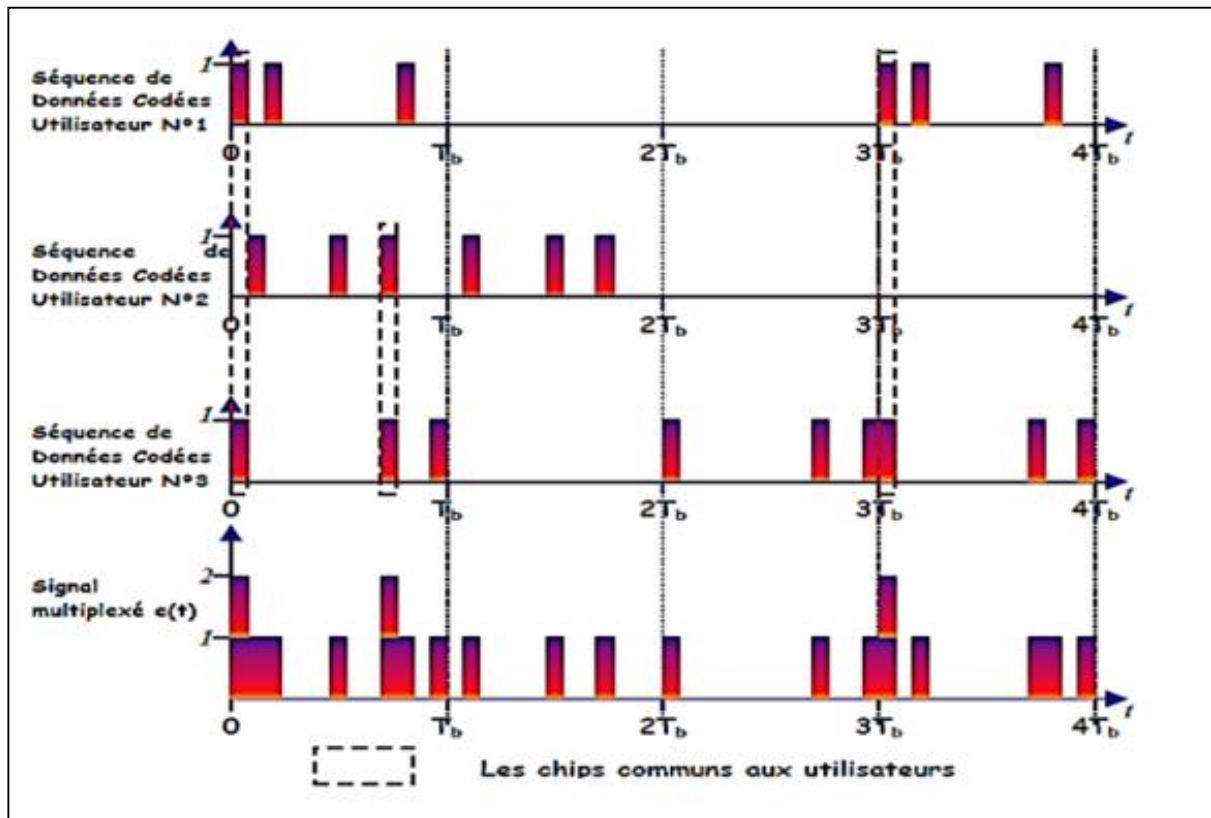


Figure II- 5: Exemple de séquences de code OCDMA telles que $h_c = 1$.

Nous allons présenter maintenant les principaux codes optiques unipolaires et leurs performances dans un système optique CDMA à Séquence Directe.

4. Les différents codes adaptés pour un système DS-OCDMA

Séquences de code dans OCDMA sont classés en fonction de divers paramètres comme indiqué dans la figue II-6 De façon générale, les codes sont classés par :

1. Classification basée sur les dimensions : (a) 1D, (b) 2D, et (c) 3D. (figure II-7)
2. Classification basée sur le principe de fonctionnement : (a) cohérente et (b) incohérente

(Unipolaires $\{0,1\}$ codes sont utilisés).

3. Classification basée sur la polarité : (a) unipolaire et b) bipolaire.
4. Classification basée sur la construction : (a) directe et (b) les méthodes de recherche.
5. OCDMA hybride (toute combinaison des techniques ci-dessus).

Ces séquences sont réparties dans l'un des domaines suivants : à domaine de propagation, domaine spectral / saut de fréquence, de domaine spatial, et domaine de polarisation comme représenté au tableau II.1, Performance de CDMA est basé sur des séquences d'étalement sur certains modèles mathématiques. Quelques exemples de séquences d'étalement dans la

littérature sont nuls codes de corrélation croisée(ZCC), codes orthogonaux optiques(OOC), constante poids OOC symétrique, constante poids OOC asymétrique, poids variable OOC, codes premiers(PC), codes premiers(EPC), quelques-uns de ces codes de bonnes propriétés de corrélation, et d'autres ont une bonne cardinalité [12-13]. Sur l'ensemble des codes 1D disponibles, les codes orthogonaux optiques ont une bonne performance, mais il n'a limitation à la mise en œuvre matérielle lorsque le nombre de les utilisateurs peuvent accéder au réseau augmente. Donc il est nécessaire de passer à dimensionnelle élevée avec augmentation du degré de liberté, c'est à dire, 2D et 3D à fin d'améliorer la cardinalité et la performance des réseaux optiques.

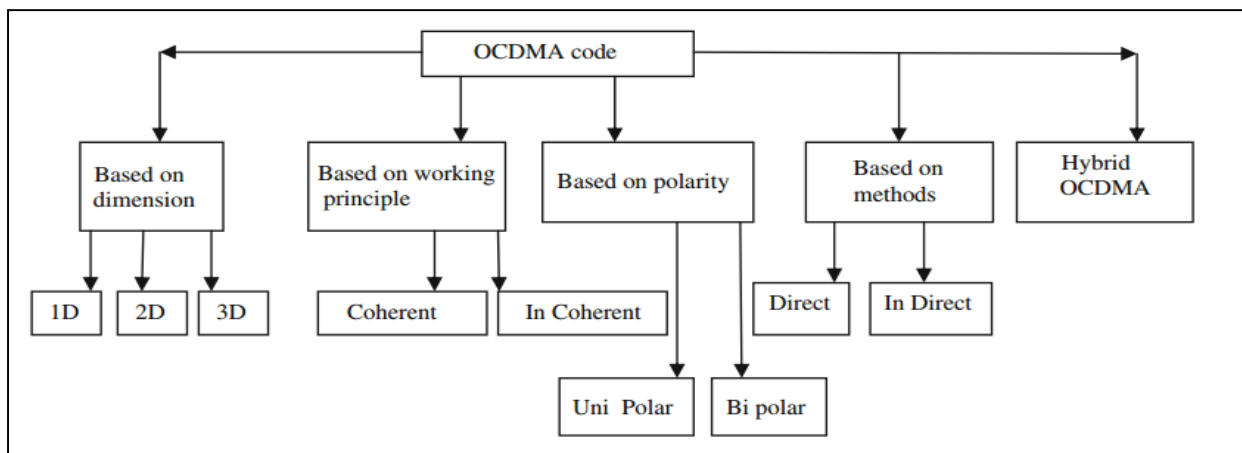


Figure II- 6 : classification des codes OCDMA.

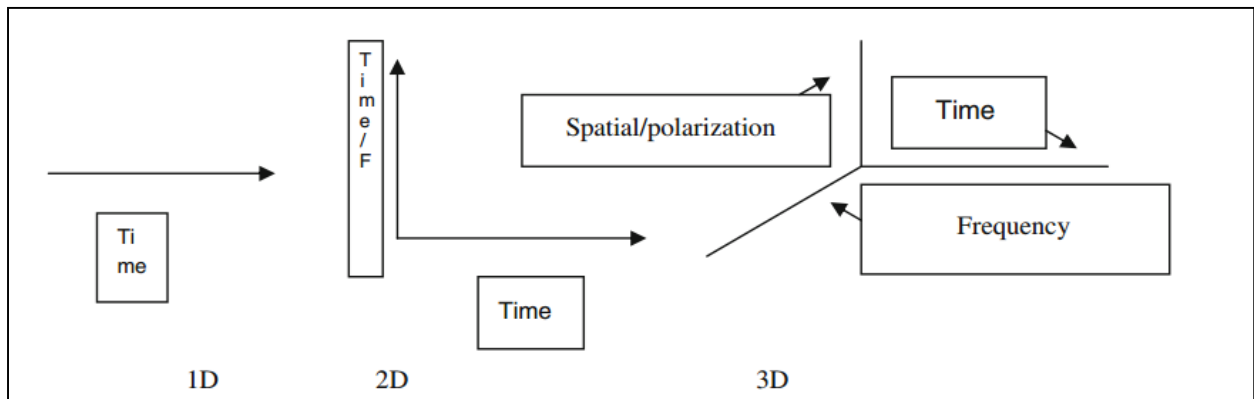


Figure II- 7: formats des codes 1D, 2D, 3D.

1-dimensional		2-dimensional	3-dimensional
Time domain	Wavelength domain	Combination of wavelength/spatial/temporal/polarization domains	
Pulse amplitude	Spectral amplitude	Time and space	Time/wavelength/polarization
Pulse phase	Spectral phase	W/T (wavelength and time)	Time/wavelength/space

Tableau II- 1 : dimensions des codes.

4.1. Les codes OOC (Optical orthogonal codes)

Les codes optiques orthogonaux font partie de la famille des séquences dites "unipolaires", ont été développés par J.A.Salehi en 1989 [13-14], Ces codes sont caractérisés par OOC (L, W, h_a , h_c) tels que :

- L est la longueur de la séquence.
- W est le poids du code, qui représente le nombre de chips à « 1 » pour chaque séquence.
- h_a est la contrainte d'auto-corrélation.
- h_c est la contrainte d'inter-corrélation.

Le choix des paramètres d'un code OOC peut être arbitraire. Cependant, dans une application CDMA on cherche à :

- avoir le plus d'utilisateurs actifs dans le réseau ; cela signifie qu'on cherche à obtenir le plus grand nombre de mots de code dans une famille donnée.
- respecter au mieux les contraintes d'auto et d'inter-corrélation. (II.6 et II.7).

- Pour des valeurs d'auto et d'inter corrélation $h_a=h_c=h$, le nombre maximal des utilisateurs est bornée par la relation dite de Johnson [15] :

$$N(L, W, h_a, h_c) \leq \left\lfloor \frac{1}{W} \left[\frac{L-1}{W-1} \left\lfloor \frac{L-2}{W-2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{L-h}{W-h} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{L-h}{W-h} \right\rfloor \right] \right\rfloor \quad (\text{II-8})$$

Où $\lfloor x \rfloor$ désigne la partie entière inférieure de x.

- Dans le cas où $h_a = h_c = 1$ J.A.Salehi a démontré que le nombre maximal des utilisateurs est :

$$N_{max} \leq \left\lfloor \frac{L-1}{W(W-1)} \right\rfloor \quad (\text{II-9})$$

Dans ce chapitre on va étudier les codes OOC telle que $h_a=h_c=1$.

4.1.1 Méthode de construction des codes OOC (W, L, 1,1)

Il existe plusieurs méthodes pour construire les codes OOC, parmi eux nous étudierons la méthode la plus simple et la plus rapide « BIBD : Balanced Incomplete Block Design » [16] car les autres méthodes sont trop lentes (les méthodes systématiques) et très complexes (méthode Greedy) [17].

La méthode BIBD permet de générer des séquences de codes OOC (L, W, $h_a = 1$, $h_c = 1$) lorsque la longueur des codes L est un nombre premier et suivant la parité de W. On considère la racine primitive de L (voir annexe A).

Les N séquences (N est calculé à partir de la relation (II.9)) du code OOC (L, W, 1,1) sont obtenues à partir de la relation qui calcule l'ensemble P_{C_i} des positions des W chips à 1 de la séquence C_i .

- Si W est pair ($W = 2.m$).

$$P_{C_i} = \{\alpha^{mi+jk}\} \cup \{0\} \quad (\text{II-10})$$

Avec :

$$\checkmark K = W.N = 2.m.N.$$

$$\checkmark i = 0, 1, \dots, N - 1.$$

$$\checkmark j = 0, 1, \dots, W - 2.$$

- Si W est impair ($W = 2.m + 1$).

$$P_{C_i} = \{\alpha^{mi+jk}\} \quad (\text{II-11})$$

Avec :

$$\checkmark K = (W - 1).N = 2.m.N.$$

$$\checkmark i = 0, 1, \dots, N - 1.$$

$$\checkmark j = 0, 1, \dots, W - 1.$$

Nous présentons deux exemples explicatifs de la méthode BIBD pour un poids W pair et impair.

4.1.2. Exemples de construction des codes par la méthode BIBD

4.1.2.1. Exemple pour un code de poids pair OOC (73, 4, 1,1)

m	$W = 2m$	L	α	N	Positions des chips à 1 : P_{c_i}
2	4	73	5	6	$P_{c_i} = \{0\} \cup \{5^{2.i+24j} 0 \leq j \leq 2, 0 \leq i \leq 5\} \bmod L$

OOO (73, 4, 1,1) Avec N=6		Chip 1	Chip 2	Chip 3	Chip 4
i	0	0	1	8	64
	1		25	54	67
	2		41	36	69
	3		3	24	46
	4		2	16	55
	5		50	35	61

Tableau II- 2 : Algorithme BIBD pour un code OOC (73, 4, 1,1).

Les codes obtenus avec la méthode BIBD implémentée sous MATLAB sont conformes à ceux trouvés par Naufel M.Saad dans [9].

➤ Auto et inter-corrélation du code OOC (73, 4, 1,1)

Après la génération des codes, il faut toujours vérifier que l'inter-corrélation maximale des codes est égale à 1, car ce n'est pas toujours le cas. Quelques exemples de tracés de la fonction d'auto et d'inter-corrélations des séquences du code OOC (73, 4, 1,1) sont schématisés ci-dessous.

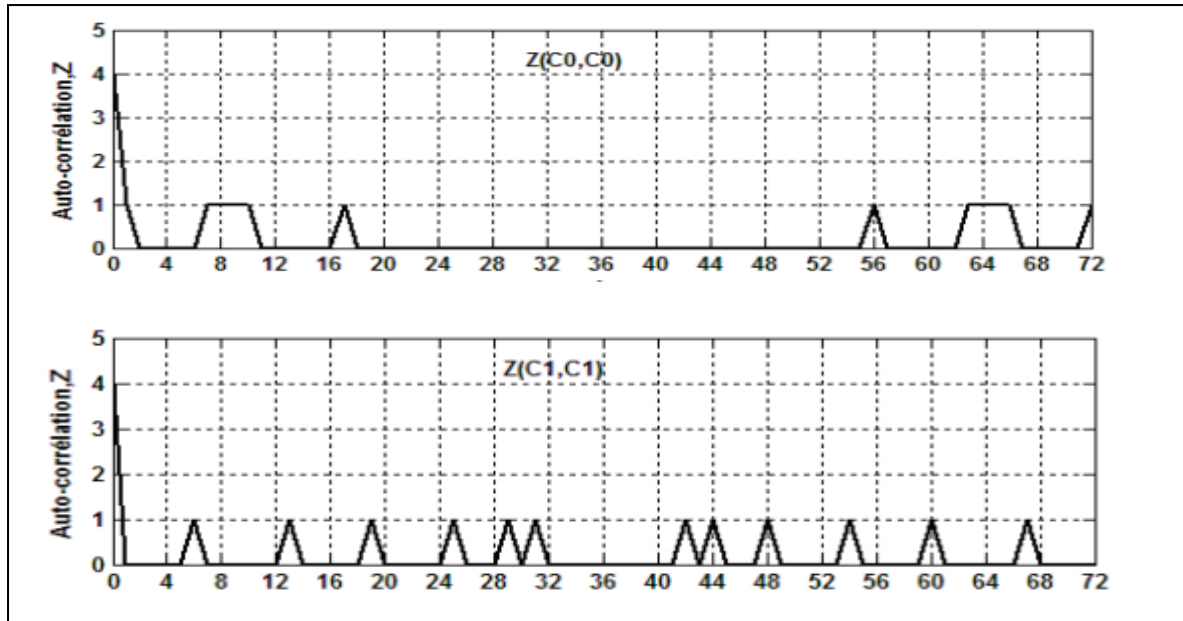


Figure II- 8 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (73, 4, 1,1).

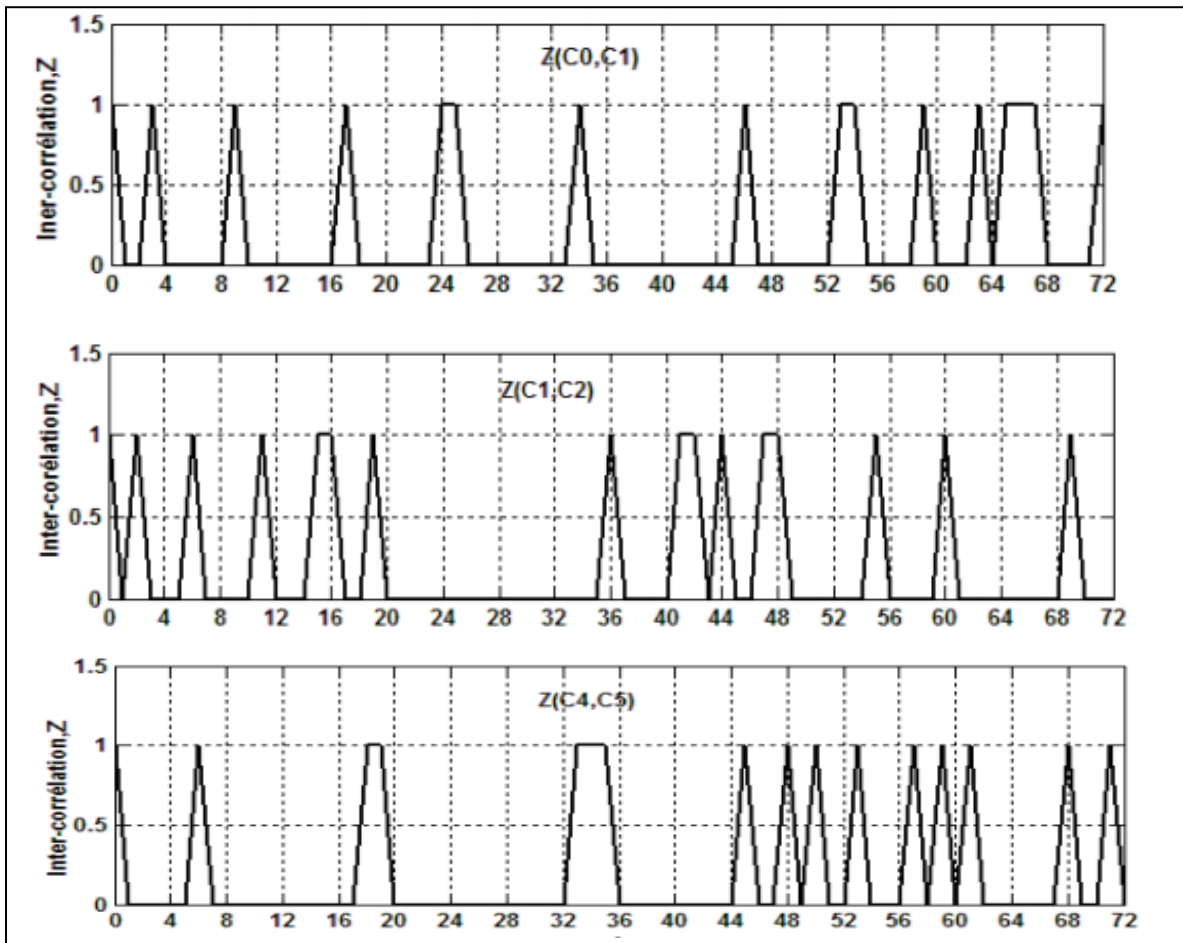


Figure II- 9:Fonction d'inter-corrélation du code OOC (73, 4, 1,1).

4.1.2.2. Exemple pour un code de poids impair OOC (61, 5, 1,1)

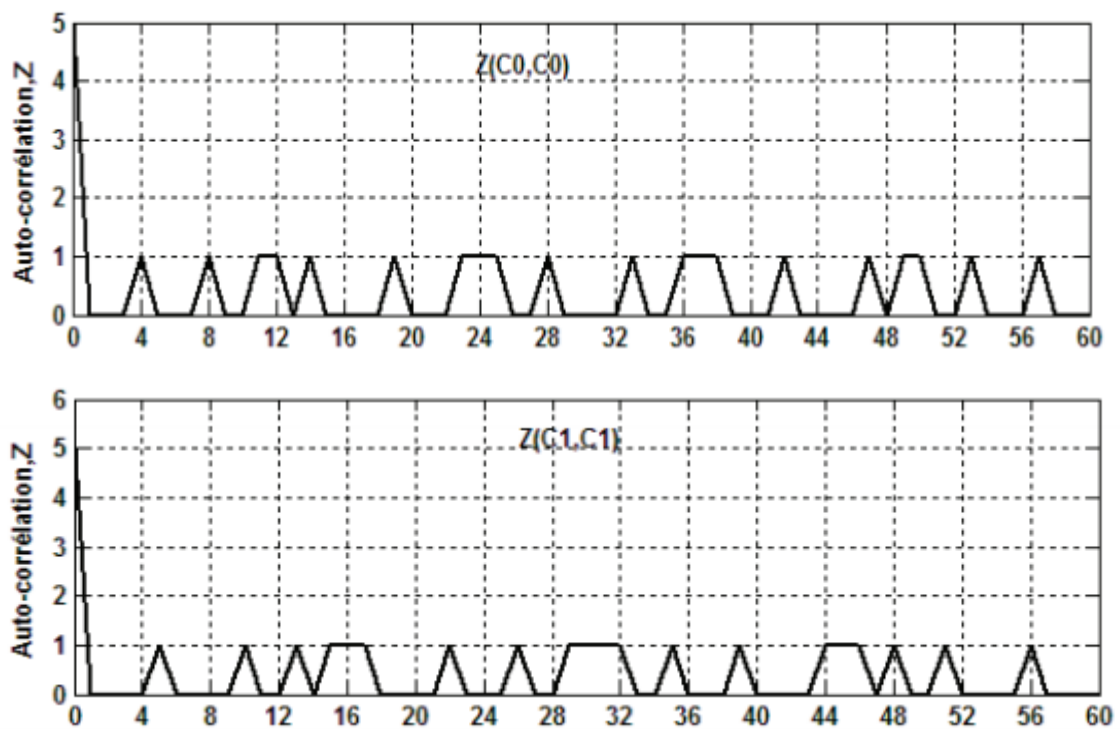
On présente les résultats du code OOC (61, 5, 1,1) dans le tableau ci-dessous :

m	W=2.m+1	L	α	N	Position des chips a 1 :Pc _i
2	5	61	2	3	$Pc_i = \{2^{2.i+12j} 0 \leq j \leq 4, 0 \leq i \leq 2\} \bmod L$

	Pc _i	Chip 1	Chip 2	Chip 3	Chip 4	Chip 5
OOC (61,5, 1,1) N=3	Pc ₀	1	9	20	34	58
	Pc ₁	4	14	19	36	49
	Pc ₂	13	15	16	22	56

Tableau II- 3 : Algorithme BIBD pour un code OOC (61, 5, 1,1).

- Auto et inter-corrélation du code OOC (61, 5, 1,1)
- Ci est la séquence de code de l'i^{ème} utilisateur.



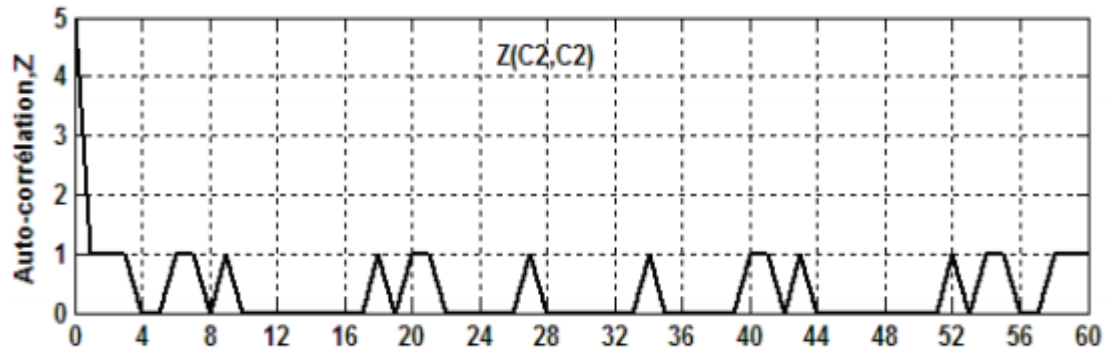


Figure II- 10 : Fonction d'auto-corrélation du code OOC (61, 5, 1,1).

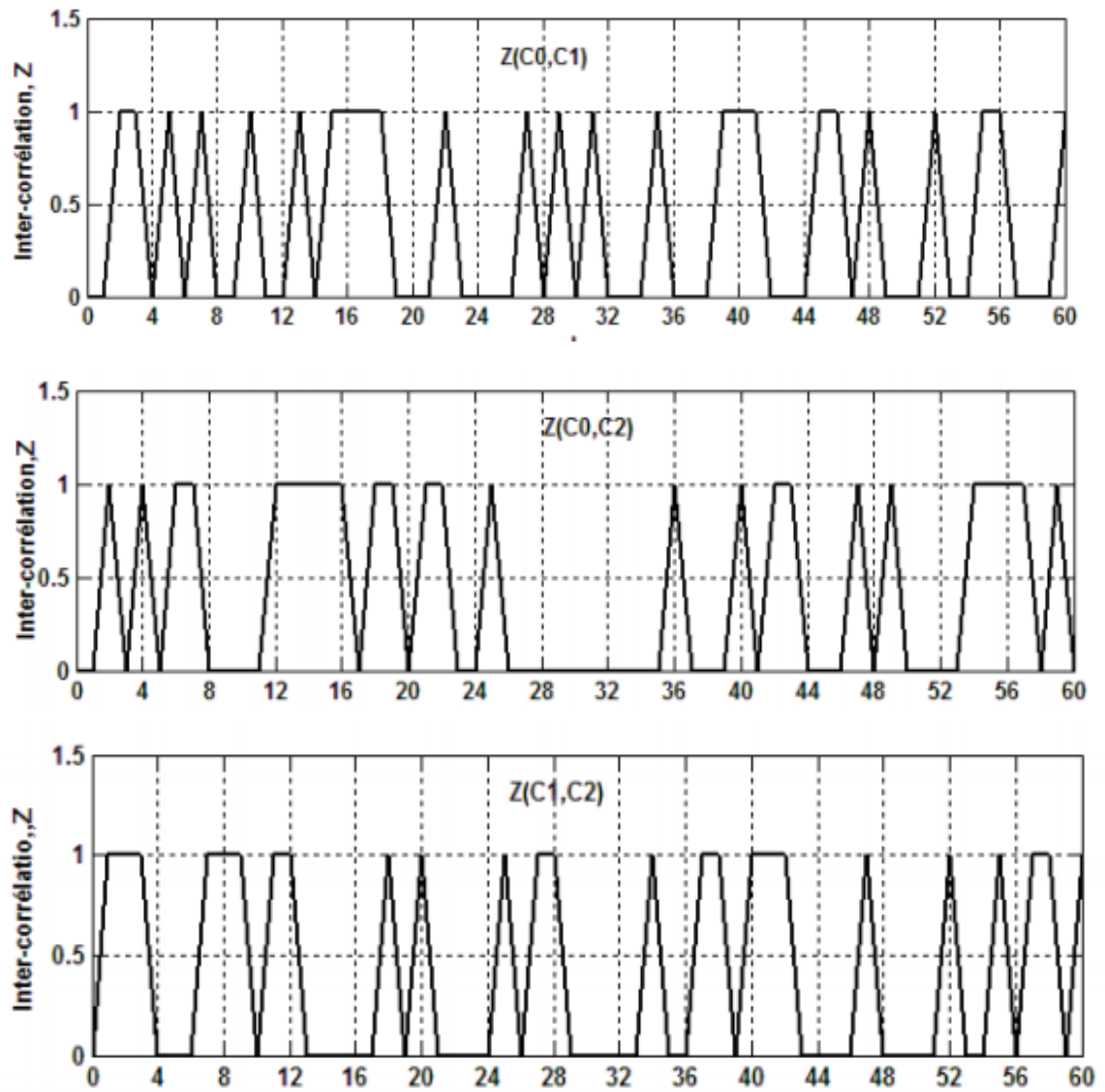


Figure II- 11 : Fonction d'inter-corrélation du code OOC (61, 5, 1,1).

4.2. Codes premiers(PC)

La version initiale des codes premiers (Prime Codes : PC) a été introduite par Cooper et Nettleton en 1978 pour des applications dans les communications cellulaires, utilisant les techniques d'étalement de spectre par sauts de fréquence. L'objectif de ces constructions est principalement de permettre une émission asynchrone des données en contrôlant les niveaux des corrélations croisées pouvant être générées par des codes d'un même groupe. A partir de 1983, Shaar et Davis ont pensé à intégrer ce type de codage dans des réseaux optiques utilisant le CDMA comme méthode de multiplexage [18]. Depuis cette étude, différents travaux [19-20] ont mis en perspective le développement et l'utilisation de ces codes dans diverses configurations de systèmes optiques.

Contrairement aux codes OOC, les codes premiers sont générés à partir d'algorithmes prédéfinis. Leur construction ne se fait donc pas de manière exhaustive, ce qui facilite leur génération. Ils permettent aussi d'obtenir des séquences plus courtes avec une meilleure capacité de multiplexage et ça pour des codes de taille inférieure ou identique aux OOC.

4.2.1. Séquences premières :

Comme pour les codes optiques orthogonaux, les séquences premières sont des codes unipolaires permettant le multiplexage d'un certain nombre d'utilisateurs tout en observant une limitation des niveaux des interférences multi-utilisateurs résultant de ce multiplexage.

Les séquences premières unipolaires sont, comme les codes optiques orthogonaux, définies par leur taille ou longueur L , leur poids W et leur capacité de multiplexage N . Contrairement aux codes OOC, la génération des codes PC s'effectue très simplement à partir du corps de Galois $GF(p)$ d'un nombre premier p (voir Annexe B).

Les codes PC sont construits à partir d'un ensemble de p séquences $S_i^p(j)$ constituées du produit $S_i^p(j)$ de deux éléments i et j de $GF(p)$ telles que :

$$S_i^p(j) = \{S_{i0}, S_{i1}, \dots, S_{i(p-1)}\} \text{ avec } i, j \in GF(p) = \{0, 1, \dots, (p-1)\} \quad (\text{II-12})$$

$$S_{i,j} = \{i \cdot j\} \text{ modulo } (p)$$

Les séquences de codes premiers modifiées sont conçues à partir de la règle donnée par l'équation :

$$C_i^p(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } n = S_i^p(j) + jp, i, j \in GF(P) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-13})$$

$N=p$: Capacité de multiplexage d'une famille de codes premiers.

$L= p^2$: Taille ou longueur d'une séquence de code premier.

$W=p$: Poids d'une séquence de code premier.

- L'une des spécificités de cet algorithme est de permettre la génération de codes plus courts que les OOC.

4.2.2. Exemple de construction des codes PC

Il faut tout d'abord définir les $S_i^p(j)$ à partir de $GF(3)$, i et $j \in GF(3) = \{0,1,2\}$

$S_i^3(j)$		j		
		0	1	2
i	0	1	1	1
	1	1	2	3
	2	1	3	2

Tableau II- 4 : Les séquences $S_i^3(j)$ à partir de $GF(3)$

On présente un exemple de génération des codes $PC(9,3)$.

i	$C_i^3(n)$								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	1	0	0	0	0	1	0	1	0

Tableau II- 5 : Séquences de code PC (9,3).

4.3. Code premiers étendus (EPC)

La construction de séquences premières étendues (Extended Prime Séquences) est, elle aussi basée sur un nombre premier p .

Considérons i et j comme deux nombres compris entre 0 et $p-1$. Une série de séquences est calculée en tenant compte de :

$$\begin{cases} S_{i,j} = \{S_{i,0}, S_{i,1}, \dots, S_{i,j}, \dots, S_{i,p-1}\} \\ S_{i,j} = i \cdot j \bmod(p) \end{cases} \quad (\text{II-14})$$

Les séquences de codes premiers modifiées sont conçues à partir de la règle donnée par l'équation (II-15) :

$$c_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = s_{i,j} + j \cdot (2p - 1) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II-15})$$

$N=p$: Capacité de multiplexage d'une famille de codes étendues.

$L= p (2p-1)$: Taille ou longueur d'une séquence de code premier étendue.

$W=p$ Poids d'une séquence de code premier étendue.

5. Partie réception d'un système (DS-OCDMA)

On considère que les éléments du domaine optiques sont idéaux, le signal reçu $r(t)$ à l'entrée du récepteur est égal à :

$$r(t) = \sum_{k=1}^n S_k (t - \tau_k)$$

- $r(t)$ représente l'ensemble des données sommées des utilisateurs actifs (de 1 à N).

On se place dans le cas synchrone ($\tau_k=0$) qui permet d'évaluer la borne supérieure des performances du système.

$$r(t) = \sum_{k=1}^N b_k(t) c_k(t) \quad (\text{II-16})$$

La seule limitation du système et donc due à l'IAM. Dans ce qui suit nous étudierons deux types de récepteurs mono-utilisateur : Le récepteur conventionnel RC et le récepteur RC avec un limiteur optique (hard limiter).

5.1. Récepteur conventionnel (RC) :

Le récepteur conventionnel par corrélation RC [13] est le récepteur le plus simple d'une chaîne DS-OCDMA.

- On suppose que l'utilisateur désiré soit l'utilisateur 1.

Le récepteur RC du 1^{er} utilisateur est illustré sur la figure (II-11) :

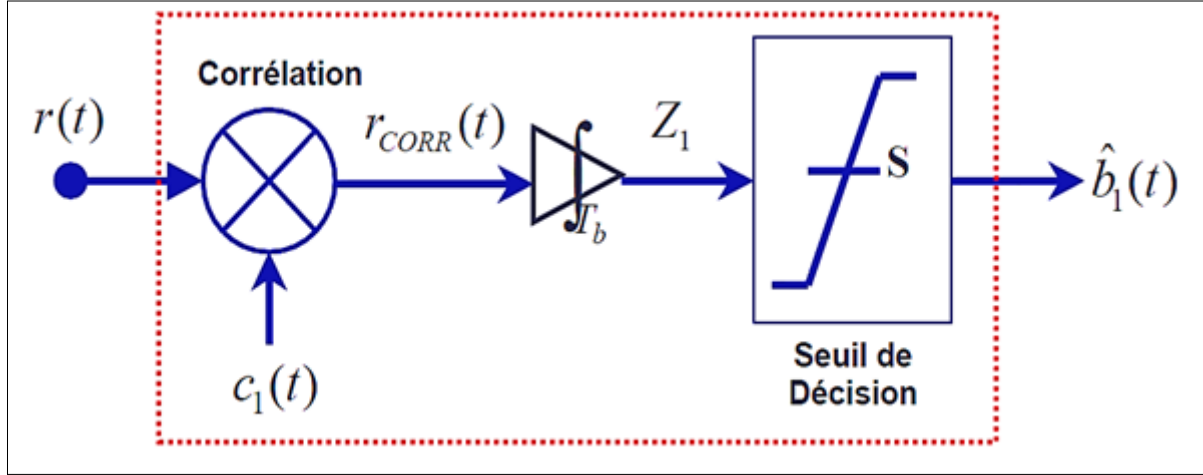


Figure II- 12 : Récepteur RC du 1^{er} utilisateur.

Le signal $r(t)$ à l'entrée du récepteur est multiplié par le code du 1^{er} utilisateur.

$$r_{corr}(t) = r(t) \cdot c_1(t) = (\sum_{k=1}^N b_i^{(k)} \cdot c_k(t)) \cdot c_1(t) \quad (II-17)$$

Ensuite le signal $r_{corr}(t)$ est intégré sur le temps bit T_b ce qui nous donne la variable Décisionnelle Z_i^1 du i^{eme} bit de l'utilisateur désiré qui sera comparée au seuil de décision et nous obtiendrons la valeur de $b_i^{(1)}$.

$$\begin{aligned} Z_i^1 &= \int_0^{T_b} r_{corr}(t) dt = \int_0^{T_b} b_i^{(1)}(t) \cdot c_1(t) dt + \int_0^{T_b} \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \cdot c_k(t) \cdot c_1(t) dt \\ &= W \cdot b_i^{(1)} + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \cdot \int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt \end{aligned} \quad (II-18)$$

La règle de décision par comparaison à un seuil est la suivante :

$$\begin{cases} si & Z_i^{(1)} \geq S \rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 1 \\ si & Z_i^{(1)} < S \rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 0 \end{cases} \quad (II-19)$$

Déterminons maintenant le seuil de détection optimal :

La variable décisionnelle du i^{eme} bit du 1^{er} utilisateur est :

$$Z_i^1 = W \cdot b_i^{(1)} + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \cdot \int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt$$

On a: $W.b_i^{(1)} = \begin{cases} 0 & \text{si } b_i^{(1)} = 0 \\ W & \text{si } b_i^{(1)} = 1 \end{cases}$

Le terme $\sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \cdot \int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$ constituent des l'interférence dues aux autre utilisateurs (IAM).

Posons $I_1 = \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \cdot \int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$

$$I_1 = \sum_{k=2}^N I_k^{(1)} \quad \text{avec} \quad I_k^{(1)} = b_i^{(k)} \cdot \int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$$

$I_k^{(1)}$: L'interférence due au $k^{ème}$ utilisateur qui dépend de la donnée émise $b_i^{(k)}$ et de l'inter-corrélation entre le code du 1^{er} utilisateur et le code du $k^{ème}$ utilisateur.

si $b_i^{(k)} = 1$ alors $I_k^{(1)} = \int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$

- Comme l'inter-corrélation $\int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$ entre le $K^{ème}$ et le 1^{er} utilisateur est toujours positive ou nulle, le terme $I_k^{(1)}$ est toujours nul ou positif.
- Si l'inter-corrélation $\int_{0.}^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) d(t)$ est non nulle, alors l'utilisateur k est considéré comme interférent.

Comme chaque terme d'interférence $I_k^{(1)}$, est positif ou nul, alors le terme I_1 (IAM) est toujours Positif ou nul.

Par conséquent :

- si $b_i^{(1)} = 1$, alors $Z_i^{(1)} = W + I_1$ avec $I_1 \geq 0$. Donc : $Z_i^{(1)} \geq W$. si $S \leq W$ d'après la règle de décodage, on ne peut pas faire erreur de décision sur $b_i^{(1)}$, lorsque $b_i^{(1)} = 1$.
- si $b_i^{(1)} = 0$, alors $Z_i^{(1)} = I_1$ avec $I_1 \geq 0$. Donc : $Z_i^{(1)} \geq 0$.
- si $Z_i^{(1)} = I_1 \geq S$, on peut faire une erreur sur $b_i^{(1)}$, mais on en fera d'autant moins lorsque la valeur du seuil S est grande.

Le récepteur conventionnel RC doit décoder la donnée 1 et 0 correctement, c'est à dire dans le cas sans bruit il faut que :

$$\begin{cases} S \leq W : \text{pour que 1 soit bien décidé} \\ S > 0 : \text{pour que 0 soit bien décidé} \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

Alors : $0 < S \leq W$

Par suite : quel que soit le nombre d'utilisateur actifs, une donnée émise égale à 1 sera toujours correctement décidée. Pour diminuer les erreurs de décision sur une donnée émise égale à 0, le seuil optimal sera le plus grand seuil possible. Donc le seuil optimal $S_{opt} = W$. [13]

Afin de mieux comprendre l'impact de l'IAM, nous illustrons la procédure de réception sur la Figure II-12 pour un code OOC de poids $W = 3$ et tel que $ha = hc = 1$.

L'utilisateur désiré n°1 envoie deux bits de données à 1 ($b_1^{(1)}, b_2^{(1)}$) et deux bits de données à 0 ($b_3^{(1)}, b_4^{(1)}$). Les bits sont codés et sommés avec ceux des utilisateurs non-désirés. La partie de transmission optique étant idéale, le signal sommé $e(t)$ est le signal reçu $r(t)$ à l'entrée du récepteur conventionnel.

Le signal $r(t)$ est ensuite multiplié par le code $c_1(t)$ de l'utilisateur désiré puis intégré sur le temps bit afin d'obtenir la variable décisionnelle $Z_i^{(1)}$.

On peut remarquer que lorsque $b_i^{(1)} = 1$, la valeur de $Z_i^{(1)}$ est toujours supérieure ou égale au poids du code (ici $W = 3$).

Donc quel que soit le niveau S du seuil du comparateur tel que $S \leq 3$, la donnée décidée $\hat{b}_i^{(1)} = 1$. Dans ce cas, on ne fait pas d'erreur.

Par contre lorsque $b_i^{(1)} = 0$, la Figure II-12 présente deux exemples d'interférences :

- un utilisateur non-désiré (n°2) a un chip en commun avec l'utilisateur 1 ; cela conduit à $Z_3^{(1)} = 1$.
- trois utilisateurs non-désirés (n°2,3 et 4) ont un chip en commun avec l'utilisateur 1 ; cela conduit à $Z_4^{(1)} = 3$

Dans ce cas, suivant la valeur du seuil S , on aura :

- si $S=1$:

$$Z_3^{(1)} \geq S \text{ et } Z_4^{(1)} \geq S \rightarrow \hat{b}_3^{(1)} = 1 \text{ et } \hat{b}_4^{(1)} = 1 \rightarrow 2 \text{ erreurs}$$

- si $S=2$:

$$Z_3^{(1)} < S \text{ et } Z_4^{(1)} \geq S \rightarrow \hat{b}_3^{(1)} = 0 \text{ et } \hat{b}_4^{(1)} = 1 \rightarrow 1 \text{ erreur}$$

- si $S=3$:

$$Z_3^{(1)} < S \text{ et } Z_4^{(1)} \geq S \rightarrow \hat{b}_3^{(1)} = 0 \text{ et } \hat{b}_4^{(1)} = 1 \rightarrow 1 \text{ erreur}$$

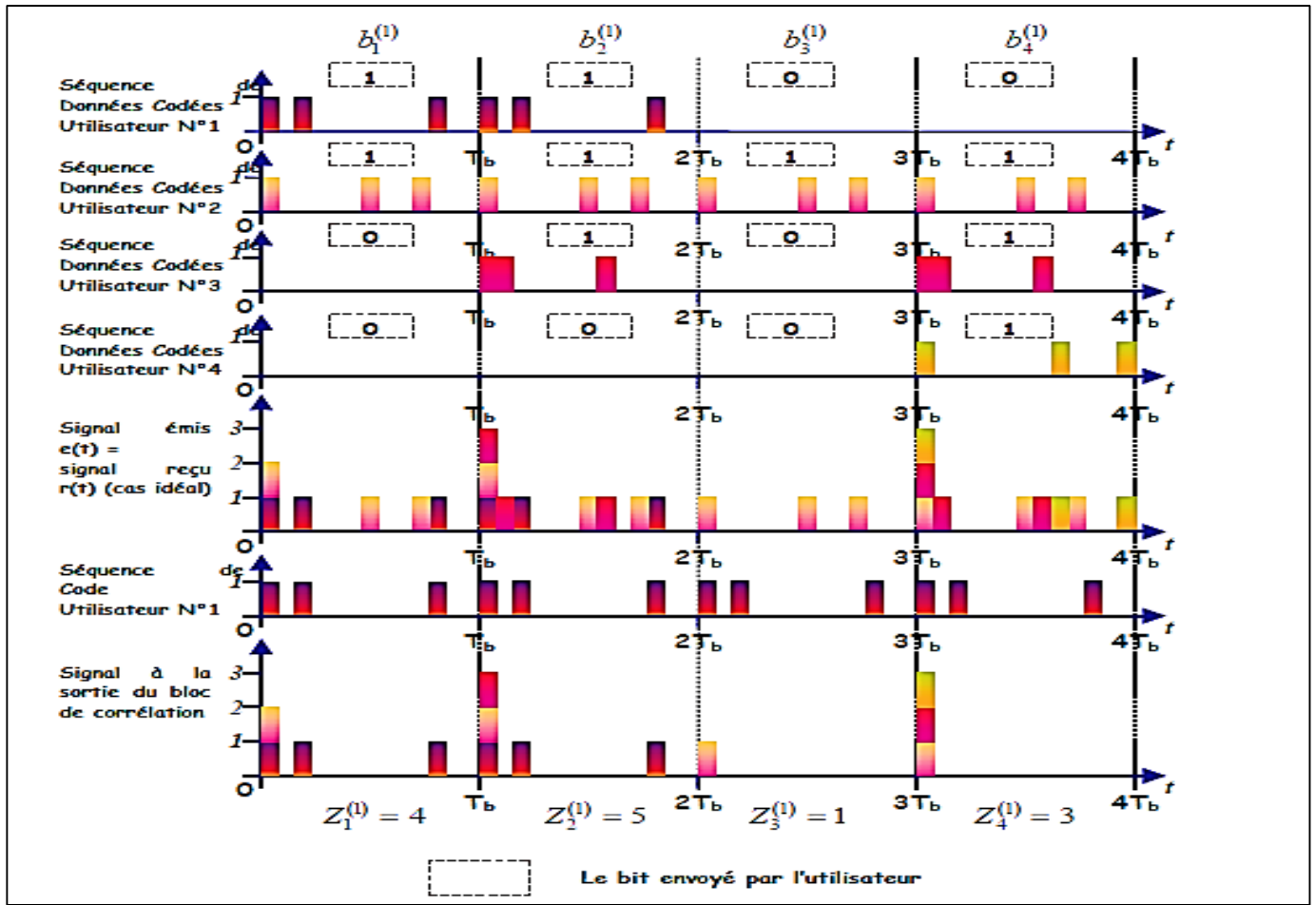


Figure II- 13: Illustration de la procédure de réception conventionnelle d'un système OCDMA.

5.2. Récepteur conventionnel avec limiteur optique (RC+LO)

On a vu précédemment que le récepteur conventionnel peut commettre des erreurs de décision sur des données émises égale à 0 même lorsque le seuil de détection est le seuil optimal. Une solution est envisagée pour diminuer ces erreurs de décision, qui consiste à placer un composant optique appelé limiteur optique (Hard limiter) conjointement avec un récepteur conventionnel qui a pour rôle d'écarter le signal reçu [20], [21].

La fonction idéale de ce composant est :

$$g(t) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

En effet, l'écarter de l'amplitude du signal reçu à 1 diminue l'impact de l'IAM. Par conséquent, quel que soit le nombre d'utilisateurs qui interfèrent sur un chip de l'utilisateur désiré, l'amplitude du signal en sortie du limiteur optique est égale au plus à '1' contrairement au récepteur conventionnel. [9]

Reprenons l'exemple précédent (Figure II-13) et examinons la détection des données 0 émises

$(b_3^{(1)}, b_4^{(1)})$.

On constate (Figure II-14) que comme les 3 utilisateurs non-désirés ont le chip n°0 de leurs codes respectifs en commun avec l'utilisateur désiré, la valeur de l'interférence I_1 est réduite à 1. Dans ce cas particulier, les erreurs sont toutes éliminées, si le seuil S est optimal ($S = W$).

Cependant, les codes des utilisateurs non-désirés peuvent avoir des chips en commun avec l'utilisateur désiré tous à des positions différentes. Dans ce cas, l'interférence I_1 peut atteindre la valeur maximum W et conduire à des erreurs de décisions sur $b_i^{(1)} = 0$.

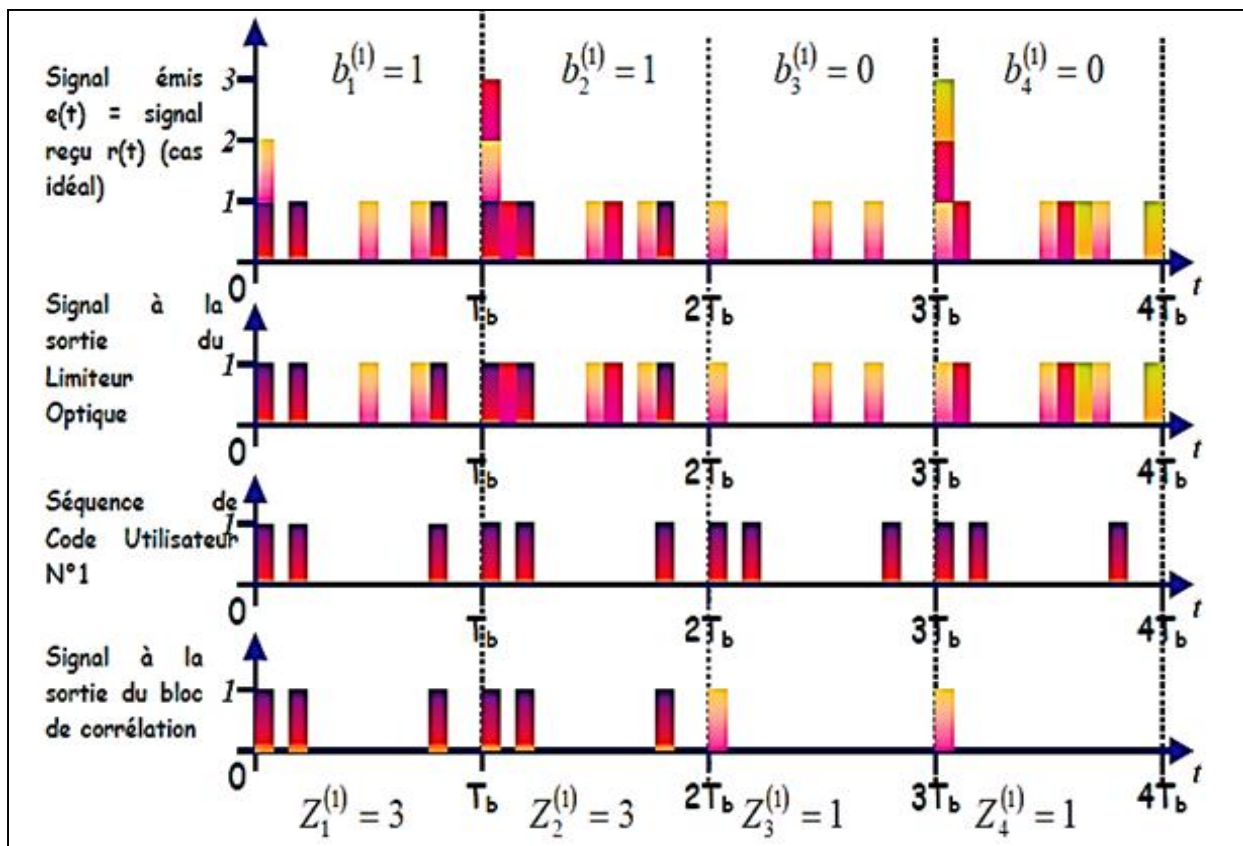


Figure II- 14: Application d'un Limiteur Optique devant le Récepteur Conventionnel.

6. Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre les parties d'émission et de réception d'un système CDMA optique incohérent à séquence directe (DS-OCDMA), on citant les différents types de familles de code qui sont appliquées. On commence par présenter comment se fait l'émission des données en faisant l'hypothèse d'être en domaine électrique, puis on va présenter les codes optique orthogonaux (OOC) et leur technique génération par la méthode BIBD (Balanced Incomplete Block Design), présentant des exemples de leur génération.

D'autres familles de codes appelés «Prime Code» dont les séquences sont plus faciles à générer a également été présentée.

On a par la suite étudié deux structures de récepteurs mono-utilisateur : le récepteur Conventionnel (RC) et le récepteur conventionnel avec un limiteur optique (RC-LO) placé à l'entrée de ce dernier en considérant les codes unipolaires.

CHAPITRE III :

Codes de Reed Solomon (RS)

1. Historique

Les premiers codes correcteurs développés dans le domaine des communications optiques étaient basés sur les codes en blocs, plus faciles à implémenter dans les systèmes optiques. En effet, les contraintes imposées en terme de délai par les codes convolutifs sont trop importantes pour leur mise en oeuvre en optique. Parmi les codes en blocs, les codes Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) [22,23] et les codes de Reed Solomon (RS) [24] ont été plus particulièrement envisagés pour l'optique. Bien que la théorie ait été établie dans les années 1960, les premières solutions déployées dans le cadre des communications transocéaniques datent des années 1990 [25-29].

L'utilisation de codes correcteurs d'erreurs en communications optiques est soumise à différentes contraintes. La performance d'un code est évaluée à partir de son gain de codage (appelé "Net Coding Gain" ou NCG) défini comme la différence (en dB) entre le rapport signal à bruit (S/B) nécessaire pour obtenir une performance donnée dans les cas avec et sans codage correcteur respectivement. Pour les transmissions optiques, l'ordre de grandeur du gain de codage requis est d'environ 6dB à des taux d'erreurs très faibles (typiquement 10^{-12}). Les débits en lignes escomptés sont très élevés (10 à 40Gb/s). Ainsi, la redondance du code doit être suffisamment faible de manière à ne pas trop diminuer le débit utile. Typiquement, la redondance est toujours inférieure à 25%.

Au vu de ces contraintes, le code $RS(255,239)$ a fait l'objet de recommandations internationales dans une grande variété de systèmes longues distances normalisés (ITU G709 et G709) [30,31]. En effet, le code $RS(255,239)$, caractérisé par une faible redondance (6,7%) conduit à un gain de codage d'environ 5,8 dB pour une probabilité d'erreur de 10^{-13} . Une autre raison au choix de ce code réside dans la faible complexité de son algorithme de décodage.

Cependant, pour les communications optiques de débits supérieurs à 10 Gbit/s, les signaux sont plus sensibles aux non linéarités et des schémas de codage correcteur d'erreurs plus puissants sont nécessaires pour augmenter le gain de codage.

Pour obtenir des gains de codage plus élevés, une solution classique est d'ajouter plus de redondance, ce qui diminue le débit utile. Ceci peut être effectué en concaténant plusieurs codes correcteurs, ce qui augmente la complexité [29, 32-34]. Cette solution, basée sur l'utilisation de la concaténation fait partie de la seconde génération de système correcteur d'erreurs pour les communications optiques et a fait l'objet d'une nouvelle normalisation [35]. Deux codes sont généralement utilisés en cascade et séparés par un entrelaceur dont le rôle est de disperser les

erreurs susceptibles d'être non corrigées par le premier décodeur. En utilisant deux codes RS (255,239) concaténés, le gain de codage à 10^{12} augmente ainsi jusqu'à environ 7,4 dB. Les meilleures performances en matière de concaténation correspondent à un gain de codage d'environ 9,4 dB. La figure III-1 issue de [36] répertorie ces différentes familles de codes en fonction de leur gain de codage à 10^{12} et de l'année où ces solutions ont été exploitées. Pour améliorer encore les performances, il faut s'intéresser à des solutions plus puissantes dites de troisième génération.

L'avènement des turbo-codes a révolutionné le domaine du codage de canal pour les communications radio-mobiles. L'utilisation de turbo-codes en blocs a donc été proposée et appliquée aux communications optiques [36]. Cependant, le décodage turbo est difficilement compatible avec la technologie optique et possède un degré de complexité important pour ce type de transmission.

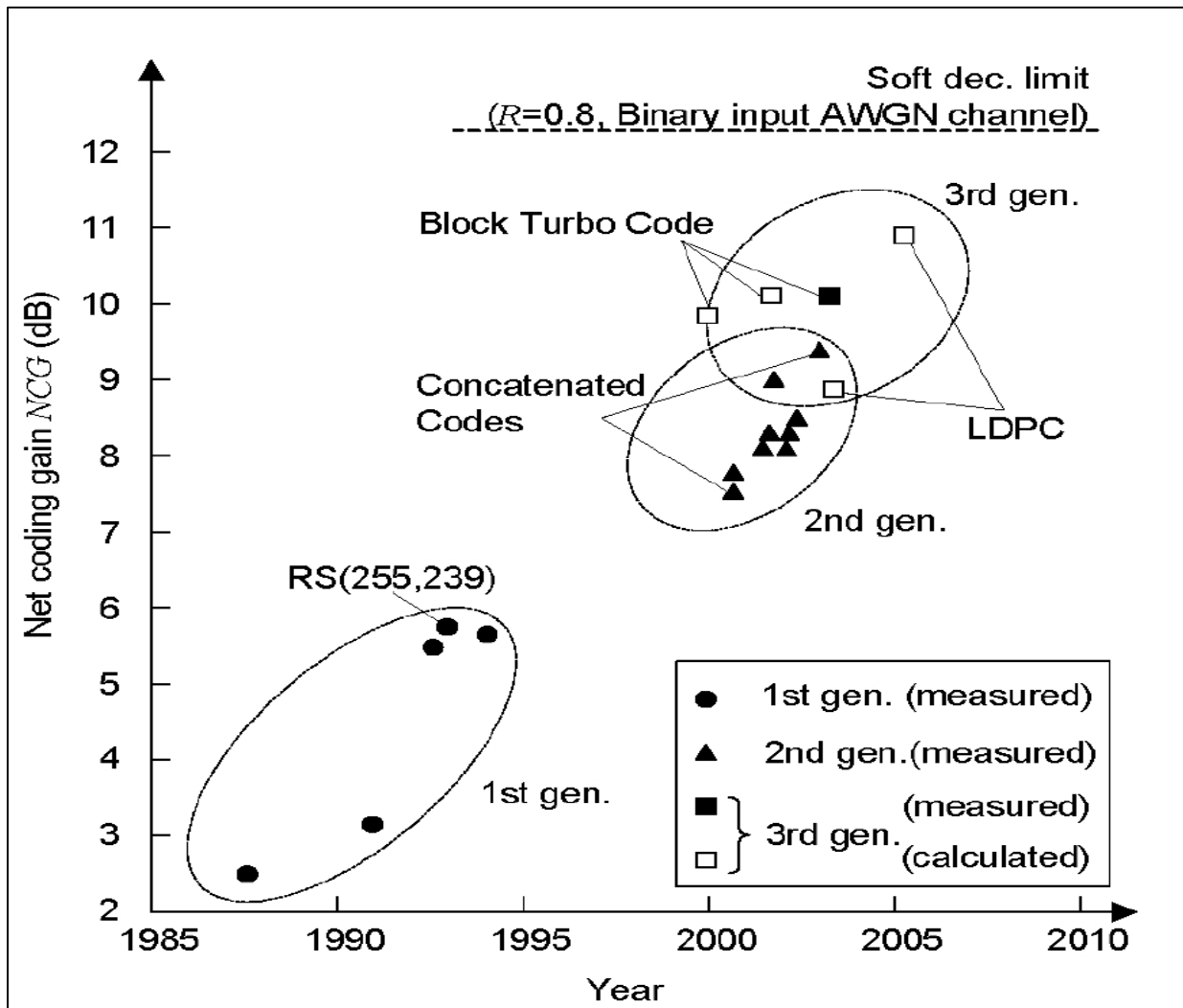


Figure III- 1: Evolution des gains de codage de différents codes.

2. Introduction

Les codes de Reed-Solomon (RS) [24] sont obtenus par extension des codes BCH. Ces deux familles de codes font partie des codes en blocs linéaires cycliques. Rappelons qu'un code cyclique est un code en bloc linéaire tel que chaque mot de code permuté à droite ou à gauche donne un autre mot de code. Cela signifie que si $C = [c_0 c_1 \dots c_{N-1}]$ appartient au code, $C' = [c_1 c_2 \dots c_{N-1} c_0]$ ou $C' = [c_{N-1} c_0 c_1 c_2 \dots c_{N-2}]$ appartiennent aussi au code. Avec la représentation polynomiale, cette propriété s'illustre par le fait que si C appartient au code alors toute permutation s'écrivant $C^{(p)}(X) = X^p \cdot C(X)$ modulo $(X^N - 1)$ avec $p \in \mathbb{N}$ appartient aussi au code.

Une propriété particulière des codes linéaires cycliques est que le polynôme générateur du code $G(X)$ peut s'écrire comme un diviseur de $X^N - 1$. En effet, le polynôme générateur du code est défini comme le polynôme de degré le plus petit qui génère l'ensemble des mots de code. Or, d'après la définition des codes linéaires, le mot '0' doit appartenir au code. Ceci est assuré s'il existe un polynôme $P(X)$ tel que :

$$P(X) \cdot G(X) = X^N - 1 = 0 \pmod{X^N - 1} \quad (\text{III-1})$$

Ainsi, $G(X)$ est toujours un facteur de la décomposition de $X^N - 1$ et de degré $N - K$ de manière à transformer un mot de taille K (polynôme de degré $K - 1$) en un mot de code de taille N (polynôme de degré $N - 1$).

La différence entre les codes RS et BCH se situe dans le fait que les symboles binaires des codes BCH sont transformés en symboles m-aires (composés de m bits) pour obtenir les codes RS. Cependant, les principes d'encodage et décodage sont communs entre les deux classes de codes et les codes BCH et RS sont tous deux basés sur la théorie des corps de Galois qui définit des concepts communs. Le paragraphe suivant rappelle les notions utiles sur les corps de Galois pour la définition des paramètres des codes RS et BCH. Les codes BCH et RS sont définis plus en détail dans les autres paragraphes. Un paragraphe dédié au décodage, dont le principe est commun entre les deux classes de codes est ensuite présenté avant de conclure sur l'application de ces codes à l'optique.

3. Notions sur les corps de Galois

Un corps de Galois noté $GF(Q)$ (pour Galois Field) est un ensemble fini qui possède Q éléments. Un corps de Galois défini à partir d'un élément primitif est tel que le nombre d'éléments Q du corps de Galois s'écrit $Q = q^m$ où q est un nombre premier. La définition de $GF(q^m)$ repose sur un polynôme irréductible $p(x)$ de degré m , à coefficients dans $GF(q)$. Comme $p(x)$ est irréductible, il ne possède pas de racine dans $GF(q)$. Cependant, si on suppose que ce polynôme possède m racines dans un autre ensemble et qu'on note α l'une de ces racines, cette racine est alors définie comme l'élément primitif du corps de Galois $GF(q^m)$. Le polynôme $p(x)$ dont α est une racine est appelé le polynôme primitif de $GF(q^m)$ puisqu'il est essentiel à l'obtention des éléments du corps. En effet à partir de ce polynôme et de α , tous les éléments du corps de Galois sont obtenus :

$$GF(q^m) = \{0, \alpha^0, \alpha, \dots, \alpha^{q^m-2}\} \quad (\text{III-2})$$

Les opérations de multiplication et d'addition dans $GF(q^m)$, sont réalisées comme suit :

- pour l'addition, on réalise la somme bit par bit modulo q
- pour la multiplication, on utilise la notation en puissances de α c'est-à-dire pour tout i, j entiers : $\alpha^i \cdot \alpha^j = \alpha^{(i+j)(q^m-1)}$

La définition des codes correcteurs d'erreurs BCH ou RS repose sur des corps de Galois définis à partir d'un élément primitif avec $q = 2$ et tel que $m \geq 3$.

Le corps de Galois s'écrit $GF(2^m)$ et contient 2^m éléments. Les polynômes primitifs des codes BCH les plus courants sont répertoriés dans des tables, comme dans le tableau III-1.

m	$P(X)$	m	$P(X)$
3	$1 + X + X^3$	14	$1 + X + X^6 + X^{10} + X^{14}$
4	$1 + X + X^4$	15	$1 + X + X^{15}$
5	$1 + X^2 + X^5$	16	$1 + X + X^3 + X^{12} + X^{16}$
6	$1 + X + X^6$	17	$1 + X^3 + X^{17}$
7	$1 + X^3 + X^7$	18	$1 + X^7 + X^{18}$
8	$1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^8$	19	$1 + X + X^2 + X^5 + X^{19}$
9	$1 + X^4 + X^9$	20	$1 + X^3 + X^{20}$
10	$1 + X^3 + X^{10}$	21	$1 + X^2 + X^{21}$
11	$1 + X^2 + X^{11}$	22	$1 + X + X^{22}$
12	$1 + X + X^4 + X^6 + X^{12}$	23	$1 + X^5 + X^{23}$
13	$1 + X + X^3 + X^4 + X^{13}$	24	$1 + X + X^2 + X^7 + X^{24}$

Tableau III- 1: Polynômes primitifs les plus courants.

Les additions dans le corps de Galois ont donc lieu bit à bit modulo (2), et ainsi l'opérateur $+$ est égal à l'opérateur $-$. De plus, les 2^m éléments du corps, appelés symboles sont composés des éléments de base '0' et '1'. Pour en avoir 2^m il suffit de construire des symboles de m bits. Ces symboles m -aires sont utiles pour la définition des polynômes générateurs des codes BCH ou RS. En effet, ils sont construits comme étant des polynômes de degré $N - K$ et possédant comme racines les $2t$ puissances de l'élément primitif α : $\{\alpha^i\}, i \in [1, 2t]$ où t correspond au nombre maximal d'erreurs corrigibles par le code considéré. De part cette propriété, ces symboles m -aires sont manipulés lors du décodage des données pour localiser et évaluer les erreurs de transmission tant pour les codes BCH que pour les codes RS.

4. Les codes BCH

4.1. Paramètres caractéristiques

Les codes BCH sont des codes binaires dont les symboles sont par conséquent composés d'un seul bit '1' ou '0'. Les paramètres caractéristiques d'un code BCH défini à partir de $GF(2^m)$ où m est un entier quelconque sont :

- la taille du code $N = 2^m - 1$, correspondant au nombre de bits par mot codé.
- le nombre de bits utiles par mot codé : K
- le nombre maximum d'erreurs corrigibles dans un mot t , tel que $\frac{N-K}{2} \leq t \leq \frac{N}{2}$

Ces caractéristiques correspondent à la définition de base des codes BCH les plus usuels. Une extension de cette définition permet d'obtenir des codes BCH ne possédant pas la contrainte $N = 2^m - 1$. Dans ce cas, pour une dimension de code N donnée, le code est obtenu à partir de $GF(2^{m'})$ où $m' \in \mathbb{N}$ définit $N' = 2^{m'} - 1$ tel que $X^N - 1$ divise $X^{N'} - 1$.

Les caractéristiques de ces codes BCH étendus ne sont pas détaillées dans ce mémoire, qui se limite à l'étude des cas $N = 2^m - 1$. [37]

4.2. Polynômes générateurs

Les polynômes générateurs de codes BCH de paramètres $(N; K; t)$ sont généralement répertoriés en octal dans des tables. Un exemple de table est représenté figure III-2. Prenons par exemple le premier code BCH($N = 7, K = 4; t = 1$). Le polynôme générateur est 13 en octal c'est-à-dire $(13)_8 = (1011)_2$ d'où l'écriture polynomiale du polynôme générateur du code : $G(X) = 1 + X + X^3$

Rappelons que par construction, les $\alpha^i, i \in [1, 2t]$, puissances de l'élément primitif de $GF(2^m)$ sont des racines du polynôme générateur de degré $N - K$. [37]

4.3. Codage

L'encodage d'un mot composé de K symboles binaires s'effectue en multipliant le mot à coder écrit sous forme polynomiale par le polynôme générateur. Le polynôme obtenu correspond alors au mot de code correspondant.

Reprenons l'exemple du code BCH($N = 7, K = 4 ; t = 1$) . dont le polynôme générateur est $G(X) = 1 + X + X^3$ et le mot à coder $U = [1010]$. Ce mot U s'écrit sous la forme $U(X) = 1 + X^2$ en représentation polynomiale [37]. En multipliant le mot à coder par le polynôme générateur, on obtient :

$$C(X) = (1 + X^2) \cdot (1 + X + X^3) = 1 + X + X^3 + X^2 + X^3 + X^5 = 1 + X + X^2 + X^5 \quad (\text{III-3})$$

Cette représentation polynomiale correspond à $C = [1110010]$ en puissances de X croissante.

Le tableau III-2 représente l'ensemble des mots de codes obtenus à partir du code BCH, la ligne grisée correspondant à l'exemple présenté.

TABLE 6.4 Generators of Primitive BCH Codes

n	k	t	$g(x)$	n	k	t	$g(x)$
7	4	1	13	255	171	11	15416214212342356077061630637
15	11	1	23	163	12	12	7500415510075602551574724514601
	7	2	721	155	13	13	375751300540766501572250646677633
	5	3	2467	147	14	14	1642130173537165525304165305441011711
31	26	1	45	139	15	15	461401732060175561570722730247453567445
	21	2	3551	131	18	18	2157133314715101512612502774421420241
	16	3	107657				65471
	11	5	5423325	123	19	19	12061450522420660037172103265161412262
	6	7	313365047				72506267
63	57	1	103	115	21	21	6052666557210024726363640460027635255
	51	2	12471				6313472737
	45	3	1701317	107	22	22	2220577232206625631241730023534742017
	39	4	166623567				6574750154441
	36	5	1033500423	99	23	23	1065666725347317422274141620157433225
	30	6	157464165547				2411076432303431
	24	7	17323260404441	91	25	25	6750265030327444172723631724732511075
	18	10	1363026512351725				550762720724344561
	16	11	6331141367235453	87	26	26	1101367634147432364352316343071720462
	10	13	472622305527250155				06722545273311721317
	7	15	5231045543503271737	79	27	27	6670003563765750002027034420736617462
							1015326711766541342355
127	120	1	211				
	113	2	41567	71	29	29	2402471052064432151555417211233116320
	106	3	11554743				5444250362557643221706035
	99	4	3447023271	63	30	30	1075447505516354432531521735770700366
	92	5	624730022327				6111726455267613656702543301
	85	6	130704476322273	55	31	31	7315425203501100133015275306032054325
	78	7	26230002166130115				414326755010557044426035473617
	71	9	6255010713253127753	47	42	42	2533542017062646563033041377406233175
	64	10	1206534025570773100045				123334145446045005066024552543173
	57	11	335265252505705053517721	45	43	43	1520205605523416113110134637642370156
	50	13	54446512523314012421501421				3670024470762373033202157025051541
	43	14	17721772213651227521220574343	37	45	45	5136330255067007414177447245437530420
	36	15	3146074666522075044764574721735				735706174323432347644354737403044003
	29	21	403114461367670603667530141176155	29	47	47	3025715536673071465527064012361377115
	22	23	123376070404722522435445626637647043				34224232420117411406025475741040356
	15	27	22057042445604554770523013762217604353				5037
	8	31	7047264052751030651476224271567733130217	21	55	55	1256215257060332656001773153607612103
255	247	1	435				22734140565307454252115312161446651
	239	2	267543				3473725
	231	3	156720665	13	59	59	4641732005052564544426573714250066004
	223	4	75626641375				33067744547656140317467721357026134
	215	5	23157564726421				460500547
	207	6	16176560567636227	9	63	63	1572602521747246320103104325535513461
	199	7	7633031270420722341				41623672120440745451127661155477055
	191	8	2663470176115333714567				61677516057
	187	9	52755313540001322236351				
	179	10	22624710717340432416300455				

Source: Reprinted with permission from "Table of Generators for BCH Codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT10, no. 4, Oct. 1964, p. 391. © 1964 IEEE.

Figure III- 2 : Table des polynômes générateurs des codes BCH

Mot à coder U	$U(x)$	$C(x)$	Mot codé C
0000	0	0	0000000
1000	1	$1 + X + X^3$	1101000
0100	X	$X + X^2 + X^4$	0110100
1100	$1 + X$	$1 + X^2 + X^3 + X^4$	1011100
0010	X^2	$X^2 + X^3 + X^5$	0011010
1010	$1 + X^2$	$1 + X + X^2 + X^5$	1110010
0110	$X + X^2$	$X + X^3 + X^4 + X^5$	0101110
1110	$1 + X + X^2$	$1 + X^4 + X^5$	1000110
0001	X^3	$X^3 + X^4 + X^6$	0001101
1001	$1 + X^3$	$1 + X + X^4 + X^6$	1100101
0101	$X + X^3$	$X + X^2 + X^3 + X^6$	0111001
1101	$1 + X + X^3$	$1 + X^2 + X^6$	1010001
0011	$X^2 + X^3$	$X^2 + X^4 + X^5 + X^6$	0010111
1011	$1 + X^2 + X^3$	$1 + X + X^2 + X^3 + X^4 + X^5 + X^6$	1111111
0111	$X + X^2 + X^3$	$X + X^5 + X^6$	0100011
1111	$1 + X + X^2 + X^3$	$1 + X^3 + X^5 + X^6$	1001011

Tableau III- 2 : Exemple : mots de code du BCH (7, 4,1)

5. Les codes de Reed Solomon

5.1. Paramètres caractéristiques

Les codes de Reed Solomon sont obtenus par extension des codes BCH aux codes non binaires. Le principe est identique à la différence que les symboles composant le mot à coder ne sont plus binaires ('0' ou '1') mais des symboles composés de m bits, où m définit le corps de Galois $GF(2^m)$ et fixe la taille du code N de la même manière que pour les codes BCH.

Les paramètres caractéristiques d'un code RS ($N; K$) sont :

- la taille du code $N = 2^m - 1$, correspondant au nombre de symboles par mot codé (soit $N \times m$ bits dans le mot codé)
- le nombre de symboles utiles par mot codé : K

Le nombre maximum d'erreurs corrigibles t (en symboles) dans un mot reçu est fixé par ces paramètres et donné par la relation $2t = N - K$.

m est aussi appelé la classe du code.

5.2. Polynômes générateurs

Chaque code RS ($N; K$) est défini par un polynôme générateur. Tout comme les codes BCH, le polynôme générateur de degré $N - K$ possède $2t$ racines qui sont des puissances de l'élément primitif α du corps de Galois $GF(2^m)$. Cependant dans le cas des codes RS, $N - K = 2t$ donc le polynôme générateur est entièrement défini à partir des puissances de α et n'est généralement pas répertorié dans des tables. Il est obtenu comme :

$$G(X) = (X - \alpha)(X - \alpha^2) \dots (X - \alpha^{2^t}) \quad (\text{III-4})$$

La représentation en puissance de α pour les 2^m éléments du corps de Galois $GF(2^m)$ est équivalente à la représentation de ces éléments comme symboles de m bits. Tandis que cette représentation est utilisée pour les codes BCH uniquement pour le décodage, elle sert pour les codes RS dès la définition de $G(X)$ donc dès l'encodage. Le détail de cette représentation ainsi que de l'obtention de $G(X)$, est donné dans le cas particulier RS(255,239) en annexe C.

5.3. Codage

Pour effectuer l'encodage des messages avec les codes RS, on peut procéder de la même manière que pour les codes BCH c'est-à-dire en développant les termes dans la multiplication polynomiale $U(X).G(X)$. Cependant, comme les coefficients du polynôme générateur ainsi que ceux du mot à coder ne sont plus des bits mais des symboles de m bits (ou des puissances de α), la complexité de l'encodage augmente. Une manière plus simple, utilisant les propriétés des codes cycliques est alors mise en place pour l'encodage.

Pour obtenir le mot codé, il suffit en effet de [37]:

- Multiplier le mot à coder $U(X)$ par X^{N-K} pour obtenir $A(X)$.
- Diviser $A(X)$ par le polynôme $G(X)$ pour en déterminer le reste $R(X)$
- Additionner $A(X)$ et $R(X)$ pour obtenir le mot codé $C(X)$

Le mot ainsi obtenu $C(X) = A(X) + R(X)$ est bien égal à $C(X) = U(X).G(X)$ de part la propriété des codes linéaires. En effet, tout code linéaire étant équivalent à un code systématique, tout mot codé $C(X) = U(X).G(X)$ peut aussi s'écrire :

$$C(X) = U(X).X^{N-K} + b(X) \quad (\text{III-5})$$

Ainsi, on a l'égalité :

$$U(X).G(X) = U(X).X^{N-K} + b(X) \quad (\text{III-6}) \text{ En}$$

divisant (III-6) par $G(X)$ et sachant que $+= -$ dans le corps $GF(2^m)$, on obtient

$$\frac{U(X).X^{N-K}}{G(X)} = U(X) + \frac{b(X)}{G(X)} \quad (\text{III-7})$$

Ainsi, $b(X)$ s'écrit bien comme le reste de la division de $U(X).X^{N-K}$ par $G(X)$, et à partir de (III-6), le mot codé $C(X) = U(X).G(X)$ comme la somme de $U(X).X^{N-K}$ et du reste $b(X)$. Le schéma de codage est alors simplifié puisqu'il suffit de calculer ce reste. Ce calcul peut être réalisé à l'aide de bascules et de registres à décalage. Le schéma de codage est alors équivalent à la figure III-3 avec en entrée "in" le polynôme $U(X).X^{N-K}$.

Sur ce schéma, les b_j sont les valeurs prises par les différentes bascules du registre à décalage. Elles évoluent en fonction des valeurs d'entrées "in" et de la position ouverte

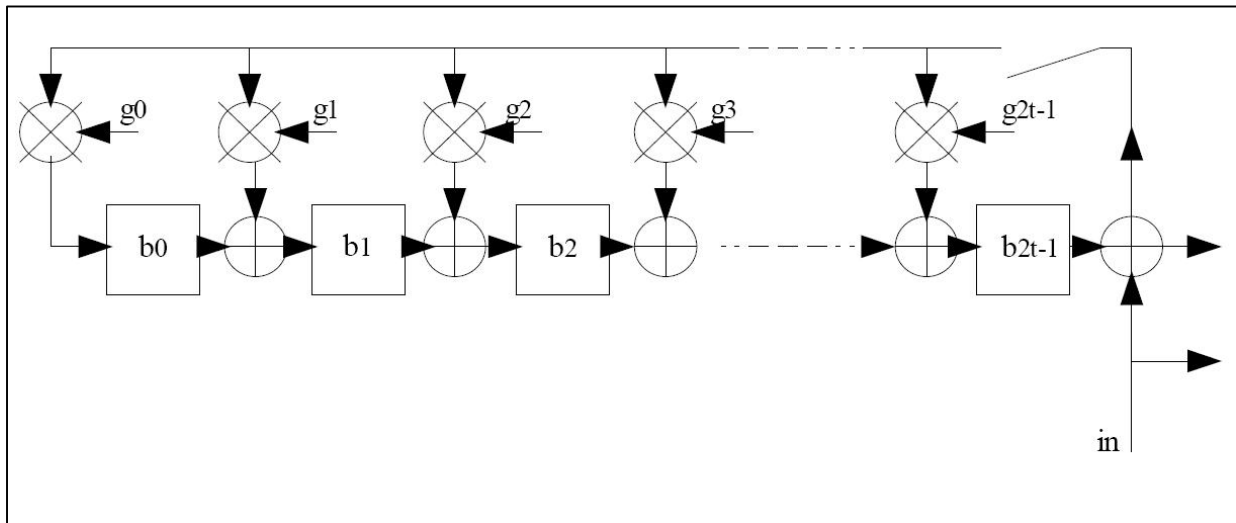


Figure III- 3: Représentation équivalente du codeur cyclique utilisée pour le codeur RS

ou fermée de l'interrupteur. Les g_j sont les coefficients du polynôme $G(X)$, quotient de la division. A la fin, les valeurs prises par les b_j correspondent aux coefficients du reste de la division de l'entrée par $G(X)$. Elles sont récupérées en sortie par un simple décalage avec l'interrupteur en position fermée [37].

6. Décodage des codes RS et BCH

6.1. Principe général

Le principe général du décodage est le même pour les codes RS et les codes BCH. Il s'agit tout d'abord de détecter la ou les erreurs de transmission à l'aide de l'évaluation des syndromes. Ensuite, les erreurs sont localisées, évaluées puis corrigées. Dans le cas des codes binaires tels que les BCH, l'évaluation et la correction des erreurs est immédiate (un '0' doit être modifié en un '1' et inversement). Cependant, pour le décodage des codes RS, une évaluation de l'erreur doit avoir lieu.

En utilisant la représentation polynomiale, chacune de ces étapes est détaillée ci-après.

6.2. Détection d'erreurs

Soit V le mot reçu, celui-ci peut s'écrire à partir du mot codé $C(X)$:

$$V(X) = C(X) + E(X) \quad (\text{III-8})$$

En notant $E(X)$ le polynôme d'erreurs introduites par le canal et s'écrivant d'une manière générale comme :

$$E(X) = e_0 + e_1X + \dots e_iX^i + \dots + e_{N-1}X^{N-1} \quad (\text{III-9})$$

avec $e_i \in \text{GF}(2^m)$ pour tout $i \in [0, N-1]$.

Lorsque $e_i \neq 0$, cela signifie qu'une erreur de transmission se trouve sur le symbole en position i .

Si on estime le polynôme du mot reçu $V(X)$ aux valeurs $\alpha^i, i \in [1, 2t]$ on a :

$$V(\alpha^i) = C(\alpha^i) + E(\alpha^i) = E(\alpha^i) \quad (\text{III-10})$$

En effet, rappelons que pour tout code BCH ou RS pouvant corriger jusqu'à t erreurs, les $\alpha^i, i \in [1, 2t]$ sont des racines du polynôme générateur $G(X)$ c'est-à-dire $G(\alpha^i) = 0$.

Ainsi $C(\alpha^i) = U(\alpha^i).G(\alpha^i) = 0$. Le décodage est alors basé sur le syndrome calculé à partir du mot reçu et défini par un vecteur à $2t$ composantes :

$$S = [S_1 S_2 \dots S_{2t}] \quad (\text{III-11})$$

avec $S_i = V(\alpha^i) = E(\alpha^i), i \in [1, 2t]$. Lorsque S est égal au vecteur nul, il n'y a pas d'erreur.

Lorsque certaines composantes de S sont non nulles, il y a des erreurs de transmission qui peuvent être éventuellement corrigées en fonction de leur nombre et du pouvoir de correction du code.

6.3. Localisation et évaluation d'erreurs

En présence de t erreurs de transmission, le polynôme d'erreurs $E(X)$ est de la forme :

$$E(X) = e_{n_1}X^{n_1} + \dots e_{n_j}X^{n_j} + \dots e_{n_t}X^{n_t} \quad (\text{III-12})$$

Où les $e_{n_j}, j \in [1, t]$ sont des coefficients non nuls prenant leurs valeurs dans le corps $\text{GF}(2^m)$.

Les composantes S_i du syndrome peuvent donc s'écrire :

$$S_i = E(\alpha^i) = e_{n_1}(\alpha^i)^{n_1} + \dots e_{n_j}(\alpha^i)^{n_j} + \dots e_{n_t}(\alpha^i)^{n_t} \quad (\text{III-13})$$

En posant $Z_i = \alpha^{n_j}$, l'écriture de (III-13) se simplifie en :

$$S_i = e_{n_1}Z_1^i + \dots e_jZ_j^i + \dots e_tZ_t^i \quad (\text{III-14})$$

Pour déterminer la position des erreurs de transmission il reste à connaître les valeurs des quantités Z_i . Pour les corriger, il faut évaluer les coefficients e_j . On utilise principalement pour cela des méthodes itératives et un décodage dur. Les deux algorithmes de décodage durs les

plus couramment employés sont l'algorithme de Berlekamp-Massey [38,39] et l'algorithme d'Euclide [40].

Dans chacun de ces deux algorithmes de décodage, deux polynômes importants sont recherchés : le polynôme localisateur d'erreurs, noté $\sigma(X)$ et le polynôme évaluateur d'erreurs $\omega(X)$. Le polynôme localisateur d'erreurs est utilisé pour déterminer la position des erreurs. Les racines de ce polynôme sont par définition les quantités $\frac{1}{Z_j}$, il peut donc s'écrire :

$$\sigma(X) = \prod_{j=1}^t (1 + X Z_j) \quad (\text{III-15})$$

Le polynôme évaluateur d'erreurs permet de déterminer la valeur de l'erreur e_j et est défini par :

$$\omega(X) = \sum_{j=1}^t e_j Z_j \frac{\sigma(X)}{1 + Z_j X} \quad (\text{III-16})$$

De plus, les polynômes localisateurs et évaluateur d'erreurs vérifient la relation suivante :

$$\sigma(X) \cdot S(X) = \omega(X) (X^{2t}) \quad (\text{III-17})$$

avec $S(X)$ le polynôme associé au syndrome défini par (III-11). Cette relation (III-17) s'appelle l'équation clé du décodage d'un code cyclique.

Les polynômes $\sigma(X)$ et $\omega(X)$ sont obtenus itérativement à partir de la relation (III-17), de manières différentes par chacun des algorithmes [37]. Une fois les polynômes déterminés, la correction des erreurs peut avoir lieu.

6.4. Correction des erreurs

Une erreur e_j en position n_j est déterminée à l'aide des polynômes $\sigma(X)$ et $\omega(X)$.

En effet, par définition du polynôme localisateur d'erreur, on a $\sigma(Z_j^{-1}) = 0$. Ainsi, si on évalue $\omega(X)$ en Z_j^{-1} , on obtient :

$$\omega(Z_j^{-1}) = e_j Z_j \frac{\sigma(X)}{1 + Z_j X} \Big|_{X=Z_j^{-1}} \quad (\text{III-18})$$

L'expression (III-18) est indéterminée puisque $\sigma(Z_j^{-1}) = 0$ et le dénominateur $1 + Z_j X$ vaut aussi 0 en $X = Z_j^{-1}$. Pour obtenir l'expression de (III-18), il faut passer par les dérivées du numérateur et dénominateur. Par définition de la fonction dérivée, il vient que :

$$\frac{f'(u)}{g'(u)} = \frac{f'(u)}{g'(u)}.$$

En appliquant cette règle à (III-18) avec $f(X) = \sigma(X)$ et $g(X) = 1 + Z_j X$ on a $f'(X) = \sigma'(X)$ et $g'(X) = Z_j$, d'où :

$$\omega(Z_j^{-1}) = e_j \sigma'(Z_j^{-1}) \quad (\text{III-19})$$

A partir de (III-19), il vient alors que :

$$e_j = \frac{\omega(z_j^{-1})}{\sigma'(z_j^{-1})} \quad (\text{III-20})$$

Une fois chaque e_j déterminé, il suffit d'additionner le mot reçu $V(X)$ qui s'écrit comme $C(X) + E(X)$ avec le mot d'erreur $E(X)$ puisque dans ce cas on aura :

$$V(X) + E(X) = C(X) + E(X) + E(X) = C(X) \quad (\text{III-21})$$

Remarque : pour le cas des codes BCH, les coefficients e_i prennent comme valeur '0' ou '1'. Ainsi, dès que l'erreur est localisée par $\sigma(X)$, elle peut être corrigée en interchangeant simplement '0' et '1'. Il n'est alors pas nécessaire de calculer le polynôme évaluateur d'erreurs.

6.5. Conclusion

Les résultats obtenus à l'aide des deux algorithmes sont identiques en terme de détection, évaluation et correction d'erreurs, puisqu'à l'issue des deux algorithmes, les polynômes obtenus sont identiques, ou équivalents [41]. La différence réside dans le fait qu'au cours de l'algorithme de Berlekamp-Massey, on n'explicite pas les polynômes R_i obtenus dans l'algorithme d'Euclide par divisions polynomiales. Ainsi, l'obtention simultanée des polynômes σ_i et ω_i nécessite environ deux fois moins de calculs qu'avec la méthode d'Euclide [42].

Une autre méthode non présentée ici est une méthode directe (Peterson [42]) qui consiste à résoudre un système non linéaire à $2t$ équations. Cependant la complexité de cette méthode augmente avec le carré de t tandis qu'avec les méthodes itératives, elle n'augmente que linéairement avec t .

Enfin, d'autres méthodes de décodage basées sur un décodage souple ont été envisagées. L'algorithme de Chase est un exemple de ce type de décodage souple, sous-optimal. D'autres types de décodages basés sur les treillis ont aussi été envisagés mais deviennent vite lourds pour de longues tailles de codes en blocs et n'ont pas été utilisés dans cette étude.

7. Application des codes RS aux OCDMA

Dans le cas d'utilisation du codage correcteurs d'erreurs, des blocs d'encodage et de décodage sont ajoutés à la chaîne de transmission OCDMA. De plus, les données traitées ne sont plus des simples bits mais des vecteurs, composés de N ou K bits. Dans ce cas, la chaîne représentée par la figure III-4 est composée de :

- Emission pour chaque utilisateur, de K bits aléatoires $u(ji)$ formant les vecteurs U_j .
- Codage des informations par multiplication avec la matrice génératrice ou le polynôme générateur du code pour former les vecteurs C_j de taille N
- Multiplication de chaque donnée du vecteur C_j par le code de l'utilisateur correspondant.
- Sommation, ajout ou non de bruit, détection, réception pour l'utilisateur désiré.
- Prise de décision par comparaison avec le seuil de détection.
- Récupération des K bits d'information de l'utilisateur désiré.
- Comparaison des bits de données décidés avec ceux émis
- Comptabilisation des erreurs puis du BER

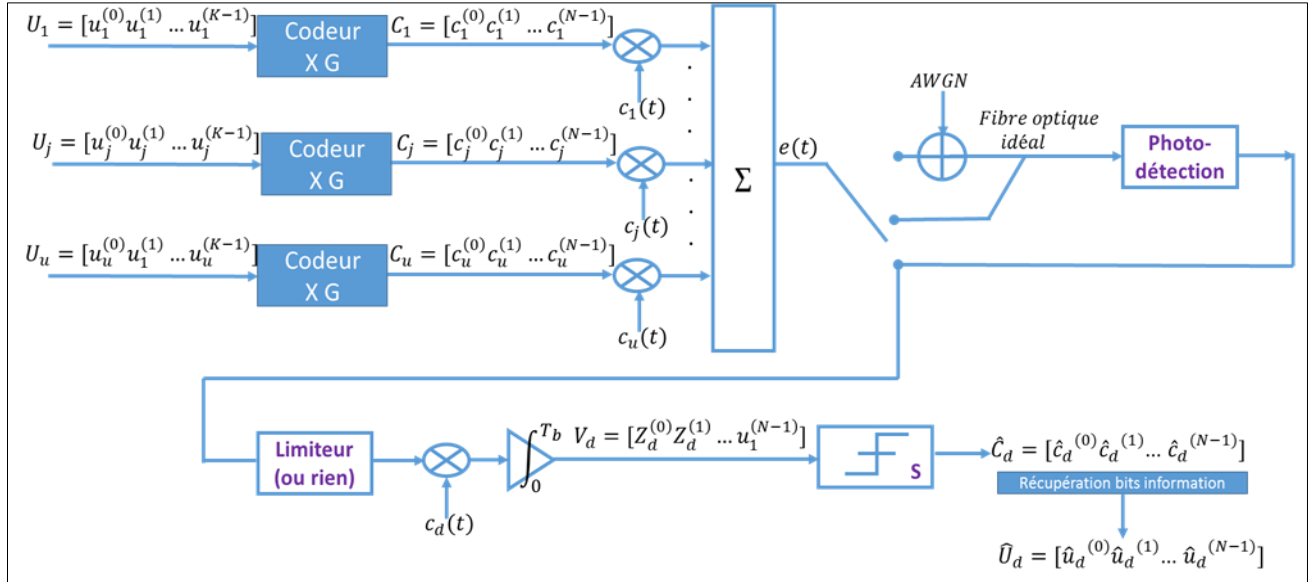


Figure III- 4 : Chaîne de transmission complète OCDMA avec codage correcteur d'erreurs

8. Conclusion

La théorie des codes RS et BCH repose sur les corps de Galois et ces deux grandes familles de codes possèdent alors des caractéristiques communes. Leur codage et décodage s'effectuent de manière simple à l'aide d'opérations polynomiales. Ils font partie des codes correcteurs d'erreurs dits de première génération. En effet, les premiers déploiements de codage correcteur d'erreurs pour les transmissions optiques sous-marines ont utilisé ce type de codes [24-28].

La première réalisation datant de 1991, a consisté en un système de transmission fonctionnant à 565 Mb/s avec un code BCH étendu : BCH(167,151) de redondance égale à 10% [24] et pouvant corriger jusqu'à $t = 2$ erreurs par bloc. L'année suivante, une autre démonstration utilisant les codes RS et fonctionnant à 2.5 Gb/s a été réalisée [25]. Une transmission directe (sans répéteur) de 357 km a ainsi été mise en place.

Enfin, l'introduction d'amplificateurs optiques de type EDFA (Erbium Doped Fiber Amplifier) a permis la réalisation en 1994 de systèmes de transmissions à plus longues distances (6400 km [27]) et fonctionnant à des débits plus rapides (5 Gbs/s) [36,37].

Les normalisations ITU-G975 et G709 [29,30] ont défini un premier standard de communication utilisant le code RS(255,239), $t = 8$ et appartenant à la classe $m = 8$ c'est-à-dire construit sur $GF(2^8)$. A partir de ce code normalisé, plusieurs réalisations de systèmes utilisant la concaténation du code RS(255,239) avec d'autres codes ont été mises en place en vue d'améliorer les performances [31-32]. C'est ainsi qu'une version modifiée ITU-G975.1 [34] de la normalisation du code RS (255,239) est apparue en 2004 définissant des standards basés sur différentes concaténations de codes.

Finalement, le code RS(255,239) reste le code de référence le plus simple pour évaluer par comparaison les performances de n'importe quel système correcteur d'erreurs. A ce titre, l'annexe C fourni en détail les caractéristiques de construction de ce code ainsi que des éléments du corps de Galois $GF(2^8)$ duquel il est issu.

CHAPITRE IV :

Résultats des simulations et interprétations

1. Introduction

La simulation numérique est une étape importante dans l'étude et la mise en œuvre des systèmes réalistes de transmission. En effet, elle permet d'une part la validation des études théoriques et d'autre part l'optimisation du système par l'analyse de l'impact des divers paramètres sur les performances.

Le système OCDMA étudié dans ce chapitre est un système OCDMA incohérent où les codes utilisées sont des codes unipolaires. Par conséquent, les interférences apparaissent entre les différents utilisateurs notée IAM (Interférence d'Accès Multiple) représente la première limitation inhérente d'un système de transmission OCDMA incohérent. On se place dans le cas synchrone, qui permet d'évaluer la borne supérieure des performances du système.

Il existe également d'autres sources de perturbation le long de la chaîne de transmission, provenant des composants optoélectroniques, et pouvant être modélisées par un bruit global de nature gaussienne qui s'ajoute au signal avant la photodétection et peuvent être aussi considérées comme une autre limitation de cette technique.

Afin de compenser les erreurs introduites par l'IAM et le bruit gaussien nous avons envisagé l'utilisation de codes correcteurs de type RS qui ont déjà montré une solution efficace pour améliorer les performances sur un canal optique unipolaire.

Nous présentons dans ce chapitre les résultats issus de la simulation numérique en utilisant MATLAB, tout d'abord nous avons généré des séquences de code OOC. Ensuite l'étude d'un système DS-OCDMA incohérent en utilisant deux structures de récepteur : RC et RC-LO sera abordée. Les performances sont déterminées dans les cas où on ne considère que l'IAM, puis l'IAM et le bruit gaussien AWGN. Puis on s'intéresse plus particulièrement à l'apport en terme de pouvoir de correction des erreurs que peut ramener les codes correcteurs d'erreur RS pour améliorer les performances des systèmes DS-OCDMA.

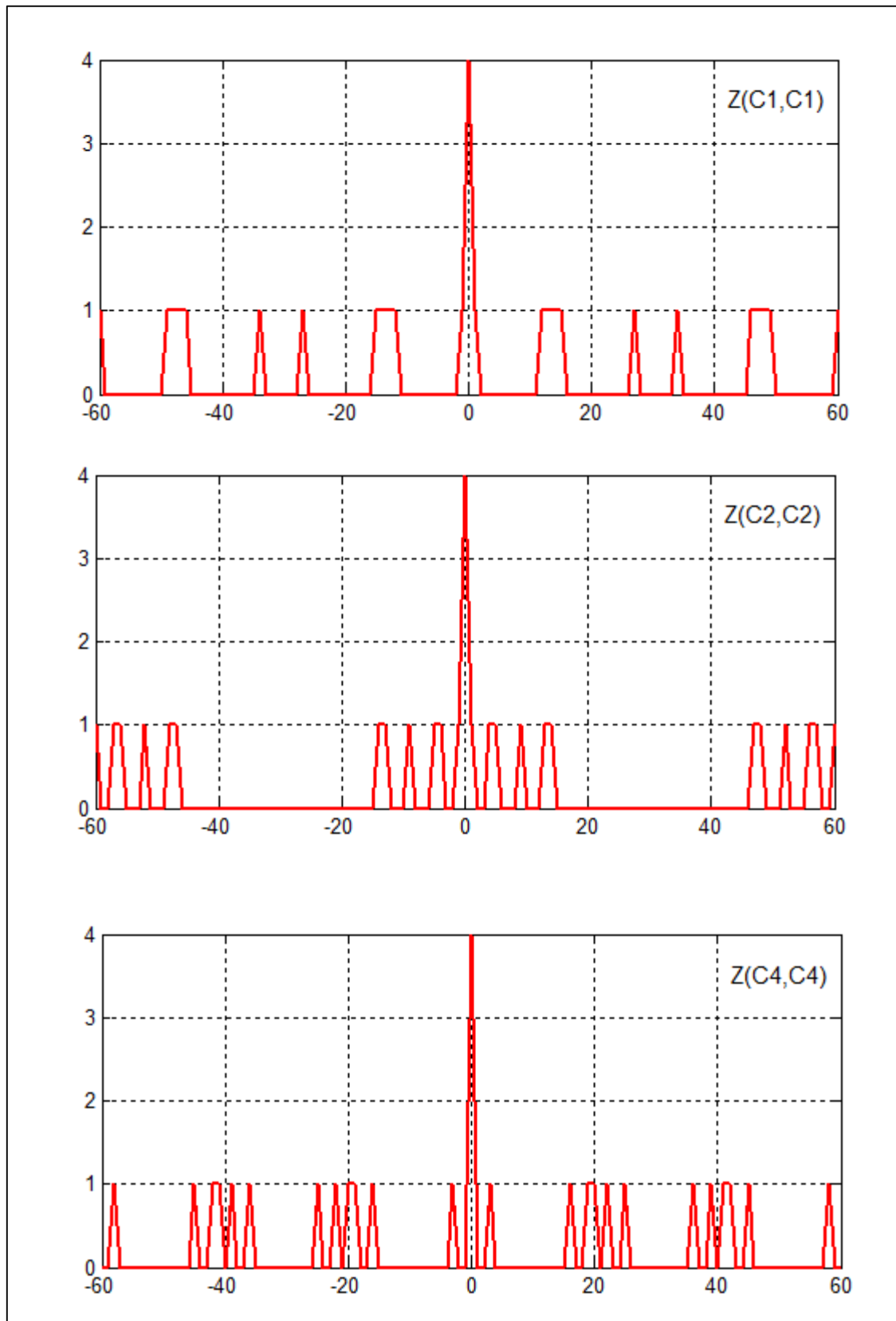


Figure IV- 1: Fonction d'auto-corrélation du code OOC (61, 4, 1)

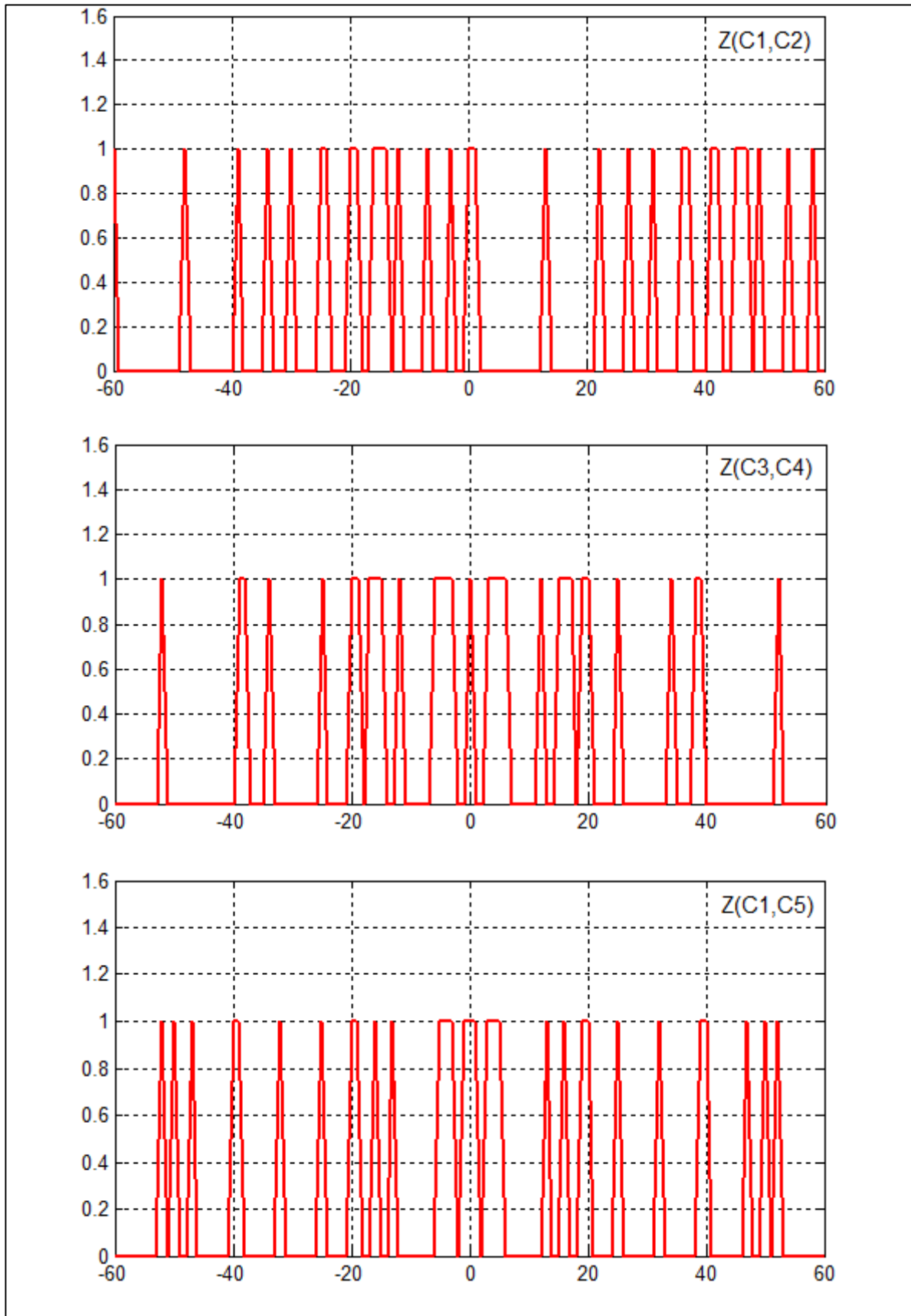
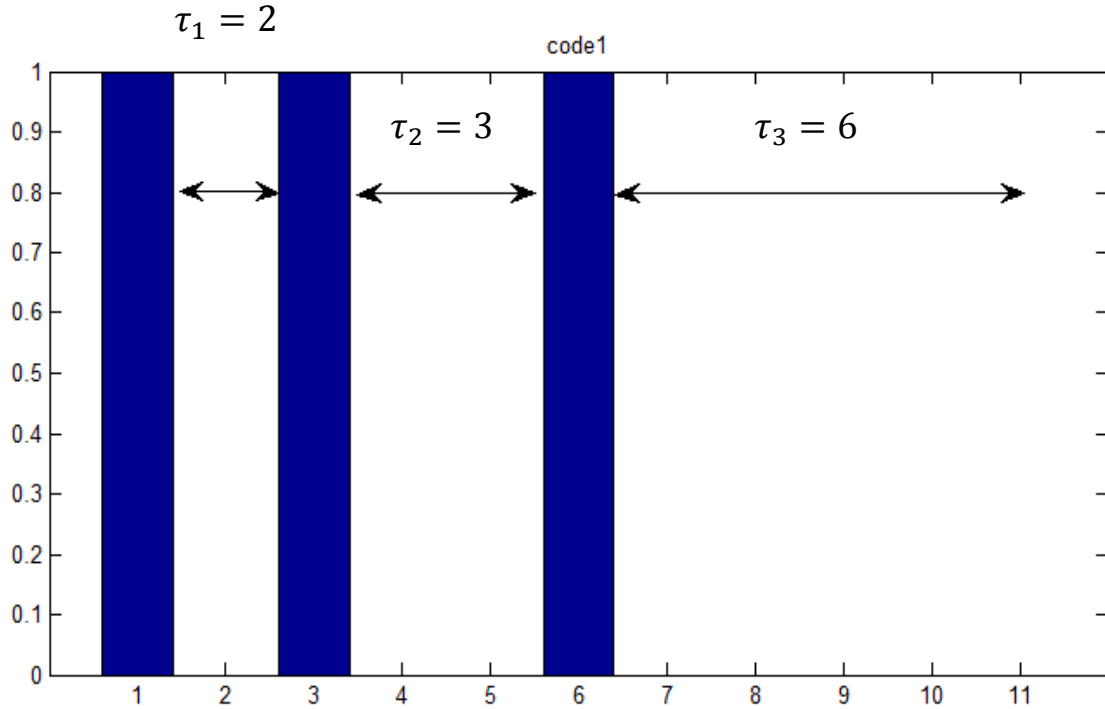


Figure IV- 2: Fonction d'inter-corrélation du code OOC (61, 4, 1).

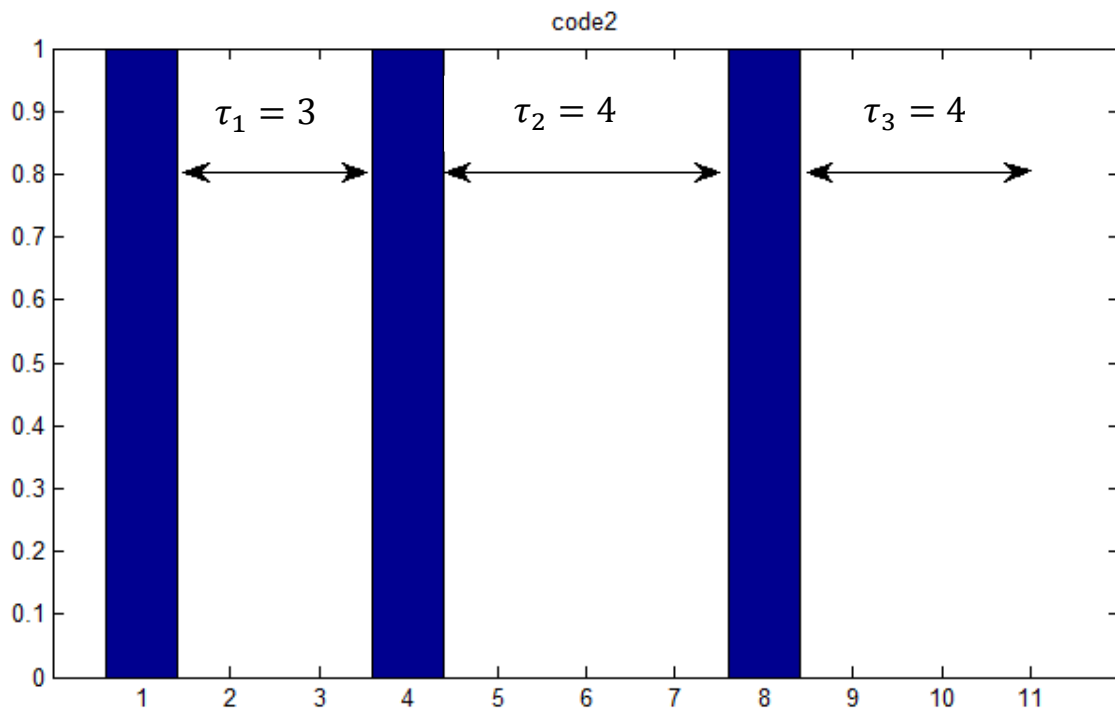
3. Etude d'un système DS-OCDMA

Les Figures IV-3 (a) à (c) représentent les séquences de codes OOC (11, 3, 1) avec les retards relatifs :

(a) Code d'utilisateur 1 :



(b) Code d'utilisateur 2 :



(c) Code d'utilisateur 3 :

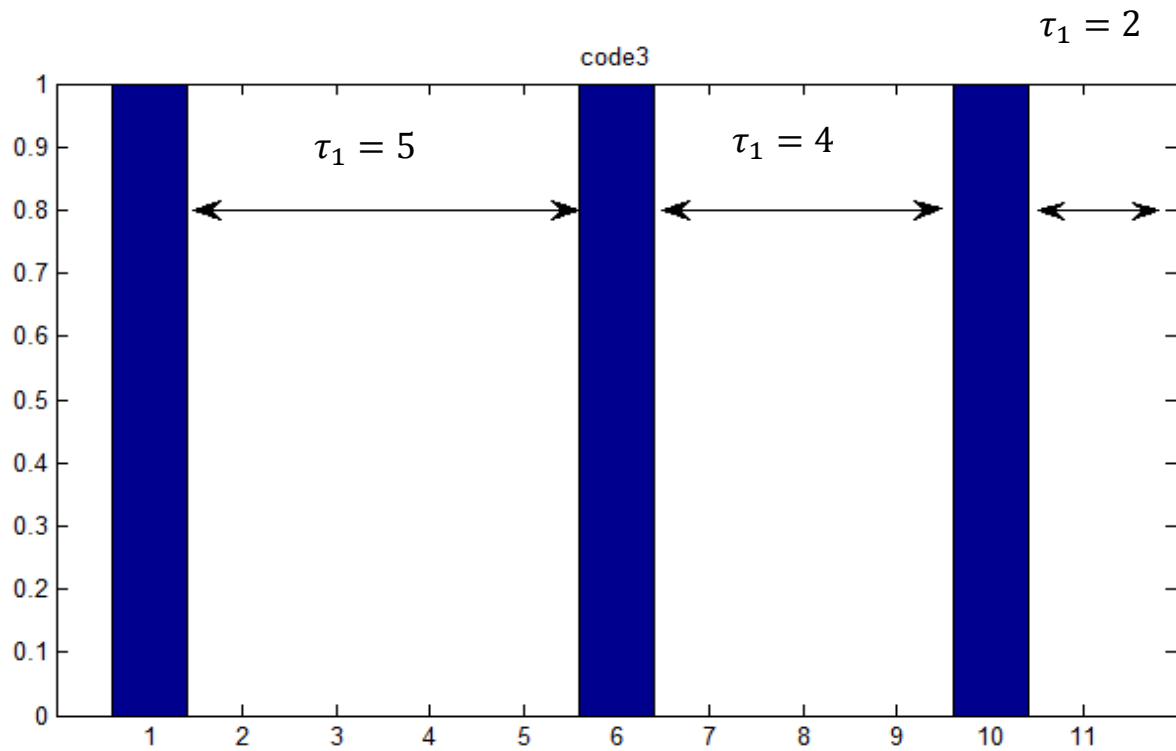


Figure IV- 3: Les séquences de codes OOC (11,3) pour les 3 utilisateurs.

La séquence de données de chaque utilisateur (don-user) est multiplié par une séquence parmi les séquences du code OOC présenté précédemment (code). L'ensemble des signaux codés (mul) est ensuite sommé à la sortie de la partie émission (som).

La Figure IV-4 présente un exemple de la multiplication des données d'un utilisateur par son code, on a représenté l'étalement de 3 bits de données $b_1^{(1)} = 1$, $b_2^{(1)} = 0$, $b_3^{(1)} = 1$.

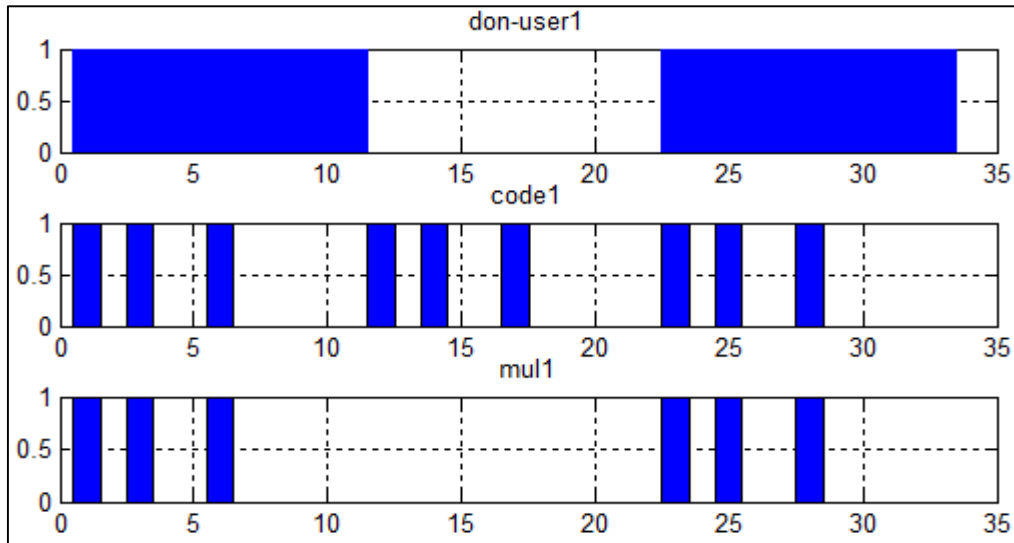


Figure IV- 4: Exemple de codage OCDMA pour le 1 utilisateur.

Les figures ci-dessous (Figure IV-5 et Figure IV-6) illustrent le fonctionnement de la partie émission du système OCDMA à 3 utilisateurs. On peut remarquer sur le signal de sortie (som) la présence d'IAM puisque sur certaines chips l'amplitude est supérieure à 1.

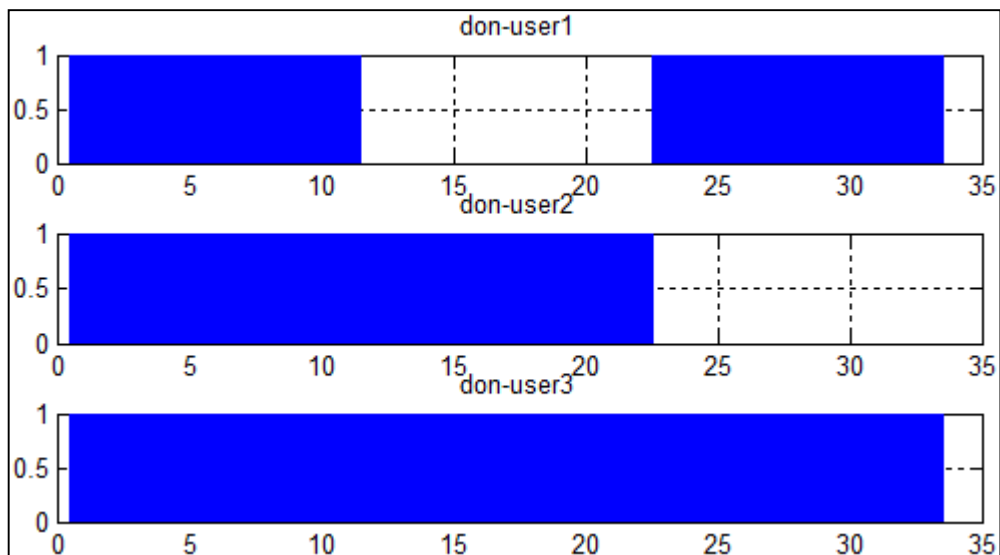


Figure IV- 5: Données émises par les 3 utilisateurs.

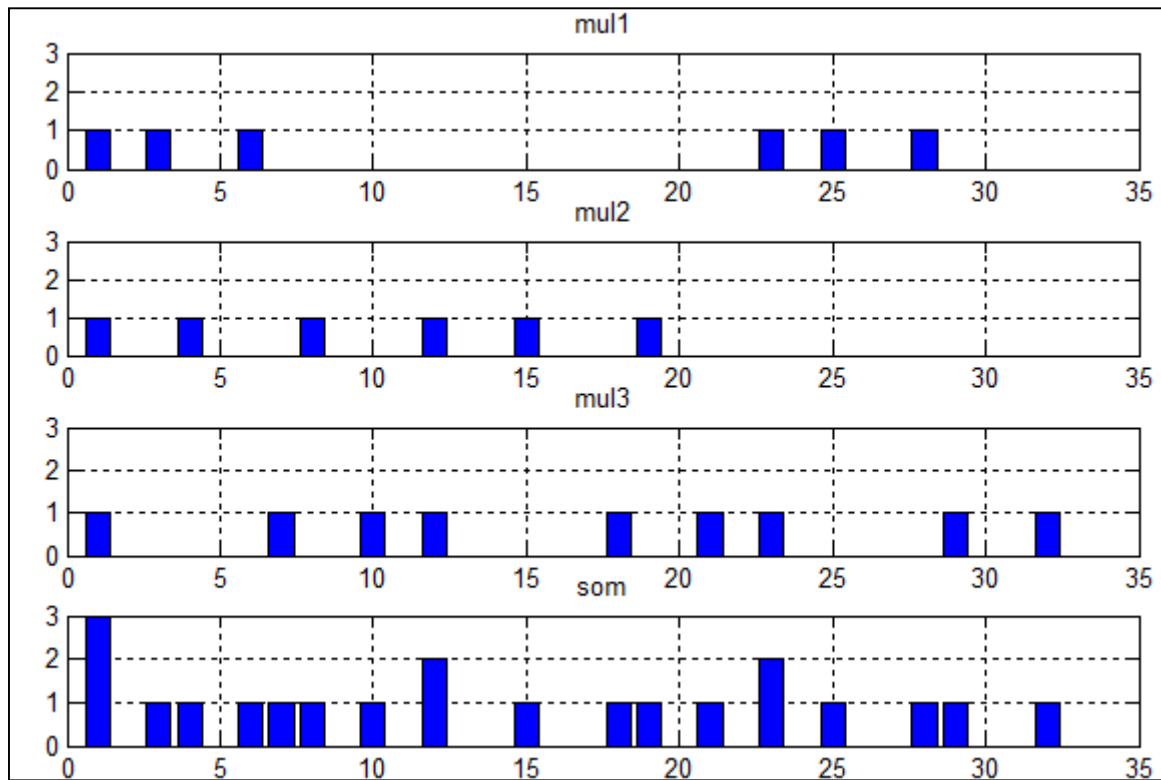


Figure IV- 6: Données étalées et sommées des 3 utilisateurs.

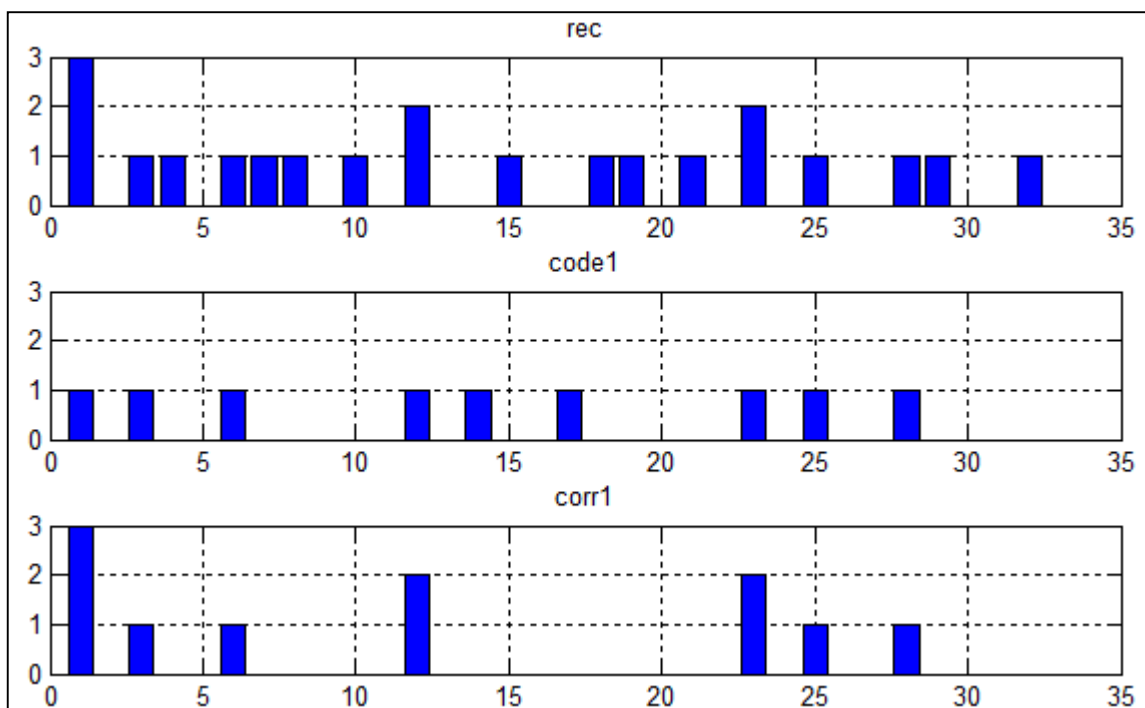


Figure IV- 7: Multiplication par le code de l'utilisateur désiré en réception.

Dans la partie de réception, le signal reçu (rec) est multiplié par la séquence de code OOC de l'utilisateur désiré. Sur la Figure IV-7 qui illustre la multiplication en réception pour l'utilisateur n°1, on remarque que le signal corr1 conduit à : $Z_1^1 = 5, Z_2^1 = 2, Z_3^1 = 4$.

La figure IV-8 illustre le signal après l'intégration sur un temps bit pour l'exemple traité.

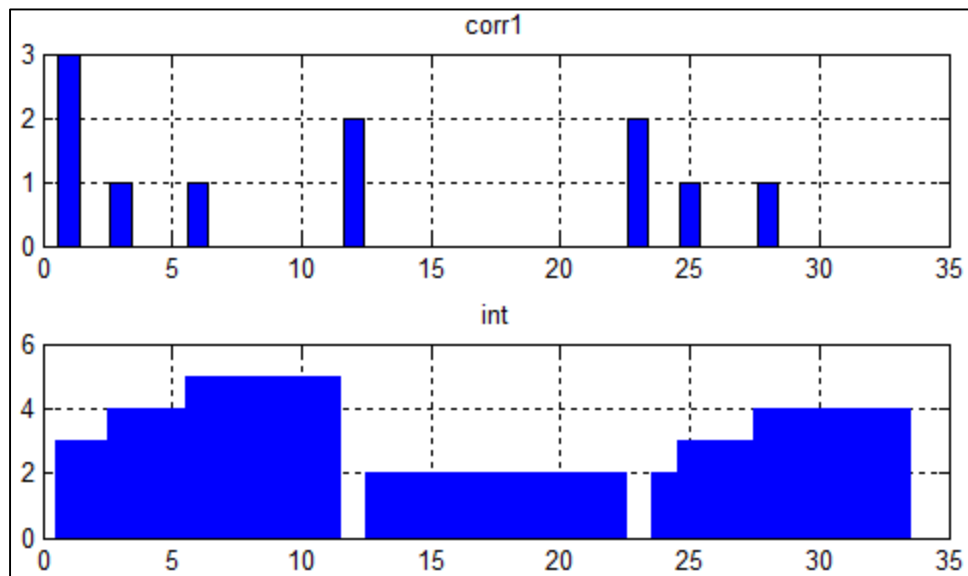


Figure IV- 8: Intégration en réception.

La prise de décision doit s'effectuer théoriquement au bout d'un temps bit, c'est pourquoi la décision se fait avec une valeur de retard au minimum égale à $(L-1/L)\%$ du temps bit. (Figure IV-9).

La valeur de l'intégration est comparée au seuil de détection ($S=W$).

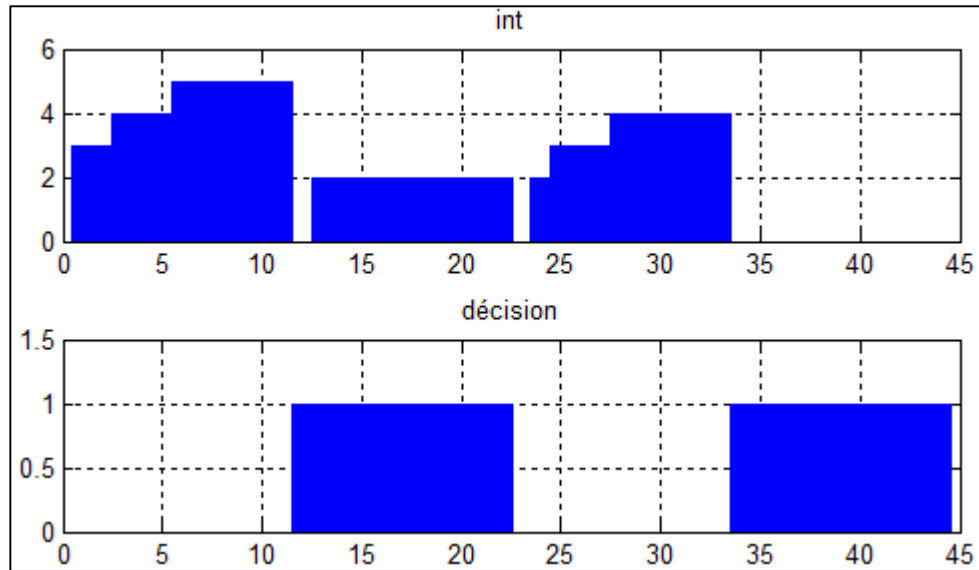


Figure IV- 9: Détection de seuil avec retard.

Avec l'utilisation d'un limiteur optique (Hard limiter) à l'entrée du récepteur, le signal reçu est d'écarter à 1 ce qui permet de réduire la quantité d'IAM et améliore d'une manière simple les performances dans le cadre de transmissions OCDMA. On a dit au chapitre II que le problème se pose quand l'utilisateur désiré envoie un 0 lorsque les autres utilisateurs envoient un 1 (cas mauvais), dans notre exemple la somme égale à 3, après l'intégration et la comparaison avec S le RC décide $\hat{b}_2^{(1)} = 1$, alors que l'utilisateur envoie $b_2^{(1)} = 0$, l'utilisation d'un limiteur optique élimine ce problème, (figure IV-10).

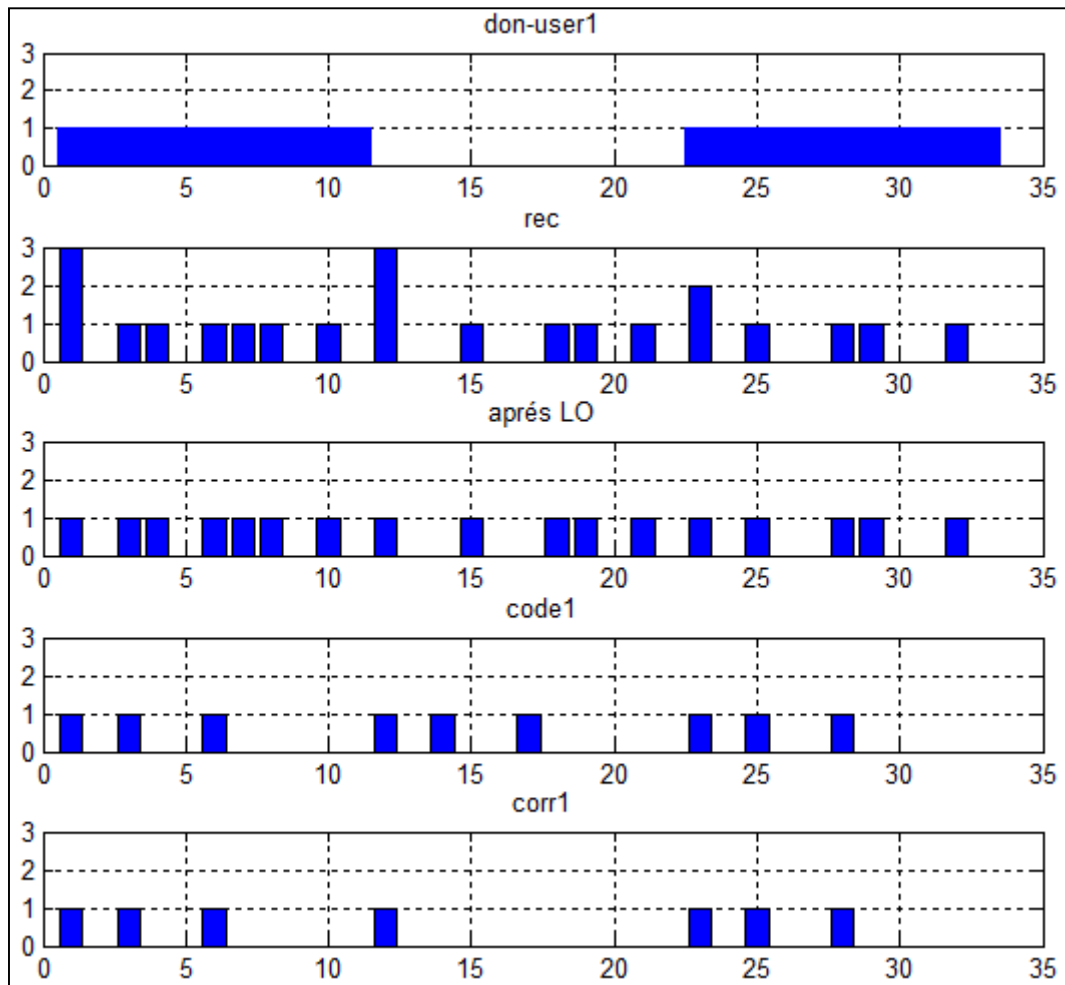


Figure IV- 10: Multiplication par le code de l'utilisateur désiré en réception pour LO.

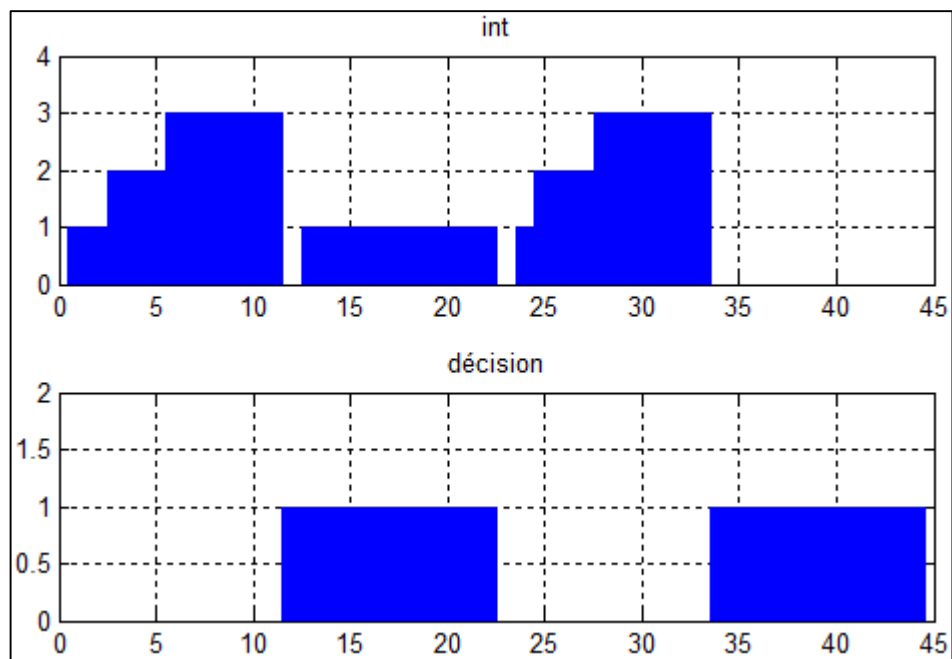


Figure IV- 11: Intégration en réception pour LO.

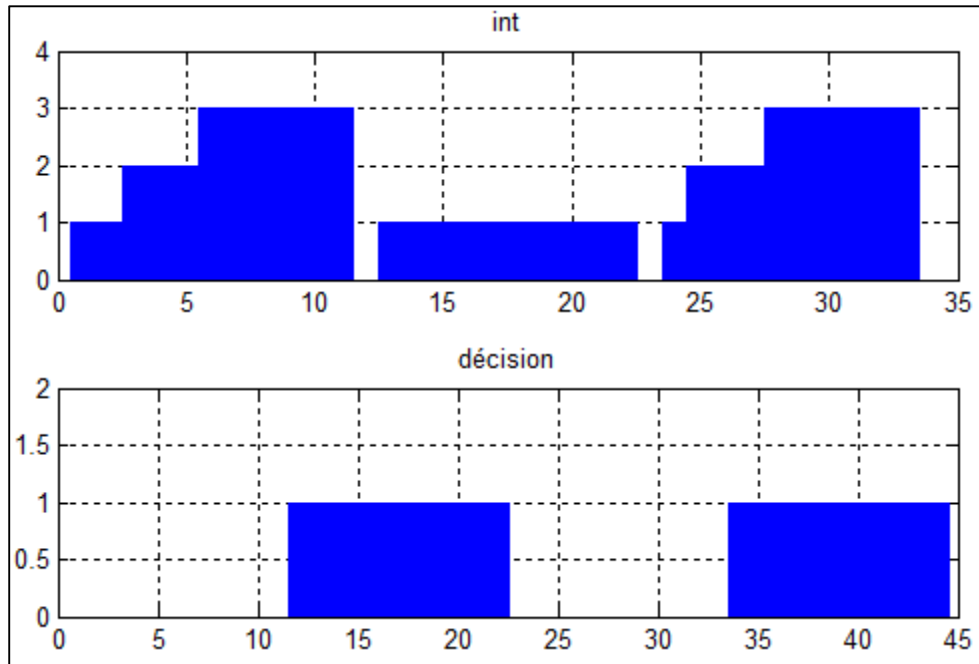


Figure IV- 12: Détection de seuil avec retard pour LO.

4. Etude de performances du système DS-OCDMA

Pour confirmer les études théoriques présentées au chapitre II, nous avons tracé le BER en fonction du seuil de détection afin de valider le principe de fonctionnement du récepteur conventionnel, on prendre l'IAM comme seul limitation, nous avons utilisé un code OOC (61, 4, 1) à 5 utilisateurs :

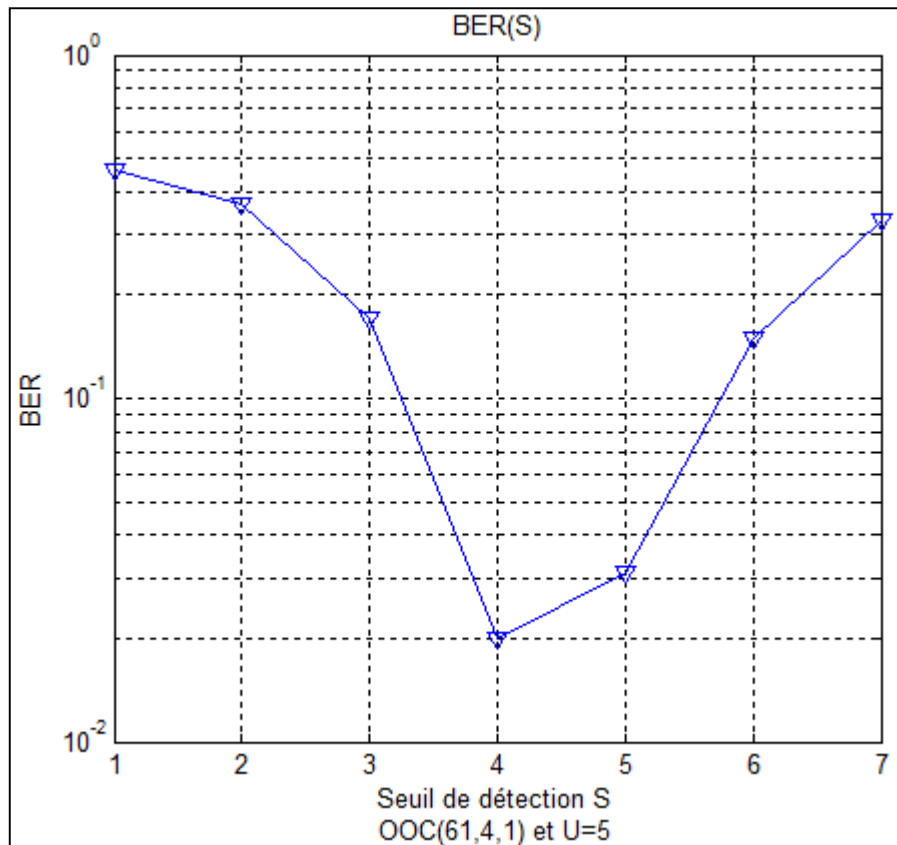


Figure IV- 13: BER en fonction de S le seuil de détection du code OOC (61, 4, 1).

La figure IV-13 présente le BER en fonction du S, on constate que la plus faible valeur du BER est obtenu pour $S=4$ qui est la valeur du poids du code, par conséquence $S_{opt}=W$ s'exprime bien le fonctionnement du RC présenté au chapitre II.

L'un des contraintes du système DS-OCDMA c'est le nombre d'utilisateur, et pour cela nous avons tracé la variation du BER en fonction du U (nombre d'utilisateurs).pour un code OOC (229, 4, 1)

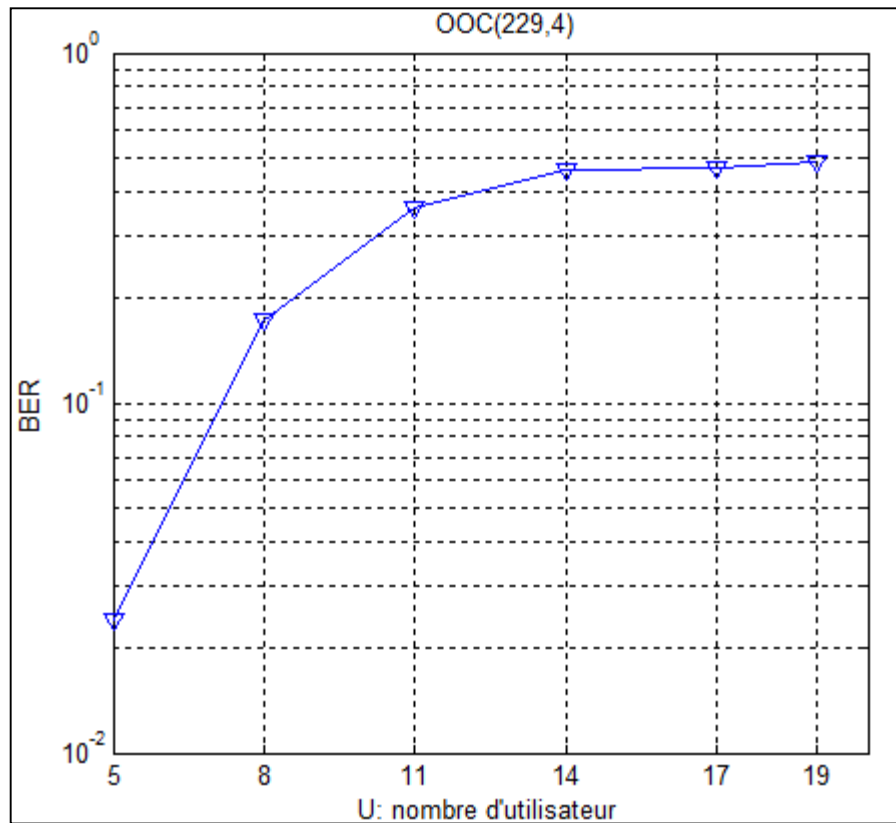


Figure IV- 14: BER en fonction du nombre d'utilisateur U pour OOC (229, 4, 1).

Depuis la Figure IV-14, on constate que plus le nombre d'utilisateurs actifs augmentent, plus les performances se dégradent. Ceci s'explique par le fait que plus on a d'utilisateurs qui transmettent en même temps, plus le terme IAM est élevé.

Le poids du code est un paramètre important à la conception d'un tel système DS-OCDMA, pour voir l'impact du poids sur les performances, nous avons tracé le BER en fonction du poids, du code OOC (229, 4, 1) pour un nombre fixé U à 7 :

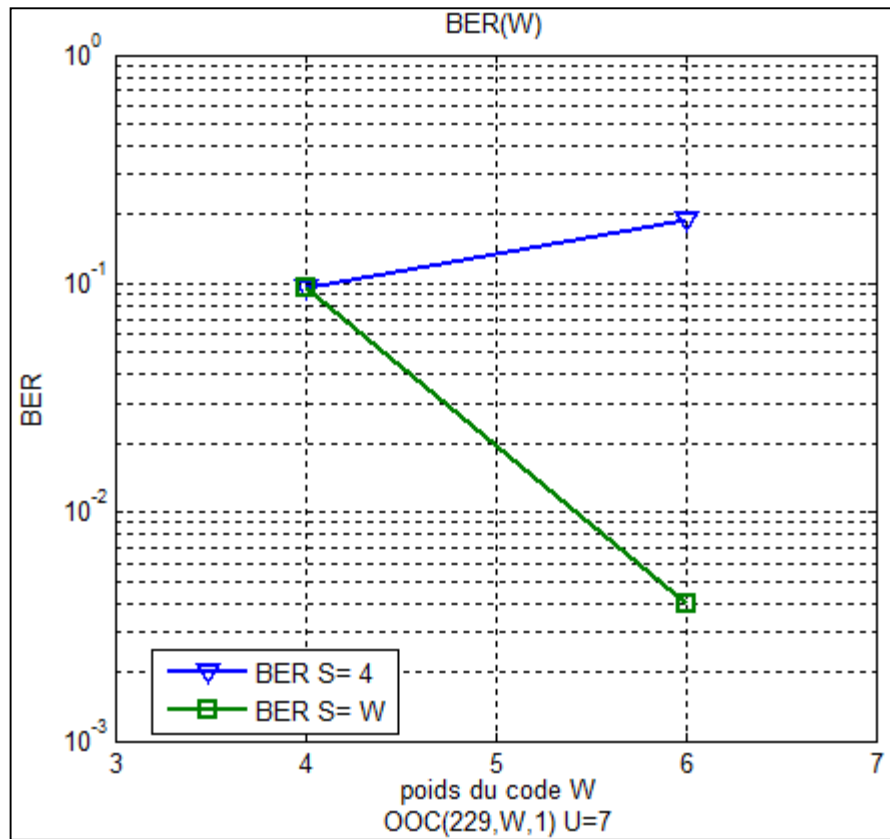


Figure IV- 15: BER en fonction du poids du code pour OOC (229, 4, 1).

La figure IV-15 illustre que si le seuil S est constant ($S=4$), on constate que le BER augmente avec W puisqu'il y a plus de chance d'avoir des chips à 1 entre les codes.

Par contre, si le seuil est choisi de manière optimale ($S=W$), plus le poids augmente, plus le seuil augmente, plus le BER diminue.

5. Application des codes RS à la chaîne de transmission OCDMA

Afin de compenser les dégradations introduites par les différentes limitations du système DS-OCDMA, nous avons étudié l'amélioration liée à l'utilisation de codes correcteur d'erreurs de type RS, les simulations sont réalisées en prendre en considération l'IAM puis l'IAM avec un bruit :

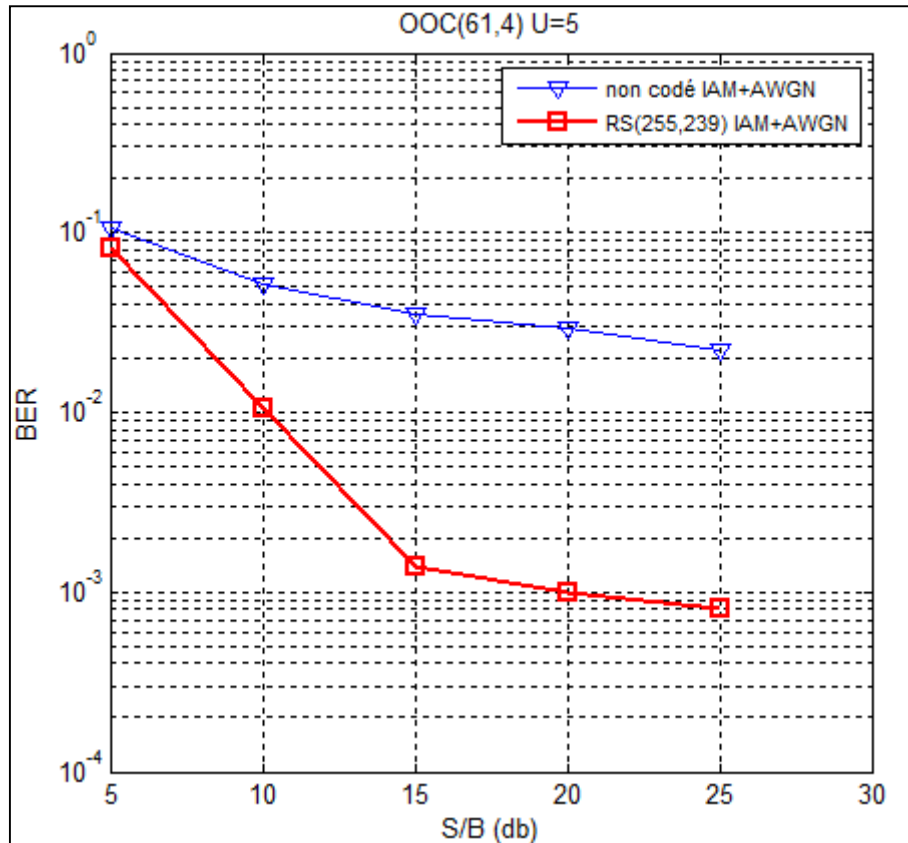


Figure IV- 16: BER en fonction rapport signal sur bruit la famille OOC (61, 4, 1) dans le cas non codé et avec le code RS(255,239).

On remarque tout d'abord que le BER est fortement réduit le code RS(255,239), ceci permet de valider l'efficacité des codes RS à corriger les erreurs dues à l'IAM et le bruit gaussien.

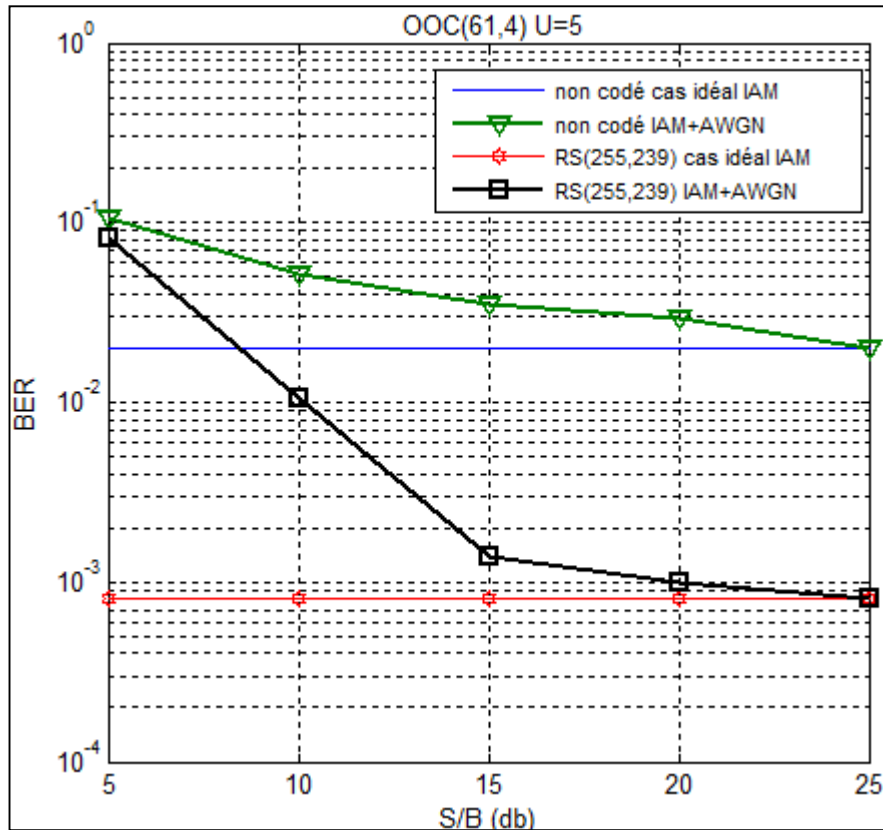


Figure IV- 17: BER obtenus pour la famille OOC(61,4) avec $U = 5$ utilisateurs

On remarque que dans le cas codé comme dans le cas non codé, lorsque le S/B augmente, le BER tend vers le BER correspondant dans le cas idéal (IAM seulement). Ceci permet de valider le modèle aux limites c'est-à-dire lorsque l'IAM est prépondérante par rapport au bruit gaussien. De plus, on remarque que pour toute valeur du rapport signal à bruit supérieure à 5 dB, le code RS apporte une correction, qui est d'autant plus efficace que le S/B est élevé. En effet, comme nous l'avons déjà vu, le pouvoir de correction du code augmente lorsque le BER est plus faible, donc ici lorsque le S/B augmente.

De cet exemple, on peut extraire que le BER non codé dans le cas idéal de $2 \cdot 10^{-2}$ est atteint avec le code RS(255,239) pour un S/B de 7 dB tandis que dans le cas non codé, un S/B de 25 dB était nécessaire. On a ainsi un gain important en S/B qui est alors de 18 dB.

Afin de comparer les performances du système DS-OCDMA, nous avons tracé le BER en fonction du nombre d'utilisateur actifs pour la famille OOC (229, 4,1) dans le cas non codé, et avec le code RS (255,239).

De plus, afin d'évaluer le gain apporté par ce code, nous avons tracé le résultat obtenu avec la famille OOC (1831, 4, 1).

Dans le cas présenté, on a considéré l'impact de l'IAM et le bruit.

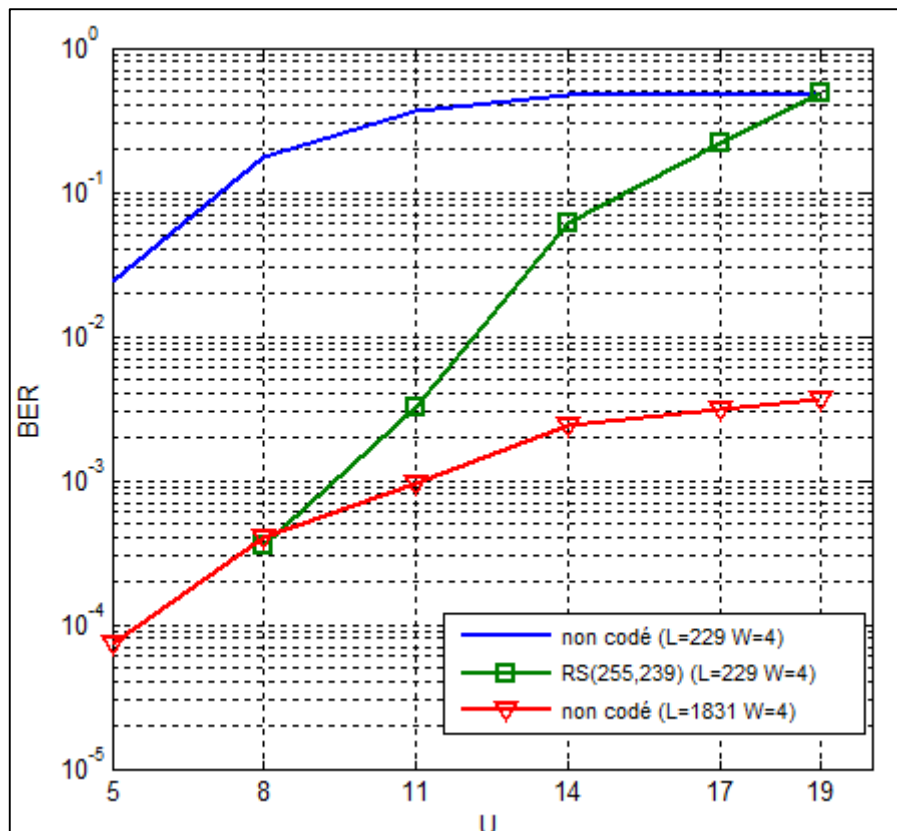


Figure IV- 18: Comparaison des performances de système DS-OCDMA dans le cas non codé et avec le code RS (255 ,239) en fonction du nombre d'utilisateurs

La figure IV-18 illustre que pour atteindre un BER de $4 \cdot 10^{-4}$ avec $U=8$, dans le cas non codé, une longueur de $L=1831$ est nécessaire. Alors que avec le code RS (255,239) et les mêmes contraintes, la dimension est réduite à $L=229$, ce qui permet sans prendre la redondance, d'avoir un débit utile 8 fois supérieur.

Ainsi, on peut conclure que, le code RS permet non seulement de gagner en BER, mais encore plus en débit utile, ce qui permet d'envisager l'utilisation du code correcteur pour améliorer les potentialités de la technique OCDMA pour la transmission multimédia.

6. Conclusion

Dans ce chapitre, la simulation numérique d'une chaîne DS-OCDMA a été réalisée avec logiciel MATLAB en utilisant comme code d'étalement les codes OOC.

On premier lieux nous avons fait la construction des codes OOC en satisfaisant les conditions d'auto et d'inter-corrélations.

Nous avons par la suite étudié un système DS- OCDMA en prenant en compte les différentes limitations du système tel que l'IAM, et le bruit gaussien en prendre en considération l'influence des différents paramètres (seuil de décision, nombre d'utilisateur actifs, poids du code) et en utilisant deux structures de récepteur : RC et RC +LO.

Finalement afin de compenser les dégradations introduites par ces différentes limitations, nous avons étudié l'amélioration liée à l'utilisation de codes correcteur d'erreurs de type RS, les simulations réalisées avec la chaîne de transmission codée ont mis en évidence l'efficacité des codes RS à corriger les erreurs dues à l'IAM et bruit gaussien.

Conclusion générale et perspectives

Ce mémoire présente l'étude de l'application des codes correcteurs d'erreurs aux communications optiques en vue d'établir un système de transmission capable de fournir de hauts débits à bas coût. Les projets de recherche actuelle illustrent le besoin de nouvelles solutions afin d'améliorer la qualité des transmissions optiques. Parmi les différents types de codes correcteurs, les codes RS (Reed Solomon) ont été envisagés comme une solution pour améliorer les performances de transmissions optiques filaires dans différentes configurations.

Le premier chapitre de ce mémoire présente les différents types de techniques d'accès multiples (FDMA, TDMA, CDMA) couramment employées dans le domaine des communications radiofréquences, plus particulièrement nous avons intéressé par la technique CDMA en montrant l'intérêt d'étalement de spectre, puis l'application dans celui des communications optiques.

Le deuxième chapitre se consacre à l'étude d'un système DS-OCDMA incohérent synchrone et on a retenu la solution du codage et décodage électrique des données à transmettre afin de diminuer les coûts de l'implémentation. La solution de codage et décodage électrique exige des contraintes liées à la bande passante. De ce fait, pour maintenir des débits élevés, il est nécessaire de travailler avec des longueurs de codes les plus petites possibles.

Dans un système DS-OCDMA incohérent, les codes utilisés sont unipolaires et donc quasi orthogonaux. Cette non-orthogonalité des codes unipolaires est la cause principale de l'apparition des interférences d'accès multiple IAM qui ne permettent pas de maintenir la qualité de la liaison optique. Il est donc nécessaire de réduire l'IAM afin de pouvoir répondre aux exigences des futurs réseaux d'accès optiques, qui explique l'exigence de l'utilisation de codes correcteurs.

De part les contraintes imposées par l'optique (temps de traitement, débits rapides), le troisième chapitre de cette mémoire présente les principales caractéristiques du codage et du décodage du code RS, ensuite l'implémentation de ce dernier au chaîne de transmission DS-OCDMA, ce chapitre permet aussi, par l'illustration schéma de codage, d'aborder les notions essentielles utilisées dans le chapitre suivant.

Le dernier chapitre se place dans le cadre de la simulation d'une chaîne de transmission optique en utilisant la technique d'accès multiple par répartition de codes, ou OCDMA. Plusieurs études déjà menées sur l'OCDMA ont montré que les interférences entre utilisateurs constituent une limitation importante dégradant les performances, l'application des codes RS a montré l'efficacité de ce code de compenser les erreurs introduites non seulement par ces interférences mais aussi les erreurs introduites par le bruit. L'amélioration qu'ils apportent a permis de montrer l'intérêt d'une telle technique.

Finalement, l'ensemble du travail réalisé au cours de cette mémoire a permis d'illustrer que les codes RS fournissent une solution intéressante pour améliorer les performances d'un système de transmission optique.

Afin de confirmer que l'utilisation de codes RS constitue une solution viable pour les communications optiques à haut débit, une des perspectives consiste à étudier d'autres types de canaux optiques. L'optique sans fil par exemple, est actuellement envisagée comme alternative à la radio dans les milieux sensibles d'un point de vue électromagnétique (hôpital par exemple).

Par ailleurs, la future étude pourrait également porter sur le cas où on considère non seulement un bruit de type gaussien mais aussi un bruit de battements, l'utilisation des codes LDPC ou Turbo code présente aussi une des perspectives à réaliser afin de comparer les performances du code RS.

Références

- [1] Mounia Lourdiane. « CDMA à séquence directe appliquée aux systèmes de Communications optique ». Télécom Paris Tech, 2005
- [2] Melal Khireddine, « Analyse des méthodes d'égalisation des techniques CDMA », mémoire de magister, Université De Batna, 2008
- [3] A.J.Viterbi, « CDMA, Principles of spread spectrum communication », Addison Wesley Longman Inc., Massachusetts, 1997.
- [4] Vincent Foucal, « conception d'interconnexions optiques haut débit courte distance en espace libre prototypage de modules de communication pour applications embarquées », Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Strasbourg, 2010
- [5] Rakotondrainibe Lahatra, « performances et génération des codes pseudo-aléatoires dans le système cdma », mémoire d'ingénieur, université d'Antananarivo, 2006
- [6] Mounia Lourdiane. « CDMA à séquence directe appliqué aux systèmes de communications optiques », Télécom Paris Tech, 2005
- [7] J.Sanchez et al, « UMTS », réseaux et télécommunications, Hermès Science, Paris, 2004.
- [8] Shilpa Jindal, Neena Gupta, « Recent development in wireless sensor and ad-hoc networks signals and communication technology», pp 125-167, springer, 2014
- [9] Naufal M. SAAD, « Contribution à l'étude de l'application de la technique CDMA aux systèmes de transmission optique », Thèse de doctorat, université de Limoges, 2005
- [10] N. Saad, A. J.Vergonjanne, Y. Zouine, and al, « System Simulation of Optical Code Division Multiple Access (O-CDMA) Links », International Conference on Circuits, Signals, and Systems CSS 2003, pp. 213-219, 19-21 mai 2003, Cancun, Mexico.
- [11] Andonovic, I.; Tancevski, L; « Incoherent optical code division multiple access systems » IEEE 4th International Symposium on Volume 1, 22-25 Sept. 1996 p: 424 – 430.
- [12] Chung, F.R.K., Salehi, J.A., Wei, and V.K. « Optical orthogonal codes: design, analysis and applications ». IEEE Trans. Inf. Theo. 35(3), 595–604 (1989)
- [13] Salehi, J.A.: « Code division multiple-access techniques in optical fiber networks-part I: fundamental principles ». IEEE Trans. Commun. 37(8), 824–833 (1989)
- [14] J.A. Salehi, « Code division multiple access: Technique in optical fiber network – Part I: Fundamental principles », IEEE Trans. On Com., vol. 37, n°8, pp 824-833, aout 1989.
- [15] S.M.Johnson, « A new super bound for error-correcting codes», IRE Transactions on Information Theory, vol IT-8, page 203-207, April 1962.
- [16] H.Chung, P.Kumar, « Optical orthogonal codes - new bounds and an optimal construction», IEEE Transactions on Information theory, vol. 36, page 866-873, July 1990.

- [17] T. Khattab and H. Alnuweiri. « A greedy algorithm for deriving optical orthogonal codes using rejected delays reuse ». IEEE Global Telecommunication Conference GLOBECOM, 4:1942–1946, Dec. 2005.
- [18] S.P. Wan and Y. Hu, « Two-dimensional optical CDMA differential system with prime/OOC codes », IEEE Photon. Technol. Lett., vol. 13, pp. 1373–1375, déc. 2001.
- [19] K. Yu and N. Park, « Design of new family of two-dimensional wavelength time spreading codes for optical code division multiple access networks », Electron. Lett. vol. 35, pp. 830–831, 1999.
- [20] Jawad.A.Salehi and C. A. Brackett, «Code division multiple-access techniques in optical fiber networks - part II: Systems performance analysis, » IEEE Transactions on Communications, vol. 37, pp. 834-842, Aug. 1989.
- [21] J.J.Chen, G.-C.Yang, « Cdma fiber-optic systems with optical hard limiters," IEEE Journal of Lightwave Technology, vol. 19, page 950-958, July 2001.
- [21] R.C. Bose and D.K. Ray-Chaudhuri. « On a class of error correcting binary group codes ». Inf. Control, 3:78-79, Mars 1960.
- [22] A. Hocquenghem. « Codes correcteurs d'erreurs ». Chiffres, 2 :147-156, 1959.
- [23] I.S. Reed and G. Solomon. « Polynomial codes over certain finite fields ». SIAM J. Appl. Math, 8:300-304, Join 1960.
- [24] P. Moro and D. Candiani. « 565 mb/s optical transmission system for repeater sections up to 200 km ». IEEE ICC 1991, 3:1217-1221, 1991.
- [25] P.M. Gabla et al. « 401 km, 622 mb/s and 357 km, 2.488 gb/s IM/DD repeater less transmission experiments using erbium-doped fiber amplifiers and error correcting code ». IEEE Photonic Technology Letters, 4(10):1148-1151, Oct. 1992.
- [26] S. Yamamoto, H. Takahira, and M. Tanaka. « 5 gbit/s optical transmission terminal equipment using forward error correcting code and optical amplifier ». IEEE Electronics Letters, 30(3) :254-255, Février 1994.
- [27] J.L. Pamart et al. « Forward error correction in a 5 gbit/s 6400 km EDFA based system ». IEEE Electronics Letters, 30(4):342-343, Février 1994.
- [28] S. Benedetto and G. Bosco. « Channel coding for optical communications ». E. Forestieri Ed., pp.63-78, Springer, New York, NY, USA, 2005.
- [29] International Telecommunication Union. « Forward Error Correction for Submarine Systems ». 2000. Telecommunication Standardization Sector G. 975.
- [30] International Telecommunication Union. « Interfaces for the Optical Transport Network ». 2003. Telecommunication Standardization Sector G. 709.

- [31] O.A. Sab et al. » Concatenated forward error correction schemes for long-haul DWDM optical transmission systems ». European Conference on Optical Communication (ECOC) 1999, 2:290-291, Sept. 1999.
- [32] O.A. Sab. « FEC techniques in submarine transmission systems ». Optical Fiber Communication Conference and Exhibit, 2001. OFC 2001
- [33] T. Mizuochi et al. « Transparent multiplexer featuring super FEC for optical transport networking ». SubOptic 2001, pages 484-487, 2001.
- [34] International Telecommunication Union. « Forward error correction for high bitrate DWDM submarine systems ». 2004. Telecommunication Standardization Sector G. 975.1
- [35] T. Mizuochi. Increase of coding gain overfed by FEC in optical communication systems ». IEEE Journal of Selected Topics in Qantum Electronics, Mai/Juin 2006.
- [36] E.R. Berlekamp. « Algebraic Coding Theory ». McGraw-Hill, New York, 1968.
- [37] J.L. Massey. « Shift register synthesis and bch decoding ». IEEE Transactions on Information Theory, 15:122-127, 1969.
- [38] Y. Sugiyama, Y. Kasahara, S. Hirasawa, and T. Namekawa. « A method for solving key equation for goppa codes ». Information and Control, 27:87-99, 1975.
- [39] J.L. Dornstetter. « On the equivalence between BERLEKAMP's and EUCLID's algorithm ». IEEE Transactions on Information Theory, IT-33(3):428-431, 1987.
- [40] W.W. Peterson. « Encoding and error-correction procedures for the Bose-Chaudhuri Codes ». IRE Transactions on Information Theory, 6(Sept.):459-470, 1960.
- [41] D. Chase. « Class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information ». IEEE Transactions on Information Theory, 18(1):170-182, Jan. 1972.
- [42] J. Wolf. « Efficient maximum likelihood decoding of linear block codes using a trellis ». IEEE Transactions on Information Theory, 24(1):76-80, Jan. 1978.

Annexe A

Racine primitive

On dit que α est racine primitive d'un nombre premier P si les $P - 1$ puissances de $\alpha \bmod P$ sont toutes différentes et inférieures à P :

Exemple : $\alpha = 3$ est la racine primitive de $P = 7$ car :

$$3^0 \bmod 7 = 1$$

$$3^1 \bmod 7 = 3$$

$$3^2 \bmod 7 = 2$$

$$3^3 \bmod 7 = 6$$

$$3^4 \bmod 7 = 4$$

$$3^6 \bmod 7 = 5$$

Toutes les $P - 1$ puissances de 3 sont différentes.

Le tableau ci-dessous contient les racines primitives de quelques nombres premiers :

Nombre premier	Racine primitive
1	1
2	1,2
5	2,3
7	3,5
19	2, 3, 10, 14, 15, 16, 17
23	7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20,21
29	2, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 26
31	3, 11, 12, 13, 17, 21, 22, 24
37	2, 5, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 24, 32, 35
41	6, 7, 11, 12, 13, 15, 17, 19, 22, 24, 26, 28, 29, 30, 34, 35
43	3, 5, 12, 18, 19, 20, 26, 28, 29, 30, 33, 34
59	2, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 18, 23, 24, 30, 31, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40 42
61	2, 6, 7, 10, 17, 18, 26, 30, 31, 35, 43, 44, 51, 54, 55, 59
73	5, 11, 13, 14, 15, 20, 26, 28, 29, 31, 33, 34, 39, 40, 42, 44, 45, 47, 53
229	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

Annexe B

Corps de Galois

Pour qu'un espace F soit un corps, il doit satisfaire les lois mathématiques suivantes :

- Soit deux éléments a et b de F , leur somme $(a + b)$ et leur produit $(a \cdot b)$ doit appartenir également à F .
- L'espace F doit posséder un neutre pour l'addition :

$$a + 0 = 0 + a = a$$
- L'espace F doit posséder un neutre pour la multiplication :

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$
- Chaque élément de F doit posséder un inverse pour l'addition et pour la soustraction :

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$

$$a \cdot (\alpha - 1) = (\alpha - 1) \cdot a = 1$$
- La commutativité pour tout élément de F :

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$
- L'associativité

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$
- La distributivité $(a + b) \cdot c = (a \cdot c) + (b \cdot c)$

Les deux corps les plus connus et les plus utilisés sont l'ensemble des réels et l'ensemble des complexes ce sont des corps possédant une infinité d'éléments. On appelle corps de Galois tout corps possédant un nombre fini d'éléments. Pour tout nombre premier p , il existe un corps de Galois noté $GF(p)$ possédant $p - 1$ éléments: $GF(p) = \{0, 1, \dots, p\}$ où l'addition et la multiplication sont effectuées modulo p ; et les éléments du corps sont des classes. Une classe est le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par p . Comme tout corps, le corps de Galois respecte la loi sur la multiplication: le produit doit appartenir au même ensemble que celui de départ.

• Exemple: Dans un corps de Galois $GF(7)$:

$$[5.3] \quad 7 = [15] \quad 7 = 15 - 2 \times 7 = 1$$

$$[6.2] \quad 7 = [12] \quad 7 = 12 - 1 \times 7 = 5$$

Annexe C

Caractéristiques du code RS(255, 239) et du corps GF(2⁸).

C.1 Propriétés du code RS(255, 239)

Le code RS(255,239) est de longueur $N = 255 = 2^8 - 1$ donc $m = 8$, ce qui signifie que les symboles sont de 8 bits. Il est ainsi construit à partir du corps $GF(2^8)$. De plus, il y a donc

$N - K = 16$ symboles de redondance d'où $t = \frac{N-K}{2} = 8$ symboles corrigibles par mots de N bits. Le pouvoir de correction correspond donc à 64 bits au maximum puisque chaque symbole est sur 8 bits. Il peut corriger environ jusqu'à 3% des bits transmis.

Le rendement de ce code est $R = 0,937$, son insertion dans un canal de transmission entraîne donc une légère diminution du débit utile, qui se retrouve multiplié par R .

Le paragraphe suivant, donne les caractéristiques du corps de Galois $GF(2^8)$ à partir duquel le polynôme générateur du code est obtenu, et sur lequel toutes les opérations au niveau du codage et du décodage sont réalisées.

C.2 Propriétés du corps GF(2⁸)

Sur $GF(2^8)$, il existe $2^8 = 256$ symboles composés de 8 bits comme défini par 3.2 :

$$GF(2^8) = \{0, \alpha^0, \alpha, \dots, \alpha^{254}\}$$

Afin de réaliser les opérations nécessaires au codage / décodage, il faut tout d'abord construire chacun de ces éléments. Les huit premières puissances de α sont facilement obtenues, avec un '1' sur la i^{eme} position pour l'élément $\alpha^i, i \in [0; 7]$, c'est-à-dire :

$$\alpha^0 : 10000000$$

$$\alpha^1 : 01000000$$

$$\alpha^2 : 00100000$$

$$\alpha^3 : 00010000$$

$$\alpha^4 : 00001000$$

$$\alpha^5 : 00000100$$

$$\alpha^6 : 00000010$$

$$\alpha^7 : 00000001$$

Pour obtenir les puissances supérieures, on part du polynôme primitif de $GF(256)$ qui est donné par (voir Tableau III- 1) :

$$f(X) = 1 + X^2 + X^3 + X^4 + X^8 \quad (C-1)$$

Comme α est par définition une racine du polynôme primitif, c'est-à-dire $f(\alpha) = 0$, on a alors la relation

$$\alpha^8 = 1 + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 \quad (C-2)$$

Les α^i pour $i \in [0; 8]$ étant alors déterminés, tous les α^i pour $i \in [9; 254]$ peuvent être obtenus à partir de la règle de multiplication :

$$\alpha^{i+1} = \alpha \cdot \alpha^i \quad (C-3)$$

En utilisant également la règle d'addition dans $GF(2^8)$ de deux α^i différents, qui revient à faire l'addition bit à bit sans retenue.

Par exemple, cela donne pour les premières puissances de $\alpha^i, i \geq 9$:

$$\begin{aligned} \alpha^9 &= \alpha \cdot \alpha^8 = \alpha + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 = & 01011100 \\ \alpha^{10} &= \alpha \cdot \alpha^9 = \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^6 = & 00101110 \\ \alpha^{11} &= \alpha \cdot \alpha^{10} = \alpha^3 + \alpha^5 + \alpha^6 + \alpha^7 = & 00010111 \\ \alpha^{12} &= \alpha \cdot \alpha^{11} = \alpha^4 + \alpha^6 + \alpha^7 + \alpha^8 = & 00001011 + 10111000 = 10110011 \\ & \dots & \dots & \dots \end{aligned}$$

Avec cette méthode, on obtient alors chacun des 255 α^i qui sont représentés sur les pages suivantes figures C-1 et C-2.

C.3 Codage et polynôme générateur du RS(255,239)

Le polynôme générateur est de degré $N - K = 255 - 239 = 16$. Il possède ainsi 16 racines, qui sont des puissances de α consécutives. Il peut alors prendre l'expression suivante :

$$G(X) = (X + \alpha) \cdot (X + \alpha^2) \cdot (X + \alpha^3) \cdot \dots \cdot (X + \alpha^{16}) \quad (C-4)$$

Une fois le polynôme développé et les α^i additionnés et multipliés selon les règles présentées plus haut, le polynôme générateur s'écrit :

$$\begin{aligned} G(X) = & \alpha^{136} \cdot X^0 + \alpha^{240} \cdot X^1 + \alpha^{208} \cdot X^2 + \alpha^{195} \cdot X^3 + \alpha^{181} \cdot X^4 + \alpha^{158} \cdot X^5 + \alpha^{201} \cdot X^6 + \\ & \alpha^{100} \cdot X^7 + \alpha^{11} \cdot X^8 + \alpha^{83} \cdot X^9 + \alpha^{167} \cdot X^{10} + \alpha^{107} \cdot X^{11} + \alpha^{113} \cdot X^{12} + \alpha^{110} \cdot X^{13} + \alpha^{106} \cdot \\ & X^{14} + \alpha^{121} \cdot X^{15} + X^{16} \end{aligned} \quad (C-5)$$

Le codage d'un bloc de bits s'effectue en multipliant une séquence de 239 symboles par le polynôme $G(X)$. Le mot obtenu est alors de 255 symboles soit $255 \times 8 = 2040$ bits.

Alpha 0 : 1 0 0 0 0 0 0 0	Alpha 64 : 1 1 1 1 1 0 1 0
Alpha 1 : 0 1 0 0 0 0 0 0	Alpha 65 : 0 1 1 1 1 1 0 1
Alpha 2 : 0 0 1 0 0 0 0 0	Alpha 66 : 1 0 0 0 0 1 1 0
Alpha 3 : 0 0 0 1 0 0 0 0	Alpha 67 : 0 1 0 0 0 0 1 1
Alpha 4 : 0 0 0 0 1 0 0 0	Alpha 68 : 1 0 0 1 1 0 0 1
Alpha 5 : 0 0 0 0 0 1 0 0	Alpha 69 : 1 1 1 1 0 1 0 0
Alpha 6 : 0 0 0 0 0 0 1 0	Alpha 70 : 0 1 1 1 1 0 1 0
Alpha 7 : 0 0 0 0 0 0 0 1	Alpha 71 : 0 0 1 1 1 1 0 1
Alpha 8 : 1 0 1 1 1 0 0 0	Alpha 72 : 1 0 1 0 0 1 1 0
Alpha 9 : 0 1 0 1 1 1 0 0	Alpha 73 : 0 1 0 1 0 0 1 1
Alpha 10 : 0 0 1 0 1 1 1 0	Alpha 74 : 1 0 0 1 0 0 0 1
Alpha 11 : 0 0 0 1 0 1 1 1	Alpha 75 : 1 1 1 1 0 0 0 0
Alpha 12 : 1 0 1 1 0 0 1 1	Alpha 76 : 0 1 1 1 1 0 0 0
Alpha 13 : 1 1 1 0 0 0 0 1	Alpha 77 : 0 0 1 1 1 1 0 0
Alpha 14 : 1 1 0 0 1 0 0 0	Alpha 78 : 0 0 0 1 1 1 1 0
Alpha 15 : 0 1 1 0 0 1 0 0	Alpha 79 : 0 0 0 0 1 1 1 1
Alpha 16 : 0 0 1 1 0 0 1 0	Alpha 80 : 1 0 1 1 1 1 1 1
Alpha 17 : 0 0 0 1 1 0 0 1	Alpha 81 : 1 1 1 0 0 1 1 1
Alpha 18 : 1 0 1 1 0 1 0 0	Alpha 82 : 1 1 0 0 1 0 1 1
Alpha 19 : 0 1 0 1 1 0 1 0	Alpha 83 : 1 1 0 1 1 1 0 1
Alpha 20 : 0 0 1 0 1 1 0 1	Alpha 84 : 1 1 0 1 0 1 1 0
Alpha 21 : 1 0 1 0 1 1 1 0	Alpha 85 : 0 1 1 0 1 0 1 1
Alpha 22 : 0 1 0 1 0 1 1 1	Alpha 86 : 1 0 0 0 1 1 0 1
Alpha 23 : 1 0 0 1 0 0 1 1	Alpha 87 : 1 1 1 1 1 1 1 0
Alpha 24 : 1 1 1 1 0 0 0 1	Alpha 88 : 0 1 1 1 1 1 1 1
Alpha 25 : 1 1 0 0 0 0 0 0	Alpha 89 : 1 0 0 0 0 1 1 1
Alpha 26 : 0 1 1 0 0 0 0 0	Alpha 90 : 1 1 1 1 1 0 1 1
Alpha 27 : 0 0 1 1 0 0 0 0	Alpha 91 : 1 1 0 0 0 1 0 1
Alpha 28 : 0 0 0 1 1 0 0 0	Alpha 92 : 1 1 0 1 1 0 1 0
Alpha 29 : 0 0 0 0 1 1 0 0	Alpha 93 : 0 1 1 0 1 1 0 1
Alpha 30 : 0 0 0 0 0 1 1 0	Alpha 94 : 1 0 0 0 1 1 1 0
Alpha 31 : 0 0 0 0 0 0 1 1	Alpha 95 : 0 1 0 0 0 1 1 1
Alpha 32 : 1 0 1 1 1 0 0 1	Alpha 96 : 1 0 0 1 1 0 1 1
Alpha 33 : 1 1 1 0 0 1 0 0	Alpha 97 : 1 1 1 1 0 1 0 1
Alpha 34 : 0 1 1 1 0 0 1 0	Alpha 98 : 1 1 0 0 0 0 1 0
Alpha 35 : 0 0 1 1 1 0 0 1	Alpha 99 : 0 1 1 0 0 0 0 1
Alpha 36 : 1 0 1 0 0 1 0 0	Alpha 100 : 1 0 0 0 1 0 0 0
Alpha 37 : 0 1 0 1 0 0 1 0	Alpha 101 : 0 1 0 0 0 1 0 0
Alpha 38 : 0 0 1 0 1 0 0 1	Alpha 102 : 0 0 1 0 0 0 1 0
Alpha 39 : 1 0 1 0 1 1 0 0	Alpha 103 : 0 0 0 1 0 0 0 1
Alpha 40 : 0 1 0 1 0 1 1 0	Alpha 104 : 1 0 1 1 0 0 0 0
Alpha 41 : 0 0 1 0 1 0 1 1	Alpha 105 : 0 1 0 1 1 0 0 0
Alpha 42 : 1 0 1 0 1 1 0 1	Alpha 106 : 0 0 1 0 1 1 0 0
Alpha 43 : 1 1 1 0 1 1 1 0	Alpha 107 : 0 0 0 1 0 1 1 0
Alpha 44 : 0 1 1 1 0 1 1 1	Alpha 108 : 0 0 0 0 1 0 1 1
Alpha 45 : 1 0 0 0 0 0 1 1	Alpha 109 : 1 0 1 1 1 1 0 1
Alpha 46 : 1 1 1 1 1 0 0 1	Alpha 110 : 1 1 1 0 0 1 1 0
Alpha 47 : 1 1 0 0 0 1 0 0	Alpha 111 : 0 1 1 1 0 0 1 1
Alpha 48 : 0 1 1 0 0 0 1 0	Alpha 112 : 1 0 0 0 0 0 0 1
Alpha 49 : 0 0 1 1 0 0 0 1	Alpha 113 : 1 1 1 1 1 0 0 0
Alpha 50 : 1 0 1 0 0 0 0 0	Alpha 114 : 0 1 1 1 1 1 0 0
Alpha 51 : 0 1 0 1 0 0 0 0	Alpha 115 : 0 0 1 1 1 1 1 0
Alpha 52 : 0 0 1 0 1 0 0 0	Alpha 116 : 0 0 0 1 1 1 1 1
Alpha 53 : 0 0 0 1 0 1 0 0	Alpha 117 : 1 0 1 1 0 1 1 1
Alpha 54 : 0 0 0 0 1 0 1 0	Alpha 118 : 1 1 1 0 0 0 1 1
Alpha 55 : 0 0 0 0 0 1 0 1	Alpha 119 : 1 1 0 0 1 0 0 1
Alpha 56 : 1 0 1 1 1 0 1 0	Alpha 120 : 1 1 0 1 1 1 0 0
Alpha 57 : 0 1 0 1 1 1 0 1	Alpha 121 : 0 1 1 0 1 1 1 0
Alpha 58 : 1 0 0 1 0 1 1 0	Alpha 122 : 0 0 1 1 0 1 1 1
Alpha 59 : 0 1 0 0 1 0 1 1	Alpha 123 : 1 0 1 0 0 0 1 1
Alpha 60 : 1 0 0 1 1 1 0 1	Alpha 124 : 1 1 1 0 1 0 0 1
Alpha 61 : 1 1 1 1 0 1 1 0	Alpha 125 : 1 1 0 0 1 1 0 0
Alpha 62 : 0 1 1 1 1 0 1 1	Alpha 126 : 0 1 1 0 0 1 1 0
Alpha 63 : 1 0 0 0 0 1 0 1	Alpha 127 : 0 0 1 1 0 0 1 1

Figure C-1: Puissances α de 0 à 127

Alpha 128	: 1 0 1 0 0 0 0 1	Alpha 192	: 0 1 0 0 0 0 0 1
Alpha 129	: 1 1 1 0 1 0 0 0	Alpha 193	: 1 0 0 1 1 0 0 0
Alpha 130	: 0 1 1 1 0 1 0 0	Alpha 194	: 0 1 0 0 1 1 0 0
Alpha 131	: 0 0 1 1 1 0 1 0	Alpha 195	: 0 0 1 0 0 1 1 0
Alpha 132	: 0 0 0 1 1 1 0 1	Alpha 196	: 0 0 0 1 0 0 1 1
Alpha 133	: 1 0 1 1 0 1 1 0	Alpha 197	: 1 0 1 1 0 0 0 1
Alpha 134	: 0 1 0 1 1 0 1 1	Alpha 198	: 1 1 1 0 0 0 0 0
Alpha 135	: 1 0 0 1 0 1 0 1	Alpha 199	: 0 1 1 1 0 0 0 0
Alpha 136	: 1 1 1 1 0 0 1 0	Alpha 200	: 0 0 1 1 1 0 0 0
Alpha 137	: 0 1 1 1 1 0 0 1	Alpha 201	: 0 0 0 1 1 1 0 0
Alpha 138	: 1 0 0 0 0 1 0 0	Alpha 202	: 0 0 0 0 1 1 1 0
Alpha 139	: 0 1 0 0 0 0 1 0	Alpha 203	: 0 0 0 0 0 1 1 1
Alpha 140	: 0 0 1 0 0 0 0 1	Alpha 204	: 1 0 1 1 1 0 1 1
Alpha 141	: 1 0 1 0 1 0 0 0	Alpha 205	: 1 1 1 0 0 1 0 1
Alpha 142	: 0 1 0 1 0 1 0 0	Alpha 206	: 1 1 0 0 1 0 1 0
Alpha 143	: 0 0 1 0 1 0 1 0	Alpha 207	: 0 1 1 0 0 1 0 1
Alpha 144	: 0 0 0 1 0 1 0 1	Alpha 208	: 1 0 0 0 1 0 1 0
Alpha 145	: 1 0 1 1 0 0 1 0	Alpha 209	: 0 1 0 0 0 1 0 1
Alpha 146	: 0 1 0 1 1 0 0 1	Alpha 210	: 1 0 0 1 1 0 1 0
Alpha 147	: 1 0 0 1 0 1 0 0	Alpha 211	: 0 1 0 0 1 1 0 1
Alpha 148	: 0 1 0 0 1 0 1 0	Alpha 212	: 1 0 0 1 1 1 1 0
Alpha 149	: 0 0 1 0 0 1 0 1	Alpha 213	: 0 1 0 0 1 1 1 1
Alpha 150	: 1 0 1 0 1 0 1 0	Alpha 214	: 1 0 0 1 1 1 1 1
Alpha 151	: 0 1 0 1 0 1 0 1	Alpha 215	: 1 1 1 1 0 1 1 1
Alpha 152	: 1 0 0 1 0 0 1 0	Alpha 216	: 1 1 0 0 0 0 1 1
Alpha 153	: 0 1 0 0 1 0 0 1	Alpha 217	: 1 1 0 1 1 0 0 1
Alpha 154	: 1 0 0 1 1 1 0 0	Alpha 218	: 1 1 0 1 0 1 0 0
Alpha 155	: 0 1 0 0 1 1 1 0	Alpha 219	: 0 1 1 0 1 0 1 0
Alpha 156	: 0 0 1 0 0 1 1 1	Alpha 220	: 0 0 1 1 0 1 0 1
Alpha 157	: 1 0 1 0 1 0 1 1	Alpha 221	: 1 0 1 0 0 0 1 0
Alpha 158	: 1 1 1 0 1 1 0 1	Alpha 222	: 0 1 0 1 0 0 0 1
Alpha 159	: 1 1 0 0 1 1 1 0	Alpha 223	: 1 0 0 1 0 0 0 0
Alpha 160	: 0 1 1 0 0 1 1 1	Alpha 224	: 0 1 0 0 1 0 0 0
Alpha 161	: 1 0 0 0 1 0 1 1	Alpha 225	: 0 0 1 0 0 1 0 0
Alpha 162	: 1 1 1 1 1 1 0 1	Alpha 226	: 0 0 0 1 0 0 1 0
Alpha 163	: 1 1 0 0 0 1 1 0	Alpha 227	: 0 0 0 0 1 0 0 1
Alpha 164	: 0 1 1 0 0 0 1 1	Alpha 228	: 1 0 1 1 1 1 0 0
Alpha 165	: 1 0 0 0 1 0 0 1	Alpha 229	: 0 1 0 1 1 1 1 0
Alpha 166	: 1 1 1 1 1 1 0 0	Alpha 230	: 0 0 1 0 1 1 1 1
Alpha 167	: 0 1 1 1 1 1 1 0	Alpha 231	: 1 0 1 0 1 1 1 1
Alpha 168	: 0 0 1 1 1 1 1 1	Alpha 232	: 1 1 1 0 1 1 1 1
Alpha 169	: 1 0 1 0 0 1 1 1	Alpha 233	: 1 1 0 0 1 1 1 1
Alpha 170	: 1 1 1 0 1 0 1 1	Alpha 234	: 1 1 0 1 1 1 1 1
Alpha 171	: 1 1 0 0 1 1 0 1	Alpha 235	: 1 1 0 1 0 1 1 1
Alpha 172	: 1 1 0 1 1 1 1 0	Alpha 236	: 1 1 0 1 0 0 1 1
Alpha 173	: 0 1 1 0 1 1 1 1	Alpha 237	: 1 1 0 1 0 0 0 1
Alpha 174	: 1 0 0 0 1 1 1 1	Alpha 238	: 1 1 0 1 0 0 0 0
Alpha 175	: 1 1 1 1 1 1 1 1	Alpha 239	: 0 1 1 0 1 0 0 0
Alpha 176	: 1 1 0 0 0 1 1 1	Alpha 240	: 0 0 1 1 0 1 0 0
Alpha 177	: 1 1 0 1 1 0 1 1	Alpha 241	: 0 0 0 1 1 0 1 0
Alpha 178	: 1 1 0 1 0 1 0 1	Alpha 242	: 0 0 0 0 1 1 0 1
Alpha 179	: 1 1 0 1 0 0 1 0	Alpha 243	: 1 0 1 1 1 1 1 0
Alpha 180	: 0 1 1 0 1 0 0 1	Alpha 244	: 0 1 0 1 1 1 1 1
Alpha 181	: 1 0 0 0 1 1 0 0	Alpha 245	: 1 0 0 1 0 1 1 1
Alpha 182	: 0 1 0 0 0 1 1 0	Alpha 246	: 1 1 1 1 0 0 1 1
Alpha 183	: 0 0 1 0 0 0 1 1	Alpha 247	: 1 1 0 0 0 0 0 1
Alpha 184	: 1 0 1 0 1 0 0 1	Alpha 248	: 1 1 0 1 1 0 0 0
Alpha 185	: 1 1 1 0 1 1 0 0	Alpha 249	: 0 1 1 0 1 1 0 0
Alpha 186	: 0 1 1 1 0 1 1 0	Alpha 250	: 0 0 1 1 0 1 1 0
Alpha 187	: 0 0 1 1 1 0 1 1	Alpha 251	: 0 0 0 1 1 0 1 1
Alpha 188	: 1 0 1 0 0 1 0 1	Alpha 252	: 1 0 1 1 0 1 0 1
Alpha 189	: 1 1 1 0 1 0 1 0	Alpha 253	: 1 1 1 0 0 0 1 0
Alpha 190	: 0 1 1 1 0 1 0 1	Alpha 254	: 0 1 1 1 0 0 0 1
Alpha 191	: 1 0 0 0 0 0 1 0		

Figure C-2: Puissances α de 128 à 254