

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE « Dr. TAHAR MOULAY » DE SAIDA

FACULTE DES SCIENCES



MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de

MASTER

Spécialité : PHYSIQUE

Option : Physique des matériaux.

Par

BERRIAH Youcef

Sur le thème

**Etude numérique de l'effet de la fraction
volumique des nanoparticules sur le transfert thermique
dans une cavité cylindrique.**

Soutenu le 26/06/2018 devant le jury composé de :

EL KEURTI	Mohammed	Professeur	Université Saida	Président
MAACHE	Mouna	M. C. A	Université Saida	Rapporteur
MESKINE	Mohamed	M. C. A	Université Saida	Examineur
SAADAoui	Fatiha	Docteur	Université Saida	Examineur

Année Universitaire 2017 - 2018

Résumé :

Dans ce travail, l'effet de la direction du champ magnétique sur la convection naturelle laminaire stationnaire dans un cylindre vertical rempli d'un nanofluide Al_2O_3 est numériquement étudié. Le champ magnétique extérieurement appliqué au cylindre est une fois dirigé axialement (B_z) et une seconde fois dirigé radialement (B_r). Le cylindre ayant un rapport d'aspect $H/R_0=4$ est limité par deux parois supérieure et inférieure à des températures constantes respectives froide T_c et chaude T_h et par une paroi latérale adiabatique. Les équations de continuité, Navier Stocks et d'énergie sont adimensionnalisées et ensuite discrétisées par la méthode des volumes finis. Un code de calcul basé sur l'algorithme de SIMPLER est développé et comparé avec les résultats trouvés dans la littérature. Les effets de la direction et de l'intensité du champ magnétique sur le champ dynamique, sur le champ thermique et sur le nombre de Nusselt moyen sont présentés et discutés à travers la variation du nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, \dots, 80$) ainsi que l'effet de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) et ceci pour deux valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=10^3$ et 10^4). Les résultats trouvés montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh mais il diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann. En fonction de la direction du champ magnétique et des valeurs des nombres de Hartmann et de Rayleigh, une augmentation dans la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide peut provoquer une amélioration ou une détérioration dans la performance du transfert thermique dans le nanofluide.

Mots clés :

Convection naturelle, nanofluide, champ magnétique, Reynolds, Nusselt, méthode des volumes finis, simulation numérique.

Abstract:

In this work, the effect of the magnetic field direction on laminar stationary convection heat transfer in a vertical cylinder filled with an Al_2O_3 nanofluid is numerically studied. The magnetic field externally applied to the cylinder is once directed axially (B_z) and a second time directed radially (B_r). The cylinder having an aspect ratio $H/R_0=4$, is limited by two upper and lower walls at constant temperatures respectively cold T_c and hot T_h and by an adiabatic side wall. The equations of continuity, Navier Stocks and energy are non-dimensionalized and then discretized by the finite volume method. A computer program based on the SIMPLER algorithm is developed and compared with the numerical results found in the literature. The effects of the direction and intensity of the magnetic field on the dynamic field, on the thermal field and on the average Nusselt number are presented and discussed through the variation of the Hartmann number ($Ha=0, 5, 10, \dots, 80$), as well as the effect of the nanoparticles volume fraction ($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) and this for two values of Rayleigh number ($Ra=10^3$ et 10^4). The results found show that the average Nusselt number increases with the increase in the Rayleigh number but it decreases with the increase in the Hartmann number. Depending on the magnetic field direction and on the values of Hartmann and Rayleigh numbers, an increase in the volume fraction of the nanoparticles in the nanofluid may cause an enhancement or deterioration in the heat transfer performance in the nanofluid.

Keywords:

Natural convection, nanofluid, magnetic field, Reynolds, Nusselt, finite volume method, numerical simulation.

ملخص :

في هذا العمل، قمنا بدراسة عددية لتأثير اتجاه الحقل المغناطيسي على الحمل الحراري الحر الهادي الثابت في حاوية أسطوانية عمودية مملوءة بمحلول مائي مع جزيئات النانو لتشكيل ما يسمى بالنانوفلويدي، وتلك الجزيئات تتمثل في أكسيد الألومنيوم أو ما يسمى بالألومينا (Al_2O_3). الحقل المغناطيسي المطبق خارجيا على الحاوية وجه مرة عموديا (B_z) و مرة ثانية أفقيا (B_r). الحاوية الأسطوانية ذات نسبة الارتفاع $H/R_0=4$ محددة بقصرين العلوي حرارته ثابتة ومنخفضة (T_c) و السفلي حرارته ثابتة و مرتفعة (T_h) أما الجدار الجانبي للحاوية فهو عازل للحرارة. طبقت على معادلات الأنماط الحرارية (معادلة الاستمرارية، معادلة كمية الحركة و معادلة الطاقة) طريقة الأحجام المتناهية. برنامج حساب أساسه خوارزمية SIMPLER تم تطويره و مقارنته مع النتائج المنشورة مسبقا. قدمت و نوقشت تأثيرات اتجاه و شدة الحقل المغناطيسي على الحقل الديناميكي و الحقل الحراري و على عدد نوسالت (Nusselt) و ذلك من خلال تغيير عدد هارتمان (Hartmann) $Ha=0, 5, 10, \dots, 80$ و كذلك تأثيرات عدد من تراكيز جزيئات النانو

($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) و كل هذا من أجل قيمتين لعدد رايلي ($Ra=10^3$ et 10^4). النتائج المتوصل إليها بينت أن قيمة عدد نوسالت ترتفع مع ارتفاع قيمة عدد رايلي و لكنها تنخفض مع ارتفاع قيمة عدد هارتمان. من النتائج المسجلة أيضا أن زيادة تراكيز جزيئات النانو يمكنها أن تولد إما تحسن أو تدهور في فعالية النقل الحراري في المحلول المائي مع جزيئات النانو و ذلك حسب اتجاه الحقل المغناطيسي و قيم عددي هارتمان و رايلي.

كلمات مفتاحية :

الحمل الحراري، النانوفلويدي، الحقل المغناطيسي، رايلي، نوسالت، طريقة الأحجام المتناهية، المحاكاة العددية.

DEDICACES

Je Dédie ce modeste Travail :

➤ *A mes parents.*

➤ *A mes frères et mes sœurs.*

➤ *A toute ma famille et à mes amis.*

.... Youcef Berriah

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à M^{me} MAACHÉ. Je la remercie sincèrement pour son suivi et ses précieux conseils tout au long de ce travail.

Ma très affectueuse reconnaissance va à tous les membres de ma famille et notamment à mon père et à ma mère, qui m'ont soutenu durant toutes ces années.

Enfin, j'adresse mes amicales salutations à tous mes ami(e) s et à tous ceux qui, de près comme de loin, ont contribué à la réussite de ce travail de recherche.

Sommaire

RESUME.....	II
DEDICACE.....	V
REMERCIEMENTS.....	VI
SOMMAIRE.....	VII
LEGENDE DES FIGURES	XI
LEGENDE DES TABLEAUX	XIV
NOMENCLATURE.....	XV
INTRODUCTION	a
CHAPITRE I :	
REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	2
I.1. LA CONVECTION.....	2
I.1.1 LA CONVECTION NATURELLE.....	3
I.1.2 LA CONVECTION FORCEE.....	4
I.2. GENERALITES SUR LES NANOFUIDES	5
I.2.1 DEFINITION D’UN NANOFUIDE.....	7
I.2.2 LES NANOFUIDES ET LES FLUIDES PORTEURS	7
I.3. ETAT DE L’ART SUR LES NANOFUIDES.....	8
I.4. PRODUCTION DES NANOFUIDES.....	10
I.4.1 LA METHODE A UNE SEULE ETAPE.....	10
I.4.2 LA METHODE A DEUX ETAPES.....	11
I.5. LA DOMAINES D’APPLICATION DES NANOFUIDES.....	12
I.5.1 REFROIDISSEMENT DES SYSTEMES ELECTRONIQUES	12
I.5.2 REFROIDISSEMENT DES SYSTEMES THERMIQUES	12

I.5.3	REFROIDISSEMENT DES SYSTEMES MILITAIRES.....	12
I.5.4	REFROIDISSEMENT DES SYSTEMES SPATIAUX.....	13
I.5.5	REFROIDISSEMENT DES SYSTEMES NUCLEAIRES	13
I.5.6	LA BIOMEDECINE.....	13
I.5.7	D'AUTRES APPLICATION DES NANOFLUIDES.....	13
I.6.	AVANTAGES ET INCONVENIENT DES NANOFLUIDES	
	LES PLUS UTILISES.....	14
I.7.	TRAVAUX ANTERIEURS.....	16
I.7.1	CONVECTION DES NANOFLUIDES DANS LES CAVITES FERMEES	
	SANS APPLICATION DU CHAMP MAGNETIQUE.....	18
1.7.2	CONVECTION DES NANOFLUIDES DANS LES CAVITES FERMEES	
	SOUMISES A L'ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE EXTERIEUR.....	20
1.8.	OBJECTIFS DU PRESENT TRAVAIL.....	22
 CHAPITRE II :		
	MODELE MATHEMATIQUE.....	25
II.1.	INTRODUCTION.....	25
II.2.	FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME.....	25
II.2.1.	CONFIGURATION ETUDIEE.....	25
II.2.2.	HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.....	26
II.3.	EQUATIONS GOUVERNANTES.....	27
II.3.1.	EQUATION DE CONTINUITE	27
II.3.2.	EQUATION DE LA CONSERVATION DE QUANTITE	
	DE MOUVEMENT.....	27
II.3.3.	EQUATION DE LA CONSERVATION D'ENERGIE.....	28

II.4. CONDITIONS AUX LIMITES.....	28
II.5. FORMULES DES PROPRIETES THERMO-PHYSIQUE	
DU NANOFLUIDE	28
II.6. EQUATIONS GOUVERNATES ADIMENSIONNELLES	29
II.6.1. FORME GENERALE DES EQUATIONS ADIMENSIONNELLES	30
II.6.2. CONDITIONS AUX LIMITES ADIMENSIONNELLES	31
II.7. NOMBRE DE NUSSELT	32
II.8. LES PROPRIETES THERMO- PHYSIQUE DU NANOFLUIDE.....	32
II.8.1. CONDUCTIVITE THERMIQUE.....	32
II.8.1.1. MODELE DE MAXWELL (1873)	33
II.8.1.2. MODELE DE HAMILTON-CROSSER (1962)	33
II.8.2. VISCOSITE DYNAMIQUE.....	33
II.8.2.1. MODELE D'EINSTEIN (1906)	34
II.8.2.2 MODELE DE BRINKMAN (1952)	34
II.8.3 MASSE VOLUMIQUE.....	34
II.8.4 CHALEUR SPECIFIQUE.....	35
 CHAPITRE III :	
 MODELISATION NUMERIQUE.....	37
III.1. INTRODUCTION.....	37
III.2. PRINCIPE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS.....	37
III.2.1. MAILLAGE.....	38
III.2.2 DISCRETISATION.....	38
III.2.3 ALGORITHMES DE RESOLUTION.....	41
III.2.3.1 ALGORITHME SIMPLER.....	42

III.2.3.2 ORGANIGRAMME DE L'ALGORITHME SIMPLER.....	44
III.2.4 RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS	45
III.2.4.1. PRESENTATION DE LA METHODE.....	45
III.2.4.2. TECHNIQUE DE SOUS-RELAXTION.....	46
III.2.5. CRITERE DE CONVERGENCE.....	48

CHAPITRE IV :

RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	50
IV.1. INTRODUCTION	50
IV.2. EFFECT DU MAILLAGE SUR LES SOLUTIONS NUMERIQUES	50
IV.3. VALIDATION DU CODE.....	51
IV.4. RESULTATS ET DISCUSSION	52

CHAPITRE V :

CONCLUSION.....	69
REFERENCES	70
ANNEXE.....	75

LEGENDE DES FIGURES

Figure I.1 : Les deux modes de transfert de chaleur par convection.....	3
Figure I.2 : La convection naturelle.....	4
Figure I.3 : La convection forcée.....	5
Figure I.4 : Comparaison de la taille des nanoparticules.....	6
Figure I.5 : Image TEM de certains nanofluide.....	7
Figure I.6 : Nanoparticules d'oxyde de cuivre et d'oxyde d'aluminium Vues par le microscope électronique (SEM).....	9
Figure I.7 : Méthode de production des nanofluides à une seule étape.....	10
Figure I.8 : Méthode de production des nanofluides à deux étapes.....	10
Figure II.1 : Géométrie du problème.....	25
Figure III. 1 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant r) du maillage entrelacé pour la composante de vitesse u: vue dans ORZ.....	39
Figure III. 2 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant z) du maillage entrelacé pour la composante de vitesse v, vue dans OZR.....	39
Figure III. 3 : Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLER.....	41
Figure III.4 : Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne.....	46
Figure III.5 : Evolution possible des ϕ_p^k dans un processus convergent ; Nécessité d'une sur-relaxation.....	48
Figure III.6 : Evolution possible des ϕ_p^k dans un processus divergent ; Nécessité d'une sous-relaxation.....	48
Figure IV.1 : Effet du maillage sur la solution pour $Ra = 10^4$, $\phi = 0.05$ et $Ha = 5$ champ magnétique radial B_r	50

Figure IV.2 : Schéma du maillage du domaine de calcul.....	51
Figure IV.3 : Validation du code de calcul de la présente étude avec les résultats de Ghasemi et al. (2011).....	51
Figure IV.4 : Validation du code de calcul pour $Ra = 10^5$, $\phi = 0.03$ and $Ha = 30$: (a) et (c) lignes de courant et isothermes de Ghasemi et al. (2011) (b) et (d) lignes de courant et isothermes de cette étude.....	52
Figure IV.5 : Isothermes pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ , Sans application du champ magnétique.....	53
Figure IV.6 : Isothermes pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 6 valeurs de Ha et les deux directions du champ magnétique B_r et B_z	56
Figure IV.7 : Lignes de courant pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 4 valeurs de Ha et le champ magnétique est radial B_r	58
Figure IV.8 : Vecteurs vitesses pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 2 valeurs de Ha et le champ magnétique est radial B_r	59
Figure IV.9 : Variation de la composante axiale de la vitesse adimensionnelle le long de la mi-hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ et 4 valeurs de Ha pour les deux directions du champ magnétique axiale B_r et radiale B_z	60
Figure IV.10 : Variation de la température adimensionnelle θ le long de la mi-hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ et 4 valeurs de Ha pour les deux directions du champ magnétique axiale B_z et radiale B_r	61
Figure IV.11 : Variation de la composante axiale de la vitesse adimensionnelle le long de la hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ (a) et $Ra = 10^4$ (b) et pour $Ha = 10$ (champ magnétique axial B_z et radial B_r) et pour trois valeurs de ϕ	62
Figure IV.12 : Variation de nombre de Nusselt moyen dans la paroi inférieure en fonction de Hartmann pour $Ra = 10^3$ et pour 3 valeurs de ϕ et pour les deux directions du champ magnétique.....	63
Figure IV.13 : Variation de nombre de Nusselt moyen dans la paroi inférieure en fonction de Hartmann pour $Ra = 10^3$ et pour 3 valeurs de ϕ et pour les deux directions du champ magnétique.....	63

Figure IV.14 : Variation du nombre de Nusselt local Nu_R le long du disque froid supérieur pour $Ra = 10^4$ et $Ha = 10$ (champ Magnétique radial Br et Axial Bz) Pour trois valeurs de ϕ**64**

Figure IV.15 : Variation de $Nu_m/Nu_{m, \phi=0}$ en fonction de ϕ pour quelques valeurs de Ha et pour $Ra=10^4$ dans les deux directions du champ magnétique.....**65**

LEGENDE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : Avantages et inconvénients des nanofluides.....	14
Tableau II.1 : Propriétés de l'eau et des nanoparticules en Al_2O_3	26
Tableau II.2 : Récapitulation des équations gouvernante adimensionnelles.....	31
Tableau III. 1 : La fonction $A(P_i)$ pour les différents schémas numériques.....	41
Tableau IV.1 : Variation du nombre de Nusselt moyen (Nu_m) et la fonction de courant maximum $ \Psi _{\max}$ avec la fraction volumique solide à différentes valeurs du nombre de Hartmann dans les 2 directions du champ magnétique pour $Ra=10^4$	66
Tableau IV.2 : Variation du nombre de Nusselt moyen (Nu_m) et la fonction de courant maximum $ \Psi _{\max}$ avec la fraction volumique solide pour $Ha=10$ et $Ha=20$ et pour les 2 directions du champ magnétique pour $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$	67

Nomenclature.

A	Rapport d'aspect.
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique en fonction du nombre de Peclet.
b	Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées.
B_0	Intensité du champ magnétique, $[Tesla]$.
C_p	Chaleur spécifique, $[J. kg^{-1}. K^{-1}]$
D	Terme diffusif dans le système d'équations algébriques discrétisées.
dr	Distance entre le nœud P et les nœuds E et W, $[m]$.
dz	Distance entre le nœud P et les nœuds N et S, $[m]$.
F	Terme de convection dans le système d'équations algébriques discrétisées.
g	Accélération gravitationnelle, $[m. s^{-2}]$
H	Hauteur du cylindre, $[m]$
Ha	Nombre de Hartmann adimensionnel
\vec{i}, \vec{j}	Composantes du vecteur unitaire dans le système de coordonnées cylindrique.
k	Conductivité thermique, $[W. m^{-1}. K^{-1}]$.
Nu_R	Nombre de Nusselt local.
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen.
p	Ppression du fluide, $[Pa]$
\bar{p}	Pression modifiée, $[Pa]$
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nnombre de Prandtl adimensionnel

r, z	Coordonnées cylindriques, $[m]$
r_p	Rayon des nanoparticules, $[nm]$
R, Z	Coordonnées adimensionnelles
Ra	Nombre de Rayleigh adimensionnel
R_0	Rayon du cylindre, $[m]$
S_φ	Terme source dans l'équation (30)
T	Température, $[K]$
u, v	Vitesse radiale, axiale, $[m. s^{-1}]$
U, V	Vitesse adimensionnelle radiale, axiale
ω_{nl}	Epaisseur de la nanocouche, $[nm]$

Lettres grecques :

α	Diffusivité thermique, $[m^2. s^{-1}]$
β	Coefficient d'expansion thermique, $[K^{-1}]$
ϕ	Fraction volumique des nanoparticules
φ	Paramètre adimensionnel dans l'équation (30).
Γ_φ	Terme diffusif dans l'équation (30)
μ	Viscosité dynamique, $[kg^{-1}.m^{-1}. s^{-1}]$
ν	Viscosité cinématique, $[m^2. s^{-1}]$
θ	Température adimensionnelle
ρ	Masse volumique, $[kg.m^{-3}]$

σ	Conductivité électrique, $[\mu S.cm^{-1}]$
ψ	Fonction de courant adimensionnelle

Indices / Exposants :

eff	Effectif
c	Froid
E	Point à l'Est du nœud central P.
e	La face Est du volume de contrôle considéré.
fl	Fluide (eau pure)
h	Chaud
max	Maximum
N	Point au Nord du nœud central P.
n	La face Nord du volume de contrôle considéré.
nf	Nanofluide
nl	Nanocouche
P	Nœud au centre du volume de contrôle considéré.
p	nanoparticule
r, z	Direction radiale, axiale
S	Point au Sud du nœud central P.

s	La face Sud du volume de contrôle considéré.
W	Point à l'Ouest du nœud central P.
w	La face Ouest du volume de contrôle considéré.

INTRODUCTION

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans un cylindre vertical a plusieurs applications d'engineering, tels que les échangeurs de chaleur, les collecteurs solaires, les systèmes de stockage de chaleur et les systèmes de refroidissement des équipements électroniques. Dans le but d'économiser l'énergie, l'augmentation du transfert thermique dans ces systèmes s'avère essentielle.

Les transferts thermiques par convection ont souvent été augmentés de manière passive en modifiant la configuration de l'écoulement ou en augmentant les surfaces d'échange entre la paroi et le fluide. Mais de telles approches ont déjà montré leurs limites et de nouvelles voies d'optimisation doivent être explorées.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection a fait l'objet principal de plusieurs travaux, et pour ce faire, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'essais numériques et expérimentaux portant sur la description des phénomènes gérant la convection, l'effet de la nature des systèmes dans lesquels elle a lieu (géométrie spécialement), et les propriétés des fluides impliqués (propriétés thermo-physiques).

Les fluides caloporteurs conventionnels tels que l'eau, l'éthylène glycol ou encore des huiles de moteur possèdent généralement des propriétés thermiques relativement peu intéressantes en comparaison à celles de la plupart des solides, en particulier des métaux. Et malgré des considérables efforts et développements dans le passé, l'amélioration de la capacité en transfert thermique de ces fluides reste toujours un sujet pertinent. Par conséquent, il y a toujours un besoin marqué en ce qui concerne le développement de nouvelles stratégies pour améliorer les caractéristiques thermiques des fluides conventionnels.

Avec l'apparition et le développement rapide des nanosciences et nanotechnologies pendant la deuxième moitié du 20^{ème} siècle, la convection a pris une grande part de cette richesse et a pris un autre aspect de perfectionnement : c'est au niveau nanométrique de la matière du milieu convectif que les récents travaux ont été concentrés.

Une technique innovante a été développée par **Choi [1]** se basant sur l'utilisation des nanoparticules solide dans le fluide de base, créant ainsi une nouvelle classe de fluides très spéciaux appelés 'nanofluides' qui semblent être très prometteurs pour les applications thermiques.

Quelques rares travaux expérimentaux ont montré, en effet, que ces nanofluides particuliers possèdent bel et bien des propriétés thermophysiques nettement supérieures à celles des liquides purs. De récents travaux expérimentaux et numériques ont clairement confirmé l'amélioration considérable en transfert thermique offerte par ces fluides dans le cas des écoulements confinés.

Dans des domaines d'industrie comme la croissance cristalline des semi-conducteurs et l'extraction de l'énergie géothermique, la convection naturelle est sous l'influence d'un champ magnétique. L'application du champ magnétique diminue le transfert thermique et l'utilisation des nanofluides l'augmente. Cependant, dans certains systèmes d'ingénierie comme les capteurs des champs magnétiques et les systèmes de refroidissement des équipements électroniques, l'application du champ magnétique est nécessaire et l'augmentation du taux de transfert de chaleur est souhaitable. L'idée d'utiliser les nanofluides dans de tels systèmes a été initialement présentée par **Ghasemi et al. [2]**. Ils ont étudié numériquement l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle d'un nanofluide remplissant une cavité carrée. Depuis, plusieurs autres études autant numériques qu'expérimentales ont été menées, néanmoins leurs résultats n'ont pas tous convergé vers une même conclusion d'où la nécessité de chercher davantage sur ce sujet et de trouver la bonne combinaison entre fraction volumique des nanoparticules et intensité du champ magnétique pour avoir la meilleure performance dans le transfert thermique dans les cavités fermées.

Dans le présent mémoire, nous étudions numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire et stationnaire dans un cylindre vertical rempli du nanofluide eau- Al_2O_3 en présence d'un champ magnétique extérieurement appliqué une fois axialement et une seconde fois radialement. Les simulations numériques sont réalisées pour prédire l'effet de la concentration des nanoparticules et celui de l'intensité et de la direction du champ magnétique sur l'amélioration du transfert thermique dans le cylindre. L'étude est faite pour deux valeurs de Rayleigh (10^3 et 10^4), pour un large intervalle de paramètres comme la fraction volumique des nanoparticules ($\phi=0, 0.025, 0.05, 0.075, 0.1$) et le nombre de Hartmann ($\text{Ha}=0, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60$). La conductivité thermique

équivalente du nanofluide est calculée selon le modèle de **Yu et Choi [3]**. Ce modèle a l'avantage de lier la conductivité thermique du nanofluide au diamètre des nanoparticules.

Cette présente étude comporte quatre chapitres, organisés de la manière suivante :

- **Chapitre 1 :**

Ce chapitre est consacré à la présentation de la théorie générale de la convection et d'une revue bibliographique des principaux travaux numériques et expérimentaux utilisant les nanofluides, ainsi qu'une synthèse sur les techniques de production des nanofluides et leurs domaines d'application industriels.

- **Chapitre 2 :**

Dans ce chapitre, sont présentés, les modèles mathématiques de la conductivité thermique et de la viscosité dynamique, la chaleur spécifique et la formulation mathématique du problème et les équations gouvernant l'écoulement.

- **Chapitre 3 :**

Ce chapitre porte sur une explication détaillée de la méthode des volumes finis utilisée pour la discrétisation des équations et la modélisation numérique du problème.

- **Chapitre 4 :**

Les principaux résultats avec leurs interprétations et les analyses des divers résultats de cette étude, sont présentés dans ce chapitre.

- **Conclusion générale :**

En dernier, ce mémoire est terminé par une conclusion générale où sont dégagés les points forts et les principaux résultats obtenus dans cette étude.

Chapitre I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. La convection :

Est un des trois modes de transfert de chaleur avec la conduction et le rayonnement. Le terme de convection fait référence aux transferts de chaleur se produisant entre une surface et un fluide en mouvement lorsque ceux-ci sont à des températures différentes. En plus du transfert d'énergie dû à la diffusion, il y a également transfert par le biais du mouvement du fluide. Ce dernier est associé au fait que de multiples molécules ont un mouvement collectif, ce qui implique un transfert de chaleur dans le cas où il existe un gradient thermique.

La contribution due au mouvement aléatoire des molécules, la diffusion, domine près de la surface où la vitesse du fluide est faible. En effet, à l'interface entre la surface et le fluide, étant donné que la vitesse du fluide est nulle, le seul mode de transfert est la diffusion. La contribution due au mouvement du fluide tient son origine du fait que la couche limite croît au fur et à mesure de l'avancée du fluide sur la surface.

La loi de Newton représentée par l'équation qui introduit la relation entre le flux échangé entre la surface et le fluide et la surface d'échangé :

$$\phi = hS(T_p - T_f) \quad (1)$$

- ϕ Flux thermique. $[W]$.

- h : Le coefficient d'échange convectif. $[W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}]$.

- S : La surface de contact solide/fluide. $[m^2]$.

- T_p : La température de la surface considérée. $[K]$.

- T_f : La température du fluide « au large » (suffisamment loin de la surface). $[K]$.

Le coefficient d'échange convectif dépend de l'état de surface, de la vitesse du fluide, et d'autres facteurs. Mais il est souvent traité comme une grandeur invariable.

On distingue, selon le mécanisme qui génère le flux, deux types de convection : la convection naturelle et la convection forcée.

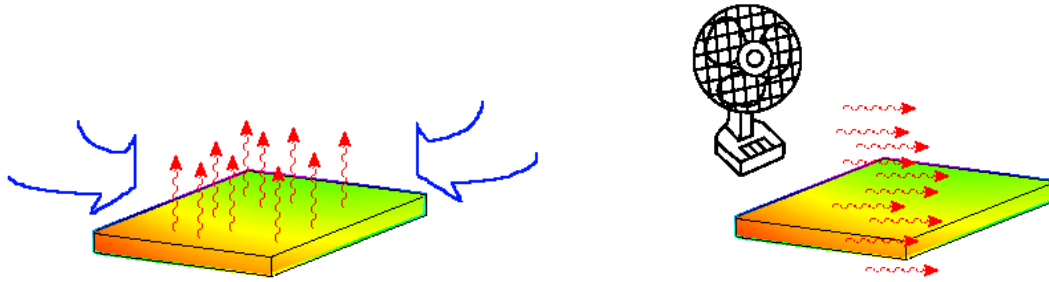


Figure I.1 : Les deux modes de transfert de chaleur par convection.

I.1.1. La convection naturelle :

En convection naturelle, les mouvements des particules de fluides ont pour origine les différences de masse volumique induites par un gradient de température imposé, en présence du champ de gravité.

Il en résulte une convection laminaire ou turbulente suivant le nombre de Grashof (Gr) :

$$Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2} \quad (2)$$

ΔT : écart caractéristique de température [K].

ν : viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$].

L : longueur caractéristique [m].

β : coefficient d'expansion thermique [K^{-1}].

Le transfert de chaleur est caractérisé par le nombre de Rayleigh (Ra).

- $Ra < 10^3$ convection négligeable, le transfert a lieu essentiellement par conduction.
- $10^3 < Ra < 10^9$ le transfert a lieu en régime de libre laminaire.
- $Ra > 10^9$ le transfert a lieu en régime de convection libre turbulente.

L'expérience montre que :

$$Nu = A.Ra^n = A(Pr.Gr)^n \quad (3)$$

Où A est une constante dépendante de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Rayleigh.

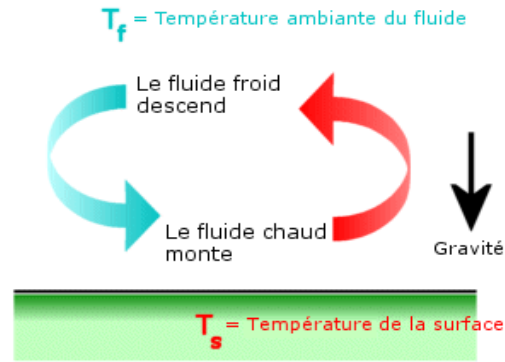


Figure I.2 : la convection naturelle.

I.1.2. Convection forcée :

Dans la convection forcée le mouvement est provoqué par un procédé mécanique (pompe, ventilateur, ...etc.), indépendant des phénomènes thermiques, c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide.

- L'écoulement est alors laminaire, transitoire ou turbulent suivant la valeur du nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad (4)$$

Où :

- L : longueur caractéristique [m].
- V : vitesse caractéristique de l'écoulement [$m.s^{-1}$].
- ν : viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]
- Le coefficient d'échange h est exprimé en fonction du nombre de Nusselt (Nu) défini par :

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (5)$$

Où :

- L : longueur caractéristique [m].
- k : conductivité thermique du fluide [$W.m^{-1}.K^{-1}$].
- h : Le coefficient d'échange convectif. [$W.m^{-2}.K^{-1}$]

Le nombre de Nusselt caractérise l'efficacité du transport thermique convectif par rapport à ce que serait le seul transport conductif dans le gaz.

L'expérience montre que $Nu = f(Pr, Re)$

Où $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ est le nombre de Prandtl qui résume les propriétés thermo-physiques du fluide. Il compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible. (Exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

Ainsi on posera en général :

$$Nu = A (Re)^m (Pr)^n \quad (6)$$

Où A est une constante dépendant de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Reynolds.

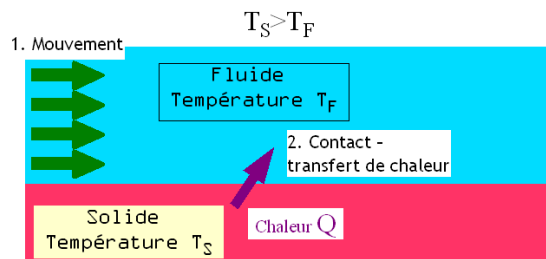


Figure I.3 : la convection forcée.

I.2. Généralités sur les nanofluides :

La suspension de nanoparticules de diamètre inférieur à 100 nm à l'intérieur d'un fluide de base tel que l'eau, l'éthylène, le glycol ou les huiles motrices donne un nanofluide.

En introduisant une fraction volumétrique quantifiable de particules solide (diamètre nanométrique) dans le fluide de base, on peut obtenir une augmentation de la conductivité

et du coefficient de transfert de chaleur par convection. En général, cela augmentera l'efficacité du transfert de chaleur réalisée dans le système. Cette nouvelle technologie enrichit énormément la capacité des industries qui se spécialisent dans les produits qui dépendent fortement de la capacité de transfert de chaleur, comme la microélectronique, les industries aérospatiales, les réacteurs nucléaires, les microréacteurs, les automobiles, les échangeurs de chaleur industriels etc. la taille ultrafine des particules dispersées dans le fluide fait des nanofluides des alternatives prééminentes, en particulier dans la microélectronique.

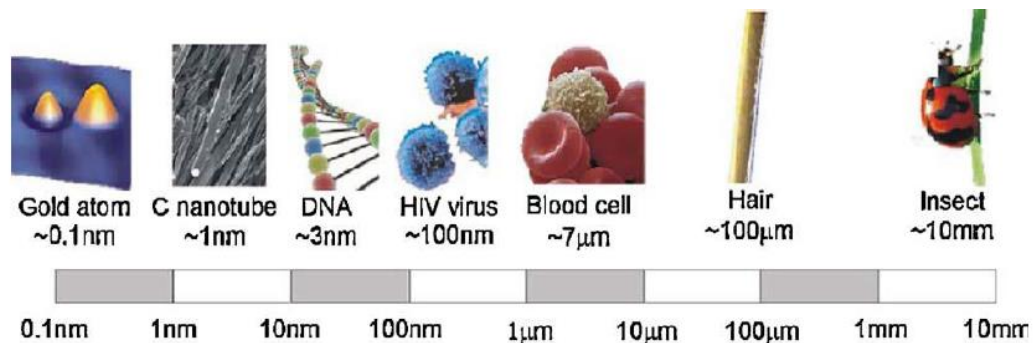


Figure 1.4 : Comparaison de la taille des nanoparticules [1].

Les propriétés thermo-physiques d'un nanofluide dépendent fortement des caractéristiques de ses constituants. La littérature actuelle montre que les propriétés thermo-physiques des nanoparticules et du fluide de base, la fraction volumique des nanoparticules, la taille des nanoparticules, la forme et la température sont les principaux facteurs qui influent sur les propriétés des nanofluides.

Les nanofluides peuvent être synthétisés à partir de nombreuses combinaisons de nanoparticules et de fluides de base. Les particules peuvent être du type : oxydes métalliques, oxydes non métalliques, métaux, non métaux et de carbures métalliques. Les fluides de base les plus courants utilisés dans les industries des nanotechnologies sont l'eau, l'éthylène glycol et l'huile. Parmi les nanoparticules usuelles utilisées dans les industries de transfert de chaleur, on trouve Al_2O_3 , CuO, TiO_2 , SiC et sous forme composée et Ag, Au, Cu, Si et Al sous forme élémentaire.

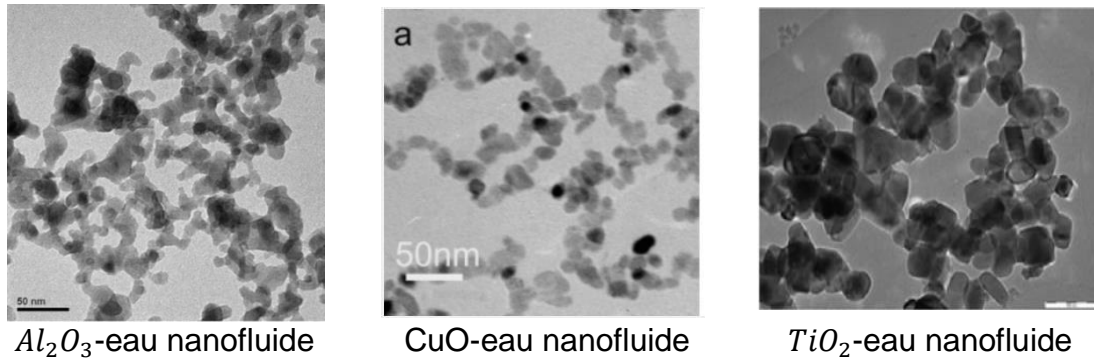


Figure I.5 : Image TEM de certains nanofluide.

I.2.1. Définition d'un nanofluide :

Les nanofluides sont des solutions colloïdales constituées des particules de taille nanométrique en suspension dans un liquide porteur.

Ce type de solution suscite un grand intérêt depuis la découverte de leurs propriétés thermique particulières. En effet, les fluides de base souvent utilisés dans les applications de refroidissement ou de chauffage ont des conductivités thermiques très faibles qui limitent leur capacité de transfert de chaleur. L'idée est alors d'insérer au sein des liquides de base des nanoparticules de conductivité très élevée, afin d'augmenter la conductivité thermique effective du mélange et ainsi améliorer ses performances thermiques.

I.2.2. Les nanoparticules et les fluides porteurs :

Une nanoparticule est un assemblage de quelques centaines à quelques milliers d'atomes, conduisant à un objet dont au moins l'une des dimensions est de taille nanométrique (100 nm), les nanoparticules se situent à la frontière entre l'échelle microscopique et l'échelle atomique ou moléculaire.

Elles ont un intérêt fondamental et sont très étudiées.

Actuellement, les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nanofluides sont :

- Les nanoparticules des oxydes métalliques :
 - 1- L'oxyde d'aluminium (Al_2O_3).
 - 2- L'oxyde de cuivre (CuO).
 - 3- L'oxyde de silicium (SiO_2).

4- L'oxyde de Titanium (TiO_2).

- Les nanoparticules métalliques :
 - 1- L'aluminium (Al).
 - 2- Le cuivre (Cu).
 - 3- L'or (Au).
 - 4- L'argent (Ag).
 - 5- La silicone (Si).
- Les nanoparticules non métalliques :
 - 1- Les nanotubes de carbone (CNT).
 - 2- Le diamant (C).

Le choix des liquides de base est primordial pour un nanofluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tout phénomène d'agrégation, la sélection d'un tel fluide se fera en fonction de la nature des nanoparticules.

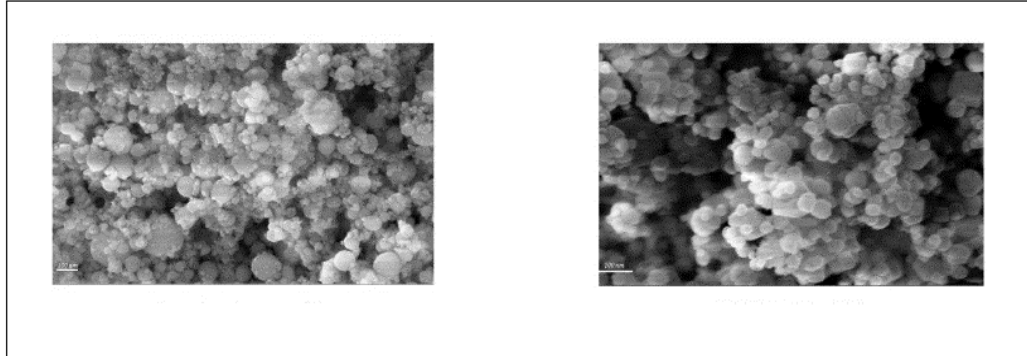
- Les liquides de base les plus utilisés sont :
 - 1- L'eau.
 - 2- L'éthylène glycol (EG).
 - 3- Les huiles.
 - 4- Le Toluène.

I.3. Etat de l'art sur les nanofluides :

Nous présentons ici une synthèse sur quelques études expérimentales et numériques disponibles dans la littérature, qui représentent les propriétés principales des nanofluides et leur impact sur les facteurs influents le transfert de chaleur tels que la conductivité thermique, la chaleur spécifique et la viscosité dynamique. Diverses corrélations ont été proposées avec les expressions classiques.

Les premiers travaux traitant le transfert de chaleur en présence des nanoparticules ont pratiquement commencé en 1995 avec l'étude de **Choi [1]** pour désigner la suspension des nanoparticules solides dans un liquide de base. Il a trouvé que la conductivité thermique

effective du mélange eau- Al_2O_3 augmente de 20% pour une concentration en volume entre 1% et 5% d' Al_2O_3 . De plus l'adjonction dans un liquide de certains types de nanoparticules, même en très faible concentration (1% en volume), permet d'augmenter la conductivité thermique de ce dernier de 150% dans le cas de nanotubes de carbone **Choi et al. [4]**, et de 40% pour des nanoparticules d'oxyde de cuivre et plus de 20% pour des oxydes d'aluminium.



**Figure I.5 : Nanoparticules d'oxyde de cuivre et d'oxyde d'aluminium.
Vues par le microscope électronique (SEM)**

De nombreuses recherches ont été menées depuis 2001 sur cette nouvelle classe de nanofluides afin de permettre une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu, et mettre ainsi au point des fluides caloporteurs plus performants. La forte conductivité thermique des nanofluides les désigne en effet comme des candidats potentiels pour le remplacement des fluides porteurs utilisés dans les échangeurs thermiques en vue d'améliorer leurs performances **Keblinski et al. [5]**. Certaines limitations susceptibles de réduire les performances des nanofluides utilisées à la place des fluides caloporteurs purs, ont été étudiées. L'utilisation des nanofluides comme fluide caloporteur dans les échangeurs a montré que l'addition des nanoparticules dans un liquide augmente sa viscosité et de ce fait les pertes de charge **Yang [6]**. De plus, le manque de stabilité dans le temps de certains nanofluides peut entraîner l'agglomération des nanoparticules et une modification de leur propriété de conduction thermique. Néanmoins, en l'état actuel des recherches, ces deux effets restent moins importants lors de l'utilisation de nanofluides que dans le cas de suspension de microparticules classiques **Daungthongsuk et al. [7]**.

En dehors des applications industrielles possibles, l'étude des nanofluides présente un intérêt scientifique pour la compréhension des phénomènes mis en jeu aux échelles nanométriques. Les propriétés thermiques des nanofluides ne concordent pas avec les prévisions fournies par les théories classiques décrivant les suspensions de particules solides dans un liquide. Selon **Vadasz [8]**, malgré le nombre élevé d'études publiées sur le sujet ces dernières années, aucune théorie ne parvient à décrire convenablement les résultats expérimentaux obtenus sur les nanofluides. Il est à noter, que les résultats expérimentaux obtenus varient énormément d'une publication à une autre ce qui ne facilite pas la comparaison entre ces derniers et les théories proposées. Des recherches complémentaires sont nécessaires pour valider ou infirmer les différentes théories proposées pour décrire les propriétés thermiques des nanofluides.

I.4. Production des nanofluides :

Les expériences effectuées sur les fluides caloporteurs avec des particules de tailles micrométriques (10^{-6}) ont montré que certains problèmes pouvaient être engendrés par l'utilisation de ces derniers tels que le problème de sédimentation des particules par l'augmentation des pertes de charge ... etc. Tandis que pour des particules de l'ordre du nanomètre (10^{-9}), ces problèmes sont pratiquement insignifiants. Les procédés de fabrication de nanoparticules sont nombreux. Ils peuvent être classés en deux catégories :

- Les procédés physiques, comme le broyage mécanique.
- Les procédés chimiques, comme la pyrolyse ou la précipitation chimique.

La préparation des nanofluides : peut se faire par l'une des méthodes :

- La méthode à une seule étape.
- La méthode à deux étapes.

I.4.1. La méthode à une seule étape :

Le procédé en une étape consiste à fabriquer et à disperser simultanément les particules dans le fluide. Avec cette méthode les processus de séchage, de stockage, de transport et de dispersion des nanoparticules sont évités, ainsi l'agglomération des

nanoparticules est minimisée et la stabilité des fluides est augmentée. Les processus en une étape peuvent préparer des nanoparticules uniformément dispersées et les particules peuvent être suspendues de manière stable dans le fluide de base en même temps. Malheureusement, la méthode physique en une seule étape ne permet pas de synthétiser les nanofluides à grande échelle, et le coût est également très élevé, de sorte que les processus chimiques alternatifs en une étape se développent rapidement

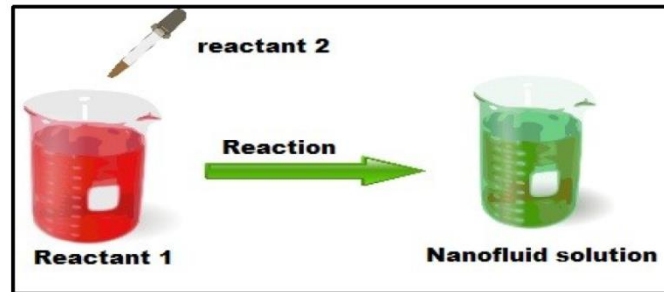


Figure I.6 : Méthode de production des nanofluides à une étape.

I.4.2. La méthode à deux étapes :

La poudre nanométrique est dispersée dans le fluide hôte comme deuxième étape avec l'un des processus suivants : agitation de force magnétique intensive, agitation ultrasonique, mélange à haut cisaillement, homogénéisation et broyage à boulets. Cette méthode est la plus économique pour produire des nanofluides à grande échelle, car les techniques de synthèse de nanopoudres ont déjà été étendues au niveau des productions industrielles.

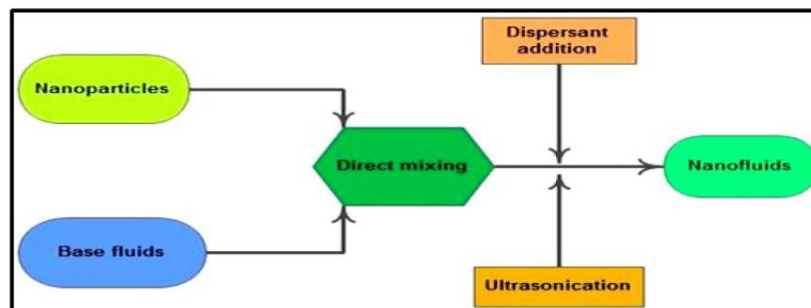


Figure I.7 : Méthode de production des nanofluides à deux étapes.

I.5. Domaines d'applications des nanofluides :

Les nanofluides peuvent être employés pour améliorer le transfert thermique de chaleur et l'efficacité énergétique dans plusieurs systèmes thermiques. Dans cette section quelques exemples d'application seront présentés tel que le transport, la micro-électronique, la défense, le nucléaire, l'espace et la biomédecine.

I.5.1. Refroidissement des systèmes électroniques :

Dans le circuit intégré les nanofluides ont été considérés comme fluides de refroidissement. Pour cela plusieurs études ont été effectuées. **Tsai et col [9]** ont employé un nanofluide à base d'eau pour refroidir une unité centrale de traitement dans un micro-ordinateur. De leur côté **Ma et col [10]** ont étudié l'effet du nanofluide sur les possibilités de transfert de la chaleur d'un caloduc d'oscillation ils ont prouvé qu'à la puissance d'entrée de 80 W et seulement pour une concentration volumique de $\phi=1\%$ la différence de température entre la vaporisation et le condensateur est de 16.6°C.

I.5.2. Refroidissement des systèmes thermiques :

Le mélange d'éthylène-glycol et l'eau sont utilisés comme liquide de refroidissement dans les moteurs des véhicules l'addition des nanoparticules dans ces liquides ce dernier améliore le taux de refroidissement. Ce point a été étudié par plusieurs groupes de chercheurs. **Tzeng et col [11]** ont dispersé les nanoparticules de CuO et Al₂O₃ dans l'huile de refroidissement du moteur de transmission. Dans une autre application, **Zhang et Que [12]** ont rapporté une étude pour réduire l'usure (lubrification) à l'aide des nanoparticules, et améliorer la résistance à l'usure avec la réduction de frottement entre les éléments mécaniques mobiles.

I.5.3. Refroidissement des systèmes militaires :

L'efficacité de la technique des nanofluides dans le refroidissement des systèmes électroniques à grande puissance y compris les véhicules militaires les sous-marins et les diodes lasers à haute puissance a été prouvée.

I.5.4. Refroidissement des systèmes spatiaux :

Pour les applications dans l'espace **You et col [13]** et **Vassallo et col [14]** ont effectué des études pour montrer que la présence des nanoparticules dans le fluide de refroidissement en électronique générale joue un rôle très important dans les applications de l'espace où la densité de puissance est très élevée

I.5.5. Refroidissement des systèmes nucléaires :

L'institut de Technologie de Massachusetts a réservé un centre interdisciplinaire uniquement pour la nouvelle technologie (nanofluide) dans l'industrie de l'énergie nucléaire. Actuellement ils évaluent l'impact potentiel de l'utilisation des nanofluides sur la sûreté neutronique et de la performance économique des systèmes nucléaires.

I.5.6. La biomédecine :

Les nanofluides et les nanoparticules ont beaucoup d'applications en biomédecine. Par exemple pour éviter quelques effets secondaires des méthodes traditionnelles du traitement du cancer, les nanoparticules à base de fer ont été employées comme transporteur des drogues. Aussi pour une chirurgie plus sûre en produisant le refroidissement efficace autour de la région chirurgicale. **Jordan et col [15]** ont effectué une étude où les nanofluides pourraient être employés pour produire une température plus élevée autour des tumeurs pour tuer les cellules cancéreuses sans affecter les cellules saines voisines.

I.5.7. D'autres applications des nanofluides :

Il y a des situations nombreuses où l'augmentation de l'efficacité du transfert thermique peut être liée à la qualité et au coût d'un produit d'un processus. Par exemple, dans le domaine des énergies renouvelables les nanofluides sont utilisés pour augmenter le transfert de chaleur à partir des capteurs solaires aux réservoirs de stockage et pour augmenter la densité d'énergie. Les liquides réfrigérants des nanofluides ont une application potentielle dans la majorité des industries de transformations, telles que les matériaux, la production chimique, la nourriture, la boisson, le pétrole et le gaz.

I.6. Avantages et inconvénients des nanofluides les plus utilisés :

Nanofluide	Avantages	Inconvénients
Al_2O_3	<ol style="list-style-type: none"> 1- Réduit fortement la puissance de pompage (-38% pour 6% en concentration (Kulkarni et al. 2009, [16])). 2- Viscosité diminue en augmentant la température. 3- Le mélange est stable et les agglomérats sont bien moins nombreux (Maré et al. 2011, [17], Ho et al. 2010, [18]). 4- Réduit beaucoup le débit massique (-28% (Kulkarni et al. 2009 [16])). 5- Augmente la conductivité thermique (+23% (Longo et Zilio, 2011, [20])). 6- Augmente le transfert thermique (Longo et Zilio, 2011, [21], Ho et al. 2010, [18]). 	<ol style="list-style-type: none"> 1- La viscosité augmente en baissant la température (à -35 C elle est au double du fluide de base (Kulkarni et al, 2007, [19])). 2- Les résultats d'augmentation sont plus notables à forte concentration d'où un prix plus élevé.
SiO_2	<ol style="list-style-type: none"> 1- Réduit la puissance de pompage. (-27.6% (Kulkarni et al. 2009, [16])). 2- Fabrication maîtrisée. 3- Réduit le débit massique. (-16.3% (Kulkarni et al. 2009, [16])). 4- Augmente le transfert thermique (+18.4% (Kulkarni et al. 2009, [16])). 5- Augmente la conductivité thermique. 	<ol style="list-style-type: none"> 1- Augmentation des pertes de charges (Kulkarni et al. 2007, [19]). 2- Augmentation de la viscosité. 3- 35°C elle est multipliée par 1.5 (Kulkarni et al. 2009, [16]). 4- Plus les nanoparticules sont petites plus la viscosité est grande (Namburu et al, 2008) [22]).

<i>TiO₂</i>	<ul style="list-style-type: none"> 1- Réduit la puissance de pompage. 2- Augmente la conductivité thermique (16%, Longo et Zilio, 2011, [21]). 3- Ramène à des résultats presque identiques à Al_2O_3 	<ul style="list-style-type: none"> 1- Augmente la viscosité (+150% Longo and Zilio, 2011, [21])
<i>CuO</i>	<ul style="list-style-type: none"> 1- Diminue la puissance de pompage (-11.7%). 2- Diminue le débit massique (-6.5% (Asirvatham et al, 2009, [23])). 	<ul style="list-style-type: none"> 1- Pas de réel constat d'inconvénients sauf qu'il est moins performant en termes de réduction de débit massique et de puissance de pompage. 2- Plus la concentration en nanoparticules augmente, plus la viscosité augmente (multipliée par 8 entre 0 et 6.12%)(Namburu et al, 2008) [22]), (Kulkarni et al. 2007, [19]), (Kole et Dey, 2011, [24]).
<i>Cu</i>	<ul style="list-style-type: none"> 1- Augmente le transfert thermique. 2- Pas d'informations supplémentaires précises si ce n'est qu'il se comporte de la même manière que CuO aussi bien pour les avantages que pour les inconvénients malgré qu'il semble moins performant. 	

Tableau 1. Avantages et inconvénients des nanofluides.

I.7. Travaux antérieurs :

I.7.1. Convection des nanofluides dans les cavités fermées sans application du champ magnétique :

Maouassi Ammar (2012) [25] a présenté une simulation numérique de transfert par convection forcée pour des nanofluides métalliques (TiO_2 , CuO , Al_2O_3 , SiO_2) en écoulement laminaire et stationnaire à l'intérieur d'un conduit cylindrique, dont la paroi est maintenue à une température constante. Les résultats ont montré que l'influence de la concentration volumique des nanoparticules sur le coefficient de perte de charge est négligeable, sauf pour le nanofluide eau- CuO une légère augmentation de la perte de charge linéaire dans la conduite qui s'accroît avec l'augmentation de la fraction volumique. Le nombre de Nusselt du nanofluide est plus grand que celui de l'eau pure, et il augmente significativement avec l'augmentation de la concentration volumique des nanoparticules où l'augmentation considérable du taux d'amélioration par rapport à l'eau pure pouvait atteindre une valeur moyenne de 34% pour Al_2O_3 et CuO . **Murshed et al. [26]** ont étudié en convection forcée l'écoulement d'un nanofluide dans une conduite cylindrique. Ce dernier contenant des nanoparticules de TiO_2 de forme nanotube et d'autres de forme sphérique avec de l'eau déminéralisée comme fluide de base. Ils ont montré que la conductivité thermique augmente avec l'augmentation de la concentration volumique ϕ , et ils ont trouvé également que pour une concentration volumique $\phi = 5\%$ l'amélioration de la conductivité thermique effective est d'environ de 33% pour les nanotubes et de 30% pour les nanoparticules sphériques. Ils ont alors constaté que la dimension et la forme de la particule ont une influence importante sur la conductivité thermique des nanofluides. D'autre part **Wen et Ding [27]** ont effectué une étude expérimentale d'un nanofluide dans un écoulement en convection naturelle, entre deux disques horizontaux dont l'un des deux chauffé uniformément. Les nanoparticules d'oxyde de Titane (TiO_2) sont dispersées dans de l'eau distillée à travers le mécanisme de stabilisation électrostatique et à l'aide d'un homogénéisateur. Ils ont montré qu'il y avait une diminution systématique du coefficient du transfert de chaleur avec l'augmentation de la concentration volumique. **Yurong et al. [28]** ont effectué des recherches expérimentales

et numériques sur le transfert de chaleur en convection naturelle du nanofluide (TiO_2) à travers un tube droit en régime laminaire. Ils ont étudié l'effet de la concentration des nanoparticules, le nombre de Reynolds, pour différentes tailles des nanoparticules sur l'écoulement et le transfert de chaleur en convection. Les résultats ont montré que l'amélioration du transfert de chaleur a été significative dans la région d'entrée, et la température du nanofluide est beaucoup plus basse pour le nombre de Reynolds de 1500 que pour le nombre de Reynolds de 900 car le coefficient du transfert de chaleur est plus grand à un nombre de Reynolds plus élevé. **Lee et al. [29]** ont introduit les nanoparticules CuO et Al_2O_3 de différents diamètres dans deux fluides de base : l'eau et éthylène-glycol (EG). Ils ont obtenu quatre combinaisons de nanofluides eau- CuO , EG- CuO , eau- Al_2O_3 et EG- Al_2O_3 . Ils ont constaté que les nanofluides ont des conductivités thermiques sensiblement plus élevées que les fluides de base. Le nanofluide EG- CuO a montré qu'il y'avait une augmentation de la conductivité thermique de plus de 20% pour une fraction volumique 4%. D'autre part ils ont prouvé que malgré que la taille de la particule de CuO est plus petite que celle d' Al_2O_3 , les nanofluides eau- CuO et EG- CuO ont une meilleure amélioration de la conductivité thermique par rapport aux nanofluides eau- Al_2O_3 et EG- Al_2O_3 . **E. Ebrahimnia-Bajestān et al. (2015) [30]** ont fait une étude expérimentale du transfert de chaleur par convection laminaire pour deux types de nanofluides circulant dans un tube chauffé uniformément. Les nanofluides préparés sont constitués des nanoparticules d'oxyde de titane dispersées dans l'eau. La conductivité thermique et la viscosité dynamique de ces nanofluides ont été mesurées et modélisées pour différentes températures et concentrations. De plus, le coefficient de transfert de chaleur et les pertes de charge des nanofluides circulant dans le tube ont été mesurés pour différents nombres de Reynolds. Les résultats expérimentaux montrent que le coefficient de transfert de chaleur et les pertes de charge augmentent avec la concentration des nanoparticules et le nombre de Reynolds. **Wang et al. [31]** ont mesuré la conductivité thermique effective des nanofluides par une technique équilibrée de plat-parallèle. Dans les fluides de base (l'eau, éthylène-glycol (EG), l'huile de pompe à vide et l'huile de moteur), les nanoparticules d' Al_2O_3 et de CuO y sont suspendues. Les résultats expérimentaux ont montré que les conductivités thermiques de tous les nanofluides étaient plus élevées que celles des fluides de base. En outre, la comparaison avec diverses données a indiqué que la conductivité thermique des nanofluides augmente quand la dimension particulaire décroît. Les résultats

ont montré également que l'amélioration n'est que de 12% pour la conductivité thermique et cela par une fraction volumique de 3% des nanoparticules par rapport à l'amélioration de 20% rapportée par **Masuda et al** [32] et de 8% rapportée par **Lee et al.** [29] à la même fraction volumique. **Sidi El Bécaye Maiga et al. (2005)** [33] ont étudié numériquement le comportement hydrodynamique et thermique en convection forcée turbulente d'un nanofluide, le mélange (eau- Al_2O_3), à l'intérieur d'un tuyau uniformément chauffé à la paroi. Les résultats obtenus ont clairement montré que la présence des nanoparticules a produit un effet très bénéfique sur le coefficient de transfert thermique qui augmente considérablement avec la concentration volumique des particules. **Das et al.** [34] ont étudié l'effet de la température sur l'amélioration de la conductivité thermique pour des nanofluides contenant des particules d' Al_2O_3 et de CuO par une expérience basée sur la méthode d'oscillation de la température. Ils ont trouvé qu'à la température 52°C l'augmentation de la conductivité thermique est 2 à 4 fois plus grande que celle obtenue à la température ambiante 21°C. De même manière, **Li et Peterson** [35] ont effectué une recherche expérimentale pour étudier les effets de la variation de la température et la fraction volumique sur la conductivité thermique effective de CuO et Al_2O_3 suspendus dans l'eau. Ils ont démontré que le type de la nanoparticule, son diamètre, la fraction de volumique et la température moyenne ont des effets significatifs sur la conductivité thermique des nanofluides.

Ils ont proposé la relation permettant le calcul de la conductivité thermique du nanofluide (eau+ CuO) :

$$\frac{k_{nf}-k_f}{k_f} = 3.76108\phi + 0.017924T - 0.30734 \quad (7)$$

Par exemple, pour la suspension d' Al_2O_3 /eau, l'augmentation de la température moyenne de 27 à 34.7°C donne une augmentation de la conductivité thermique presque de trois fois.

Ils ont proposé la relation permettant le calcul de la conductivité thermique du nanofluide (eau+ Al_2O_3) :

$$\frac{k_{nf}-k_f}{k_f} = 0.764481\phi + 0.018688867T - 0.462147175 \quad (8)$$

Wen et Ding [27] ont effectué une étude sur le transfert de chaleur par convection libre d'un nanofluide à base d'eau, les particules d' Al_2O_3 à travers un tube en cuivre en régime laminaire. Ils ont constaté que l'inclusion des nanoparticules d' Al_2O_3 peut augmenter de manière significative le coefficient du transfert de chaleur convectif, si on

augmente la concentration des particules et le nombre de Reynolds. En outre, l'amélioration du coefficient du transfert de chaleur est particulièrement remarquable dans la région d'entrée, et diminue avec la distance axiale. **Heris et al. [36]** ont étudié un écoulement laminaire de deux nanofluides eau- CuO et eau- Al_2O_3 à travers un tube annulaire, l'intérieur est en cuivre, et un tube externe d'acier inoxydable, où le vapeur saturé a été distribuée pour créer une condition aux limites à température constante à la paroi. La comparaison des résultats expérimentaux a montré que le coefficient du transfert de chaleur augmente en fonction de la fraction volumique de nanoparticules et le nombre de Peclet, ils ont montré également que le nanofluide eau- Al_2O_3 a donné la meilleure augmentation du transfert thermique. **Li et al. [37]** ont mesuré expérimentalement la viscosité d'un nanofluide contenant les nanoparticules de CuO , à l'aide d'un viscosimètre capillaire. Les résultats ont montré que la viscosité des nanofluides diminue avec l'augmentation de la température. Cependant, le diamètre du tube capillaire peut influencer sur la viscosité apparente pour la plus grande fraction massique de nanoparticule, particulièrement aux basses températures. **Murshed et al. [26]** ont constaté que la conductivité thermique effective et la viscosité des nanofluides eau- TiO_2 et eau- Al_2O_3 augmentent de façon significative avec la concentration volumique des particules. Par ailleurs, une augmentation linéaire de la conductivité thermique effective de nanofluides en fonction de la température a été observée. **Maïga et al. [33, 38]** ont effectué des études numériques pour déterminer les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques du nanofluide traversant un tube chauffé uniformément sous les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent, en utilisant le modèle monophasique. Les résultats ont prouvé que l'addition des nanoparticules peut augmenter le transfert thermique sensiblement comparé au liquide de base seul et qu'éthylène glycol- Al_2O_3 a fourni une meilleure amélioration que le mélange eau- Al_2O_3 . **Khanafer et al. [39]** ont développé un modèle analytique pour déterminer le transfert de chaleur en convection naturelle dans les nanofluides. Ils ont supposé que le nanofluide est monophasique. Ils ont analysé l'effet de la suspension des nanoparticules sur le transfert de chaleur. Ils ont observé que le taux du transfert thermique a augmenté avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules pour toutes les valeurs de Grashof. **Mohamed El Hattab et al (2013) [40]** ont présenté une étude numérique de la convection naturelle des nanofluides confinés dans une enceinte carrée chauffée par une

source de chaleur isotherme montée sur sa paroi gauche. La viscosité dynamique et la conductivité thermique effective du nanofluide sont approximées respectivement par le modèle de **Brinkman** [41] et de **Maxwell-Garnetts** [42]. Les simulations numériques sont effectuées pour l'eau pure et des mélanges d'eau et des nanoparticules Al_2O_3 et TiO_2 pour un nombre de Rayleigh variant de 103 à 106 et une fraction volumique des nanoparticules compris entre 0 à 0.1. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur s'améliore si on augmente la fraction volumique de nanoparticule et le nombre Rayleigh.

I.7.2. Convection des nanofluides dans des cavités fermées soumises à l'action d'un champ magnétique extérieur :

Dans certains domaines d'industrie, comme la croissance cristalline des semi-conducteurs et l'extraction de l'énergie géothermique, la convection naturelle est sous l'influence d'un champ magnétique. Plusieurs études ont donc été dédiées à la compréhension de l'influence du champ magnétique sur le comportement de l'écoulement et le transfert de chaleur dans les cavités remplies de fluide électriquement conducteur. Les résultats les plus significatifs produits dans ce contexte révèlent que l'existence de la force de Lorentz affecte le taux de transfert thermique.

L'application du champ magnétique diminue le taux de transfert de chaleur et l'utilisation des nanofluides améliore le transfert de chaleur dans la cavité. Cependant, dans certains systèmes d'ingénierie comme les capteurs des champs magnétiques et les systèmes de refroidissement des équipements électroniques, l'application du champ magnétique est nécessaire et l'augmentation du taux de transfert de chaleur est souhaitable. L'idée d'utiliser les nano-fluides dans de tels systèmes a été initialement présentée par **Ghasemi et al.** [2]. Ils étudient numériquement l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle d'un nanofluide remplissant une cavité carrée. Ils utilisent le modèle du mélange de base pour le calcul de la conductivité électrique. Leurs résultats montrent que l'effet de la fraction volumique des nanoparticules dépend fortement des valeurs des nombres de Rayleigh et de Hartmann. **Hamad** [43] étudie analytiquement la convection d'un nanofluide sur une plaque plane en présence d'un champ magnétique. Il trouve que pour

une valeur donnée de la concentration des nanoparticules le transfert de chaleur diminue quand l'intensité du champ magnétique augmente. Dans ce travail la valeur effective de la conductivité électrique du nanofluide est non calculée et donc dans les équations gouvernantes la conductivité électrique est déterminée selon les propriétés du fluide de base. Ainsi, l'augmentation de la fraction des nanoparticules n'influence pas la force de Lorentz. Nemati et al. étudient l'effet du champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire en utilisant le modèle de Lattice-Boltzman. Leurs résultats indiquent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules, mais en présence d'un champ magnétique d'intensité importante le nombre de Nusselt moyen diminue. **Aminossadati et al. [44]** ont examiné numériquement la convection laminaire forcée de l'Alumine (eau- Al_2O_3) à travers un micro-canal horizontal. La section du milieu du micro-canal est chauffée par un flux de chaleur uniforme et sous l'action d'un champ magnétique uniforme. Les résultats ont montré que le micro-canal effectue de meilleurs transferts de chaleur à des grandes valeurs des nombres de Reynolds et de Hartmann. Pour toutes les valeurs des nombres de Reynolds et de Hartmann considérées dans cette étude, le nombre de Nusselt moyen dans la section du milieu du micro-canal augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. Le taux d'augmentation est plus important pour les grandes valeurs de Reynold et les faibles valeurs de Hartmann. **Abouali et al. [45]** ont présenté une synthèse critique sur la simulation numérique de la convection naturelle dans des cavités remplies de nanofluides. Sur la base de l'hypothèse de la phase unique de l'écoulement des nanofluides, il a été montré que les mêmes corrélations qui existent pour prévenir le taux de transfert de chaleur dans les fluides purs peuvent être utilisées pour prévenir celui dans les cavités remplies de nanofluides. Il a été également montré, que les résultats de ces simulations numériques et ceux des corrélations déjà existantes coïncident si la corrélation proposée par **Corcione [46]** est utilisée pour le calcul de la conductivité thermique effective et de la viscosité. **Syam et al. [47]** ont évalué expérimentalement le coefficient de transfert de chaleur par convection et le facteur de friction caractérisant le nanofluide Fe_3O_4 dans un tube de section circulaire. Ils ont trouvé que le transfert thermique croît avec l'augmentation de la concentration volumique des nanoparticules. **Amir Houang Mahmoudi et al. [48]** ont étudié numériquement la génération d'entropie et l'augmentation du transfert de chaleur dans un nanofluide remplissant une cavité

trapézoïdale en présence d'un champ magnétique. Ils ont trouvé que pour 2 valeurs de Rayleigh l'augmentation des nombres de Nusselt due à la présence des nanoparticules est plus importante avec l'augmentation de Hartmann, mais pour les nombres de Rayleigh plus importants une réduction est enregistrée. **Reza Ashorynejad et al. [49]** ont étudié numériquement l'effet du champ magnétique statique radial sur le transfert de chaleur dans une cavité cylindrique annulaire horizontale remplie d'un nanofluide. Les surfaces intérieures et extérieures du cylindre sont maintenues à différentes températures uniformes. Les résultats ont révélé que l'oscillation de l'écoulement peut effectivement être supprimée par l'application d'un champ magnétique radial extérieur. Il a été aussi trouvé que le nombre de Nusselt moyen est une fonction croissante de la fraction volumique des nanoparticules et du nombre de Rayleigh, tandis qu'elle décroît avec le nombre de Hartmann. **Nasrin et Alim [50]** ont examiné numériquement l'influence des nanofluides avec deux sortes de nanoparticules sur la convection forcée sur un capteur solaire plan. Ils ont comparé le taux de transfert de chaleur de quatre nanofluides. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen correspondant au nanofluide eau-Ag est plus grand que celui des autres nanofluides.

Plusieurs autres investigations (**Purta et al. [51]**, **Oztop et AbuNada [52]**, **AbuNada [53]**) ont été menées dans les cavités de section carrée et rectangulaire et qui ont montré une augmentation, importante dans la conductivité thermique avec la suspension d'un faible pourcentage de nanoparticules. Cependant peu de modèles numériques ont été proposés pour prédire la convection naturelle dans un cylindre vertical. **Haddad et al. [54]** ont résumé beaucoup d'études expérimentales, numériques et théoriques des nanofluides dans différents types de cavités. Ils ont trouvé que la plupart des résultats numériques ont montré que les nanofluides améliorent significativement la performance du transfert thermique dans le fluide conventionnel. Tandis que d'autres résultats expérimentaux ont montré que la présence des nanofluides détériore le transfert de chaleur systématiquement.

I.8. Objectifs du présent travail :

Ce travail consiste à considérer une cavité cylindrique dont le rapport d'aspect exprimant la hauteur H du cylindre sur son rayon R est égal à 4 ($H/R=4$). Le cylindre est limité par deux parois supérieure et inférieure à des températures constantes respectives

froide T_c et chaude T_h et par une paroi latérale adiabatique. Il est rempli d'un nanofluide du type eau- Al_2O_3 . Le cylindre est également soumis à l'action d'un champ magnétique extérieur une fois dirigé axialement et une seconde fois dirigé radialement.

Les objectifs de la présente simulation numérique, sont d'étudier :

- L'effet de l'augmentation du pourcentage des nanoparticules du type Al_2O_3 dans l'eau sur la convection naturelle à l'intérieur du cylindre à travers la variation de ϕ . ($\phi=0, 0.025, 0.05, 0.075, 0.1$).
- L'effet de l'intensité du champ magnétique sur la convection naturelle à l'intérieur du cylindre à travers la variation de nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 80$).
- L'effet de la direction du champ magnétique sur la convection naturelle à l'intérieur du cylindre.

Et ce pour deux valeurs de Rayleigh $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$.

Chapitre II

MODELE MATHEMATIQUE

II.1. Introduction :

Les phénomènes de la convection sont décrits par les équations générales de la dynamique des fluides, complétées par l'équation déduite de l'application du premier principe de la thermodynamique et des équations d'état.

II.2. Formulation mathématique du problème :

II.2.1. Configuration étudiée :

Le modèle physique adopté est un réservoir cylindrique vertical de rayon R et hauteur H , ayant un rapport d'aspect $H/R=4$ est rempli d'un nanofluid eau- Al_2O_3 . Le disque inférieur est maintenu à une température chaude T_h tandis que le disque supérieur est à une température froide T_c ($T_c < T_h$). La paroi latérale du cylindre est supposée adiabatique (figure 1). Un champ magnétique est appliqué extérieurement, une fois dans la direction radiale et une seconde fois dans la direction axiale. Le fluide de base utilisé est newtonien incompressible et satisfait l'hypothèse de Boussinesq. Le nanofluid est supposé incompressible et l'écoulement est laminaire stationnaire et bidimensionnel.

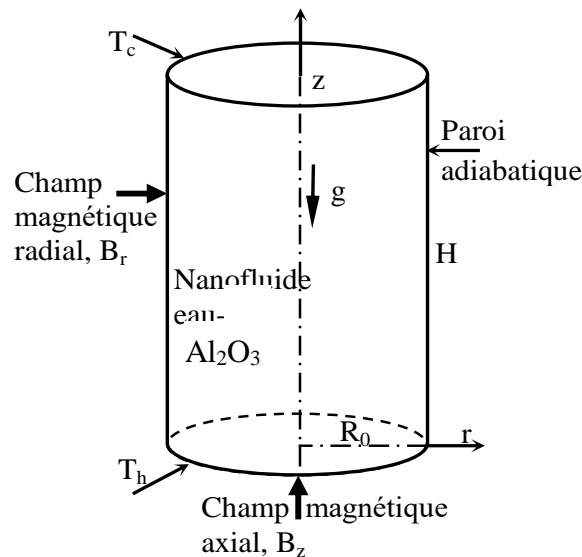


Figure 1 : Géométrie du problème.

Les valeurs de propriétés thermo-physiques constantes du fluide de base et des nanoparticules sont données dans le tableau 1.

	<i>Eau pure</i>	<i>L'alumine</i>
<i>Pr</i>	6.2	
$\rho \text{ (kg.m}^{-3}\text{)}$	997.1	3970
$C_p \text{ (J.kg}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{)}$	4179	765
$k \text{ (W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}\text{)}$	0.613	40
$\beta \text{ (K}^{-1}\text{)}$	21×10^{-5}	0.85×10^{-5}

Tableau 1 : Propriétés de l'eau et des nanoparticules en Al_2O_3

II.2.2. Hypothèse simplificatrice :

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes :

- Le fluide de base utilisé est un fluide newtonien, incompressible.
- Le nanofluide est supposé incompressible.
- L'écoulement est supposé comme étant laminaire, stationnaire et bidimensionnel.
- La dissipation visqueuse et le terme de pression dans l'équation de chaleur sont négligeables.
- Les propriétés thermo-physiques du nanofluide (k : la conductivité thermique, α : la diffusivité thermique, μ : la viscosité dynamique, C_p : chaleur spécifique) sont supposées constantes, sauf la masse volumique, qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de poussée d'Archimède.

Rappelons que l'approximation Boussinesq stipule que les différentes propriétés thermo-physiques du fluide sont indépendantes de la température et de la pression. De plus le fluide est supposé incompressible, aussi la masse volumique du fluide est supposée

constante, égale à sa valeur moyenne ρ_0 , dans tout le formalisme à l'exception du terme de poussée d'Archimède.

La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (9)$$

Avec β là le coefficient d'expansion thermique définie par l'expression suivante :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (10)$$

II.3. Equation gouvernantes dimensionnelles :

Après l'application des hypothèses de simplification précédentes, les équations générales régissant l'écoulement deviennent :

II.3.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial(rv)}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

II.3.2. Equation de la conservation de quantité de mouvement :

- Quand le champ magnétique est dirigé radialement:

Equation de quantité de mouvement suivant la direction radiale r :

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \sigma_{nf} B_0^2 u \right) \right] \quad (12)$$

Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale z :

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) \right) \right] \quad (13)$$

- Quand le champ magnétique est dirigé axialement :

Equation de quantité de mouvement suivant la direction radiale r :

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial r} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] \quad (14)$$

Equation de quantité de mouvement suivant la direction axiale z :

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{\rho_{nf}} \left[-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu_{nf} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + (\rho\beta)_{nf} g(T - T_c) - \sigma_{nf} B_0^2 v \right] \quad (15)$$

II.3.3. Equation de la conservation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_{nf} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (16)$$

II.4. Conditions aux limites :

Axe de symétrie:

$$\text{A} \quad r = 0, \quad u = \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (17a)$$

Paroi latérale adiabatique:

$$\text{A} \quad r = R_0 \quad u = v = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (17b)$$

Disque inférieur chaud:

$$\text{A} \quad z = 0 \quad u = v = 0 \quad T = T_h \quad (17c)$$

Disque supérieur froid:

$$\text{A} \quad z = H \quad u = v = 0 \quad T = T_c \quad (17d)$$

II.5. Formules des propriétés thermo-physiques du nanofluide:

La diffusivité thermique de l'équation (8) est donnée par:

$$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho C_p)_{nf} \quad (18)$$

La conductivité électrique du nanofluide est donnée par:

$$\sigma_{nf} = (1 - \phi) \sigma_f + \phi \sigma_p \quad (19)$$

La masse volumique effective du nanofluide est exprimée par :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (20)$$

La capacité calorifique du nanofluide est exprimée par:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (21)$$

Le coefficient d'expansion thermique du nanofluide est donnée par :

$$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p \quad (22)$$

La viscosité dynamique du nanofluide est modelée par le modèle développé par **Brinkman [41]**. La conductivité thermique équivalente du nanofluide est calculée selon le modèle de **Yu et Choi [3]**. Ce modèle prend en considération le diamètre de la nanoparticule $2r_p$ qui est supposée entourée d'une nanocouche d'épaisseur ω_{nl} .

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 - \phi)^{-2.5} \quad (23)$$

$$k_{nf} = k_f \left[\frac{(k_{eff} + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_{eff}) + (1 + \delta)^3}{(k_{eff} + 2k_f) + \phi(k_f - k_{eff}) + (1 + \delta)^3} \right] \quad (24)$$

$$\delta = \frac{\omega_{nl}}{r_p} \quad (25)$$

$$k_{eff} = k_p \left[\gamma \frac{2(1 - \gamma) + (1 + 2\gamma)(1 + \delta)^3}{-(1 - \gamma) + (1 + 2\gamma)(1 + \delta)^3} \right] \quad (26)$$

$$\gamma = \frac{k_{nl}}{k_p} \quad (27)$$

II.6. Equation gouvernantes adimensionnelles :

La formulation adimensionnelle permet généralement de réduire le nombre de paramètre nécessaires à la résolution de système mathématique et de déterminer le nombre des paramètres sans dimension qui contrôlent le problème.

Pour obtenir la formulation adimensionnelle de ce problème on introduit les variables sans dimensions suivantes R, Z, U, V, P, θ en fonction des grandeurs dimensionnelles r, z, u, v, p, T :

$$\begin{aligned}
R &= \frac{r}{R_0}, & Z &= \frac{z}{R_0}, & U &= \frac{u}{(\alpha_f/R_0)}, & V &= \frac{v}{(\alpha_f/R_0)}, \\
P &= \frac{\bar{p} R_0^2}{\rho_{nf} \alpha_f^2}, & \theta &= \frac{T-T_c}{T_h-T_c}
\end{aligned} \tag{28}$$

Ainsi que les nombres sans dimensions suivants :

$$Ra = \frac{g \beta_f R_0^3 (T_h - T_c)}{\nu_f \alpha_f}, \quad Ha = B_0 R_0 \sqrt{\frac{\sigma_{nf}}{\rho_{nf} \nu_f}}, \quad Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \tag{29}$$

II.6.1. Forme générale des équations adimensionnelles :

Les équations adimensionnelles régissant l'écoulement en question (3), (2),..., (8) peuvent s'écrire selon la forme suivante de l'équation généralisée de transport d'une variable indépendante ϕ (u, v et T) :

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) + S_\phi \tag{30}$$

Où :

$\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z}$: représente le transport par convection de ϕ .

$\frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)$: représente la diffusion de ϕ .

S_ϕ : représente le terme source.

Où ϕ remplace les paramètres adimensionnels U, V et θ tandis que Γ_ϕ et S_ϕ sont respectivement les termes diffusion et source. Ces variables sont données dans par le tableau suivant :

Equation	φ	Γ_φ	$S_\varphi (B_r)$	$S_\varphi (B_z)$
Continuité	1	0	0	0
Quantité	U	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f}$	$-\frac{\partial P}{\partial R}$	$-\frac{\partial P}{\partial R}$
De mouvement			$-Ha^2 Pr U$	
Suivant R				
Quantité	V	$\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}\alpha_f}$	$-\frac{\partial P}{\partial Z}$	$-\frac{\partial P}{\partial Z}$
De mouvement			$+\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f}$	$+\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f}$
Suivant Z			$Ra Pr \theta$	$Ra Pr \theta$
				$-Ha^2 Pr V$
Energie	T	$\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f}$	0	0

Tableau 2 : Récapitulation des équations gouvernantes adimensionnelles.

II.6.2. Conditions aux limites adimensionnelles :

Les équations gouvernantes adimensionnelles sont accompagnées avec les conditions aux limites adimensionnelles suivantes:

Axe de symétrie:

$$A \quad R=0 \quad U = \frac{\partial V}{\partial R} = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (31a)$$

Paroi latérale adiabatique:

$$A \quad R = 1 \quad U = V = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (31b)$$

Disque inférieur chaud:

$$A \quad Z = 0 \quad U = V = 0 \quad \theta = 1 \quad (31c)$$

Disque supérieur froid:

$$A \quad Z = \frac{H}{R_0} \quad U = V = 0 \quad \theta = 0 \quad (31d)$$

II.7. Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt local au disque supérieur est définie par :

$$Nu_R(R) = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)_{Z=H/R_0} \quad (32)$$

Le nombre de Nusselt moyen (Nu_m) est déterminé par intégration du nombre de Nusselt local le long du disque supérieur :

$$Nu_m = \int_0^1 Nu_R(R) dR \quad (33)$$

II.8. Les propriétés thermo- physiques des nanofluides :

L'introduction des nanoparticules dans un fluide modifie ses propriétés physiques (masse volumique, chaleur spécifique, conductivité thermique, viscosité dynamique, etc.).

On supposera dans toute la suite de notre travail que les nanoparticules dans le fluide de base peuvent être facilement fluidisées et par conséquent, Le modèle à une seule phase, où la phase fluide et les nanoparticules sont en état d'équilibre thermodynamique et se déplacent à la même vitesse locale, est adopté. Les propriétés thermo-physiques efficaces du fluide dépendent de la concentration, de la température et du volume des nanoparticules.

II.8.1. Conductivité thermique

De nombreux travaux traitant l'augmentation de la conductivité thermique peuvent être trouvés dans la littérature. Nous retenons dans la suite de ce travail les différents modèles :

II.8.1.1. Modèle de Maxwell (1873) :

Maxwell [42] a été l'un des premiers qui a étudié analytiquement la conduction thermique d'un fluide contenant des particules sphériques en suspension en ignorant les effets d'interaction entre ces particules. L'équation qui en résulte est :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f + 2(k_p - k_f)\varphi}{k_p + 2k_f - (k_p - k_f)\varphi} \quad (34)$$

Où k_{nf} , k_f et k_p désignent respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide porteur et des particules solides et φ la fraction volumique des particules.

II.8.1.2. Modèle de Hamilton – Crosser (1962) :

Le modèle de **Hamilton [55]** est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque. Il prend en compte de la non-sphéricité des particules.

La conductivité thermique est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_p)\varphi}{k_p + (n-1)k_f + (k_f - k_p)\varphi} \quad (35)$$

Où n : facteur de forme empirique donné par $n = \frac{3}{\Psi}$ ($n=3$ pour les particules sphériques) avec Ψ est la sphéricité définie comme étant le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume que les nanoparticules sur la surface d'une nanoparticule et φ la concentration volumique des nanoparticules dans le fluide.

II.8.2. Viscosité dynamique :

II.8.2.1. Modèle d'Einstein (1906) :

Einstein [56] a étudié la viscosité dynamique d'un nanofluide pour un mélange contenant des suspensions diluées de particule fine, sphérique. L'expression qui caractérise ce modèle est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 2.5\varphi) \quad (36)$$

Avec μ_{nf} et μ_f désignent respectivement les viscosités dynamiques du nanofluide, du fluide de base et φ la fraction volumique des nanoparticules. Cette relation n'est valable que pour $\varphi < 0.03$.

II.8.2.2. Modèle de Brinkman (1952) :

Pour le modèle de **Brinkman** [41] la viscosité dynamique est définie par l'expression suivante

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (37)$$

On remarque que pour les faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein.

D'ailleurs ce ne sont pas les seules, on trouve de nombreuses autres corrélations approximant de façon satisfaisante la viscosité du nanofluide dans certaines gammes de variation de la concentration volumique. **Pack** et **Cho** [57] ont obtenu une corrélation spécifique pour le nanofluide (eau+Al₂O₃) :

$$\mu_{nf} = \mu_f(1 + 39.11\varphi + 533.9\varphi^2) \quad (38)$$

II.8.3. Masse volumique :

Nous revenons à la définition de la masse volumique du mélange :

$$\rho = \left(\frac{m}{v}\right)_n = \frac{m_f + m_p}{v_f + v_p} = \frac{\rho_f v_f + \rho_p v_p}{v_f + v_p} \quad (39)$$

Or la fraction volumique des nanoparticules notée φ , désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide +solide).

$$\varphi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume totale du nanofluide}} = \frac{v_p}{v_p + v_f} \quad (40)$$

On en déduit alors la masse volumique du nanofluide pour une température donnée :

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_f + \varphi\rho_p \quad (41)$$

Où ρ_{nf} : la masse volumique du nanofluide.

ρ_f : la masse volumique de fluide de base.

ρ_p : la masse volumique des nanoparticules solides.

II.8.4. Chaleur spécifique :

La chaleur spécifique d'un nanofluide est donnée par deux formules où la première est estimée par **Pak et Cho [57]** comme suit :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_p \quad (42)$$

Et la deuxième est estimée par **Xuan et Roetzel [58]** comme suit :

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_p \quad (43)$$

Où, $(C_p)_{nf}$, $(C_p)_f$ et $(C_p)_p$ désignent respectivement les chaleurs spécifiques du nanofluides, du fluide de base et des nanoparticules.

Nous avons retenu dans de ce travail la corrélation proposée par **Yu et Choi [3]** pour la conductivité thermique et pour la viscosité nous avons utilisé la relation donnée par **Brinkman [41]** et en ce qui concerne la chaleur spécifique nous utiliserons celle de **Xuan et Roetzel [58]**.

Chapitre III

MODELISATION NUMERIQUE

III. 1. Introduction :

Les équations régissant le phénomène étudié sont des équations aux dérivées partielles non-linéaires dont la résolution analytique au moyen d'outils mathématiques est impossible. Cependant, il est possible de les résoudre numériquement tout en les transformant, par une méthode de discrétisation, en un système d'équations algébriques linéaires. Ce dernier est par la suite résolu soit par des méthodes directes ou par itérations. La méthode choisie pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles est celle des volumes finis.

Le choix de la méthode des volumes finis est basé sur les arguments suivants:

- Son idée de base est facile à comprendre et aboutit directement à des interprétations physiques réelles du problème envisagé.
- Simple à concevoir et précise pour les géométries simples.
- L'approche d'une solution convergente du problème implique que les intégrales des équations de conservation telles que l'équation de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie sont satisfaites dans le volume de contrôle typique et dans tout le domaine.

La méthode des volumes finis est basée sur l'intégral des équations de transport sur un ensemble de volumes finis adjacents balayant le domaine physique étudié. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume de contrôle (VC). Au centre de chaque VC se trouve un nœud auquel les quantités variables doivent être calculées. L'interpolation est employée pour exprimer des valeurs variables à la surface du volume en termes des valeurs au nœud du VC. Les intégrales de surface et de volume sont approchées en employant des formules de quadrature appropriées.

III. 2. Principe de la méthode des volumes finis :

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du

domaine de calcul. Cette propriété fondamentale va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.

III. 2. 1. Maillage :

Le domaine physique est divisé en un certain nombre de volumes finis, le volume est limité par six plans, notés par les lettres minuscules correspondant à leur directions (e, w, n, s, t et b) par rapport au nœud central 'P'. E, W, N, S, T et B sont les centres des volumes adjacents situés respectivement à l'Est, Ouest, Nord, Sud, amont et aval de celui contenant P. Les quantités scalaires : pression et température sont stockées aux centres des volumes finis. Par contre les composantes de la vitesse sont localisées aux faces des volumes finis.

Les équations aux dérivées partielles à intégrer sur les volumes de contrôle sont en coordonnées cylindrique et dont les dérivées des grandeurs physiques suivant la troisième coordonnée θ sont nulles. Le domaine est donc discrétisé suivant les deux axes r et z .

Les incréments Δr et Δz du maillage utilisé sont irréguliers. Ils ont été choisis selon une progression géométrique de 1.05, ce qui permet un raffinement du maillage près des parois du cylindre où de forts gradients de vitesse et de température existent.

III. 2. 2. Discrétisation :

Les équations régissant l'écoulement en question ont été écrites selon la forme de l'équation généralisée de transport (30) (Voir chapitre II) de la variable indépendante ϕ (u, v et T) :

$$\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right) + S_{\phi} \quad (30)$$

Où : $\frac{\partial(U\phi)}{\partial R} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Z}$: représente le transport par convection de ϕ .

$\frac{\partial}{\partial R} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial Z} \right)$: représente la diffusion de ϕ .

S_{ϕ} : représente le terme source.

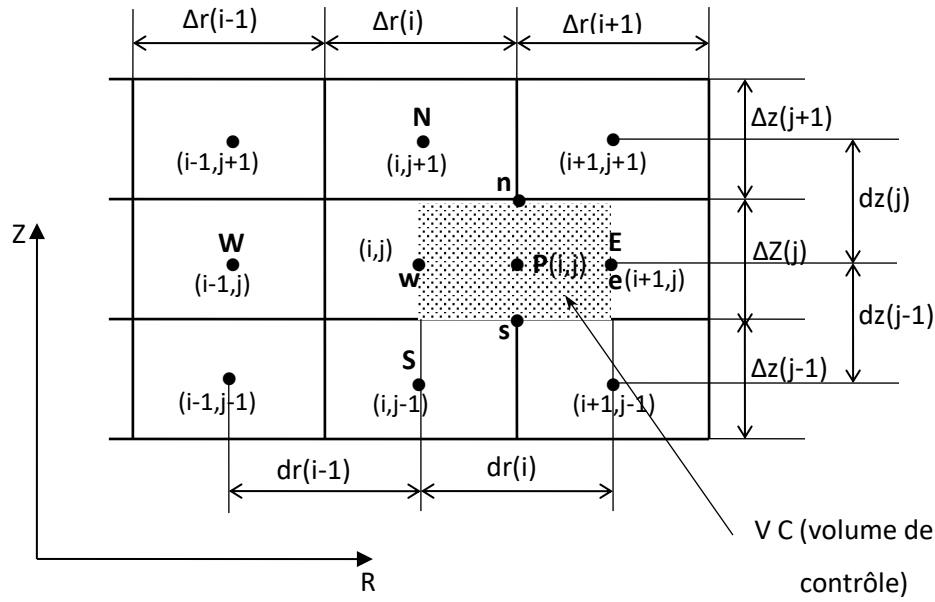


Figure III. 1 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant r) du maillage entrelacé pour la composante de vitesse u : vue dans ORZ.

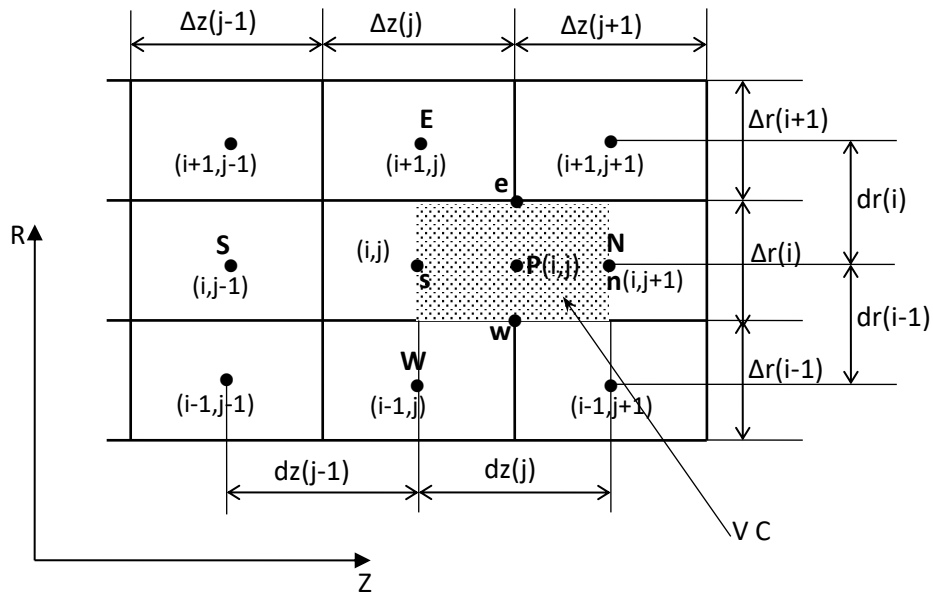


Figure III. 2 : Volume de contrôle (de l'équation d'impulsion suivant z) du maillage entrelacé pour la composante de vitesse v , vue dans OZR.

Pour discrétiser l'équation de la variable ϕ , on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle fini de dimensions $\Delta R \times \Delta Z$, on obtient :

Pour discrétiser l'équation de la variable ϕ , on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle fini de dimensions $\Delta r \times \Delta z \times 1$, on obtient :

$$A_P \phi_P = A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_N \phi_N + A_S \phi_S + b \quad (44)$$

Où :

$$A_E = D_e A(|P_e| + \max[-F_e, 0]) \quad (45-a)$$

$$A_W = D_w A(|P_w| + \max[F_w, 0]) \quad (45-b)$$

$$A_N = D_n A(|P_n| + \max[-F_n, 0]) \quad (45-c)$$

$$A_S = D_s A(|P_s| + \max[F_s, 0]) \quad (45-d)$$

$$b = (S_\phi + S_P \phi_P) \Delta r \Delta z \quad (45-e)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S - S_P \Delta r \Delta z \quad (46)$$

Avec A_P , A_E , A_W , A_N et A_S sont respectivement les coefficients correspondants aux nœuds: central (point P), Est, Ouest, Nord et Sud, du volume de contrôle. Le terme source b englobe tous les termes constants dans le volume de contrôle. D_e, D_w, D_n et D_s et F_e, F_w, F_n et F_s sont respectivement les termes diffusifs et convectifs aux faces Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle, qui sont exprimés par :

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{(dr)_e} \Delta z \quad (47-a)$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{(dr)_w} \Delta z \quad (47-b)$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{(dz)_n} \Delta r \quad (47-c)$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{(dz)_s} \Delta r \quad (47-d)$$

$$F_e = u_e \Delta y \quad (48-a)$$

$$F_w = u_w \Delta y \quad (48-b)$$

$$F_n = v_n \Delta r \quad (48-c)$$

$$F_s = v_s \Delta r \quad (48-d)$$

P_e, P_w, P_n et P_s sont appelés nombres de Peclet, ils désignent les rapports des flux convectifs aux flux diffusifs aux différentes faces du volume de contrôle, et sont donnés par :

$$P_i = \frac{F_i}{D_i} \quad \text{avec } i = e, w, n, s \quad (49)$$

Type du schéma numérique	La fonction $A(P_i)$
Schéma aux différences centrées	$1 - 0,5 P_i $
Schéma Upwind	1
Schéma Hybrid	$\text{Max}(0, 1 - 0,5 P_i)$
Schéma Power-law	$\text{Max}(0, (1 - 0,5 P_i)^5)$
Schéma exponentiel	$ P_i / [(\exp P_i) - 1]$

Tableau III. 1 : La fonction $A(|P_i|)$ pour les différents schémas numériques.

III. 2. 3. Algorithmes de résolution :

Pour la résolution des systèmes algébriques avec les conditions aux limites par la méthode de volumes finis, l'utilisation de l'algorithme SIMPLER [60] permet la résolution du couplage vitesse-pression. Le schéma numérique du type différences centrées est utilisé pour évaluer les flux convectifs et diffusifs à l'interface de chaque volume de contrôle. Finalement, les équations algébriques discrétisées sont résolues par l'algorithme à matrices tridiagonal ligne-par-ligne (TDMA) voir **Annexe**.

III. 2. 3. 1. Algorithme SIMPLER [60] :

L'algorithme SIMPLER est composé des étapes de calcul suivants :

- 1- Initialiser le champ de vitesse.
- 2- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses \hat{u} , \hat{v} et \hat{w} données par les équations suivantes :

$$\hat{u}_{(i,j)} = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)} u_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}^u)}{A_{P(i,j)}} \quad (50-a)$$

$$\hat{v}_{(i,j)} = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)} v_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}^v)}{A_{P(i,j)}} \quad (50-b)$$

$b_{(i,j)}^u$ et $b_{(i,j)}^v$ sont les termes sources ne contenant pas les gradients de pression.

Ainsi les vitesses s'écrivent:

$$u_{(i,j)} = \hat{u}_{(i,j)} + P_{u(i,j)} (P_{(i,j)} - P_{(i+1,j)}) \quad (51-a)$$

$$v_{(i,j)} = \hat{v}_{(i,j)} + P_{v(i,j)} (P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)}) \quad (51-b)$$

où :

$$P_{u(i,j)} = \frac{\Delta z(j)}{A_{P(i,j)}} \quad (52-a)$$

$$P_{v(i,j)} = \frac{\Delta r(i)}{A_{P(i,j)}} \quad (52-b)$$

- 3- Calculer les coefficients de l'équation de pression résultante de la substitution des vitesses déterminées à partir des équations (43) dans l'équation de continuité- discrétisée; et la résoudre. Cette équation est:

$$A_{P(i,j)} P = \sum_{nb=E,W,N,S} (A_{nb(i,j)} P_{nb(i,j)} + b_{(i,j)}) \quad (53)$$

- 4- Considérer le champ de pression obtenu comme une estimation P^* et l'utiliser pour résoudre les équations de quantité de mouvement discrétisées pour obtenir u^* , v^* et w^* estimées.

$$A_{P(i,j)}u_{(i,j)}^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb(i,j)}u_{nb(i,j)}^* + (P_{(i,j)} - P_{(i+1,j)})\Delta z(j) + b_{(i,j)}^u \quad (54-a)$$

$$A_{P(i,j)}v_{(i,j)}^* = \sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb(i,j)}v_{nb(i,j)}^* + (P_{(i,j)} - P_{(i,j+1)})\Delta r(i) + b_{(i,j)}^v \quad (54-b)$$

- 5- Résoudre l'équation discrétisée de la pression P'

- 6- Corriger le champ des vitesses.

$$u_{(i,j)} = u_{(i,j)}^* + u'_{(i,j)} \quad (55-a)$$

$$v_{(i,j)} = v_{(i,j)}^* + v'_{(i,j)} \quad (55-b)$$

Les termes avec prime (') sont les corrections.

- 7- Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie, pour obtenir T .

- 8- Résoudre l'équation du potentiel électrique pour avoir φ .

- 9- Considérer le champ des vitesses comme une nouvelle estimation et retourner à l'étape 2 jusqu'à convergence.

L'ensemble de ces étapes est récapitulé dans l'organigramme illustré dans la *figure III. 3*.

III. 2. 3. 2. Organigramme de l'algorithme SIMPLER :

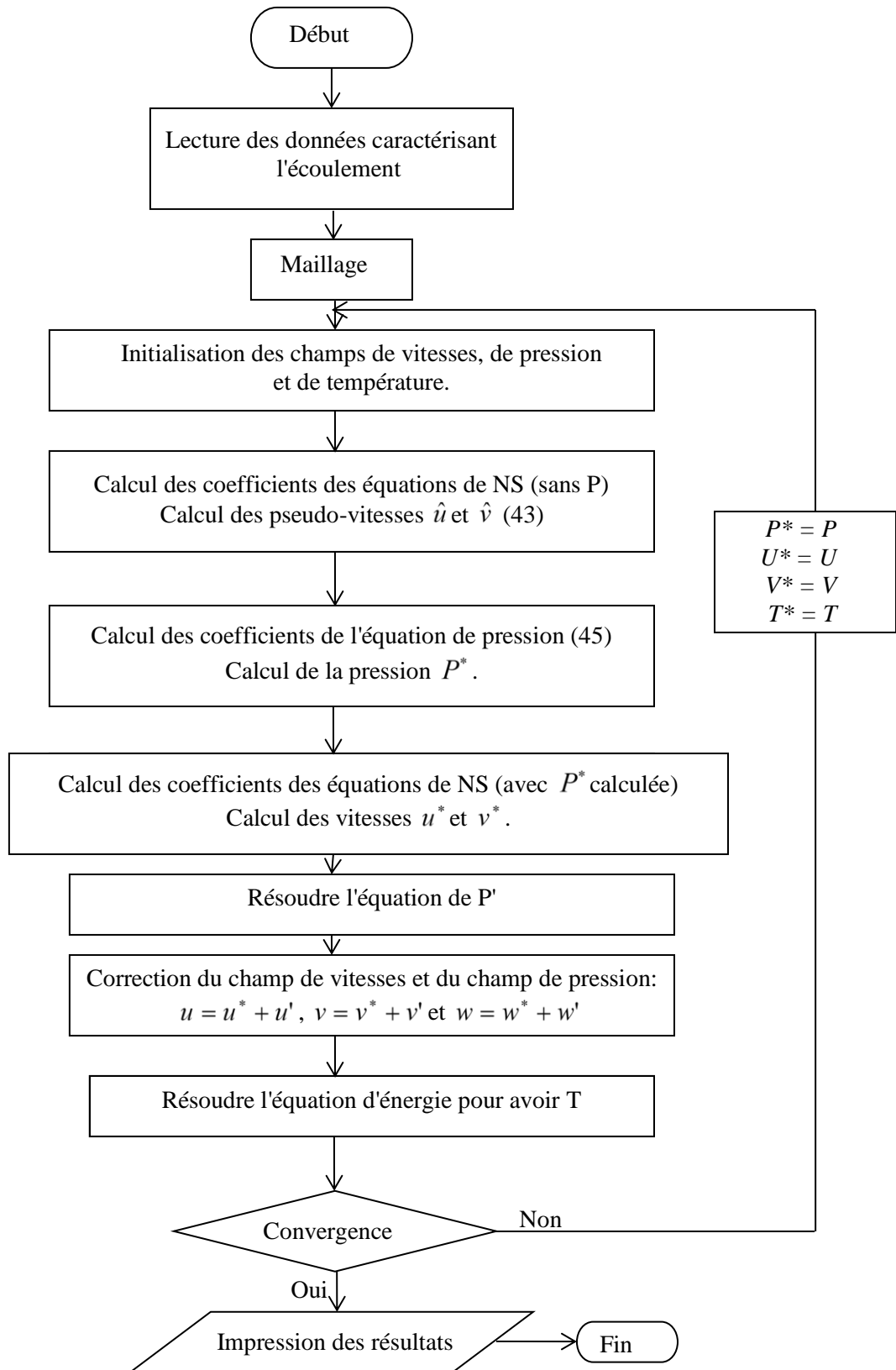


Figure III. 3 : Organigramme du code de calcul selon l'algorithme SIMPLER.

III. 2. 4. Résolution du système d'équations :

Le système d'équations obtenu après discrétisation de l'équation (30) est non linéaire. Pour le résoudre on fait appel à des méthodes itératives où les coefficients des équations sont considérés comme connus à chaque itération. Parmi les méthodes itératives on distingue la résolution ligne par ligne.

III. 2. 4. 1. Présentation de la méthode :

A l'itération $k + 1$, le système peut s'écrire :

$$a_P \phi_P^{(k+1)} - a_W \phi_W^{(k+1)} - a_E \phi_E^{(k+1)} = a_N \phi_N^{(k)} + a_S \phi_S^{(k)} + b \quad (56)$$

$\phi^{(k)}$ Désigne des valeurs connues à l'itération précédente. Cette équation ne contient que trois inconnues $\phi_P^{(k+1)}$, $\phi_E^{(k+1)}$ et $\phi_W^{(k+1)}$. On peut ainsi former une équation sur chaque nœud suivant la direction $E \rightarrow W$.

En utilisant la notation indicielle, cette équation aura la forme suivante :

$$\alpha_i \phi_i^{(k+1)} - \beta_i \phi_{i-1}^{(k+1)} - \gamma_i \phi_{i+1}^{(k+1)} = \lambda_i \quad (57)$$

$$\text{Avec :} \quad \alpha_i = a_p \quad (57\text{-a})$$

$$\beta_i = -a_W \quad (57\text{-b})$$

$$\gamma_i = -a_E \quad (57\text{-c})$$

$$\lambda_i = a_N \phi_N^{(k)} + a_S \phi_S^{(k)} + b \quad (57\text{-d})$$

L'ensemble de ces équations constitue un système d'équations dont la matrice des coefficients est tri-diagonale :

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \gamma_1 & & & & \\ \alpha_2 & \beta_2 \gamma_2 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \alpha_i & \beta_i \gamma_i & \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & \beta_n \gamma_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_i \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_i \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

Où : n , désigne le nombre d'équations (nombre de nœuds dans une direction donnée). Le système ainsi obtenu va être résolu par l'algorithme **T.D.M.A** de Thomas (*Tri Diagonal Matrix Algorithm*) (**Annexe A**). Une fois les valeurs de ϕ , sur une ligne de la direction r , sont déterminées, on passe à la ligne suivante en appliquant la même procédure, tout en considérant les variables suivant l'autre direction (direction z) constantes. Le même cheminement est utilisé pour les autres variables dépendantes.

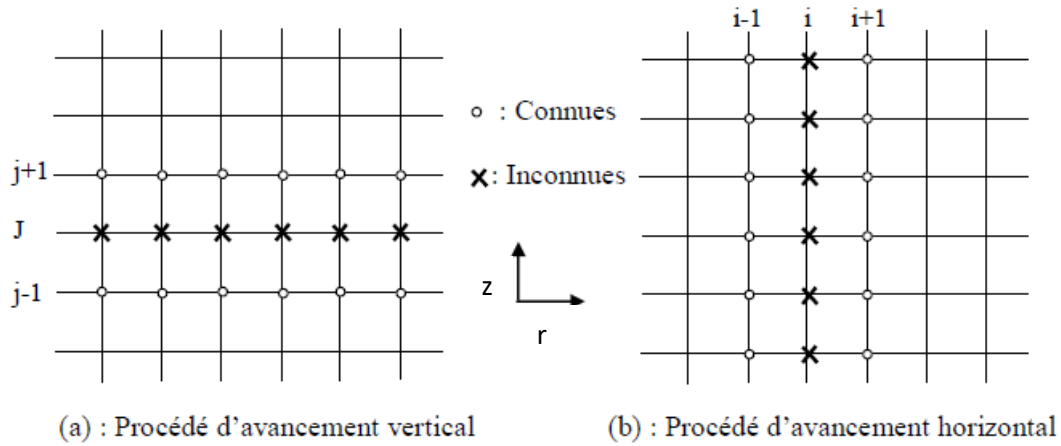


Figure III. 4. Mode d'avancement dans la méthode ligne par ligne.

On obtient donc, au bout de chaque itération complète, les valeurs approchées de toutes les variables dépendantes.

III. 2. 4. 2. Technique de sous-relaxation :

Parmi les méthodes de résolution des systèmes d'équations, on distingue les méthodes itératives. Ces dernières sont généralement plus utilisées pour :

- Des systèmes de grande taille.
- Des systèmes dont les équations algébriques sont à caractère non linéaire et couplé.

Dans cette catégorie de méthodes, on utilise la technique de relaxation pour contrôler la convergence du processus itératif (ralentir ou accélérer la convergence). Elle se présente comme suit :

Soit l'équation discrétisée de la variable ϕ

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (58)$$

Ou encore :

$$\phi_p = \frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} \quad (59)$$

A l'itération $(k+1)$, on peut écrire :

$$\phi_p^{(k+1)} = \phi_p^{(k)} + \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^{(k)} \right] \quad (60)$$

La quantité entre crochets, dans l'équation (III-60) représente la variation de ϕ produite par une itération courante ou tout simplement le résidu.

La technique de relaxation a pour but de diminuer les résidus d'une première approximation puisque ces résidus sont nuls pour la solution exacte, ce qui revient à introduire un facteur de relaxation α_ϕ :

$$\phi_p^{(k+1)} = \phi_p^{(k)} + \alpha_\phi \left[\frac{\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b}{a_p} - \phi_p^{(k)} \right] \quad (61)$$

Ou bien :

$$\frac{a_p}{\alpha_\phi} \phi_p^{k+1} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{a_p}{\alpha_\phi} (1 - \alpha_\phi) \phi_p^k \quad (62)$$

En pratique, α_ϕ est défini tel que : $0 < \alpha_\phi < 2$

Si : $2 > \alpha_\phi$, le processus diverge souvent.

Deux cas sont généralement rencontrés :

- $0 < \alpha_\phi < 2$: on est en présence d'une sur-relaxation. Cette valeur de α_ϕ est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus itératif déjà convergent (figure suivante).

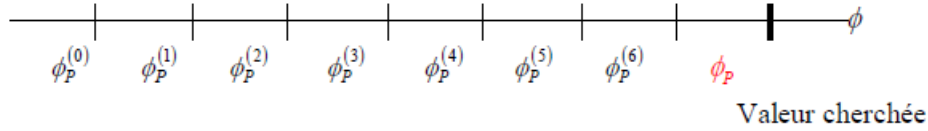


Figure III. 5 : Evolution possible des ϕ_p^k dans un processus convergent ;
Nécessité d'une sur-relaxation

- $0 < \alpha_\phi < 1$: il s'agit d'une sous-relaxation. Dans ce cas, la valeur de α_ϕ permet souvent de faire converger un processus divergent ou encore de diminuer les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre (figure suivante).

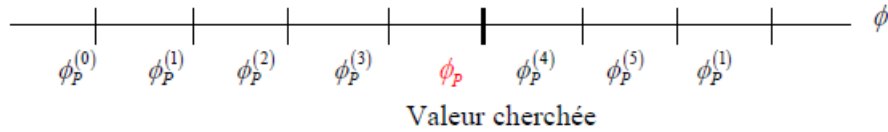


Figure III. 6 : Evolution possible des ϕ_p^k dans un processus divergent ;
Nécessité d'une sous-relaxation

La technique de sous-relaxation est très conseillée pour les problèmes non linéaires afin d'éviter la divergence. Dans notre cas, les variables, U , V et T , sont sous-relaxées tels que donné par l'équation (60). Par contre, la pression est sous-relaxée comme suit : $P = P^* + \alpha_\phi P'$

III. 2. 5. Critère de convergence :

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence c'est-à-dire se rapprocher au Mieux de la solution stable du système d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes ϕ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi 'critère de convergence' qui dépend de la nature du problème et des objets du calcul. Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de masse et la température. Ces résidus sont définis par:

$$R_\phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \quad (63)$$

$$\phi = U, V, T$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite, tendra vers zéro. Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité suivante :

$$\sum_{\psi} R_\phi < \varepsilon_\phi \quad (64)$$

ψ : Domaine de calcul.

ε_ϕ : valeur petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue.

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSION

IV. 1. Introduction :

Comme il a été mentionné à la fin du chapitre I, l'étude consiste à déterminer numériquement les effets combinés de l'ajout des nanoparticules solides de l' Al_2O_3 à l'eau pure et de l'orientation du champ magnétique extérieurement appliqué sur le transfert thermique à l'intérieur d'une cavité cylindrique dont le rapport d'aspect est égale à 4 ($H/R = 4$). Cette dernière est limitée par une paroi inférieure isotherme à température élevée (T_h) et une paroi supérieure isotherme à faible température (T_c) et une paroi latérale adiabatique. Il s'agit aussi de déterminer l'effet de l'augmentation de l'intensité du champ magnétique sur le transfert thermique à l'intérieur du cylindre.

IV. 2. Effet du maillage sur les solutions numériques :

Les équations adimensionnelles avec les conditions aux limites sont discrétisées par la méthode des volumes finis donnée par Patankar [60]. L'algorithme SIMPLER [60] est utilisé pour traiter le couplage vitesse-pression. Le système d'équations algébriques discrétisées est résolu par l'algorithme TDMA. La méthode numérique est exécutée dans un programme FORTRAN. Dans le but d'examiner l'effet du maillage sur la solution numérique 5 maillages ont été considérés pour ce cas : (28×112) nœuds, (38×128) nœuds, (48×184) nœuds, (56×224) nœuds et (72×288) nœuds. Le maillage (56×224) a été choisi pour achever tous les calculs car c'est celui qui nous a donné le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision des calculs.

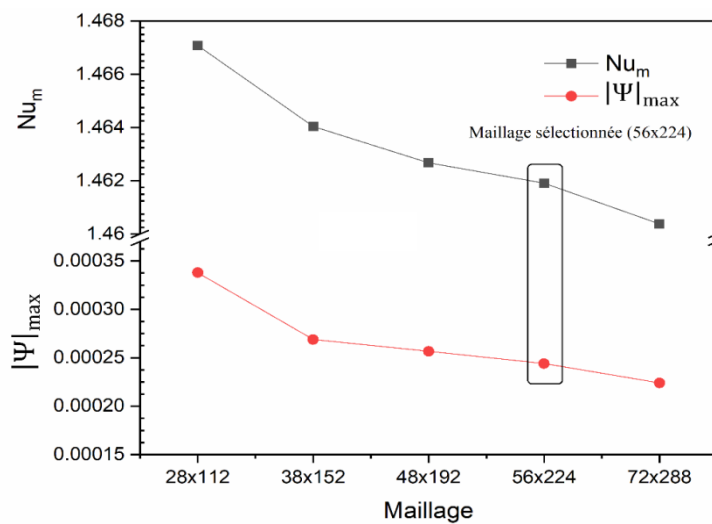


Figure IV. 1 : Effect du maillage sur la solution pour $Ra = 10^4$, $\phi = 0.05$ and $Ha = 5$ champ magnétique radial B_r .

Les incréments Δr et Δz du maillage utilisé sont irréguliers. Ils ont été choisis selon une progression géométrique de 1.05, ce qui permet un raffinement du maillage près des parois du cylindre où de forts gradients de vitesse et de température existent.

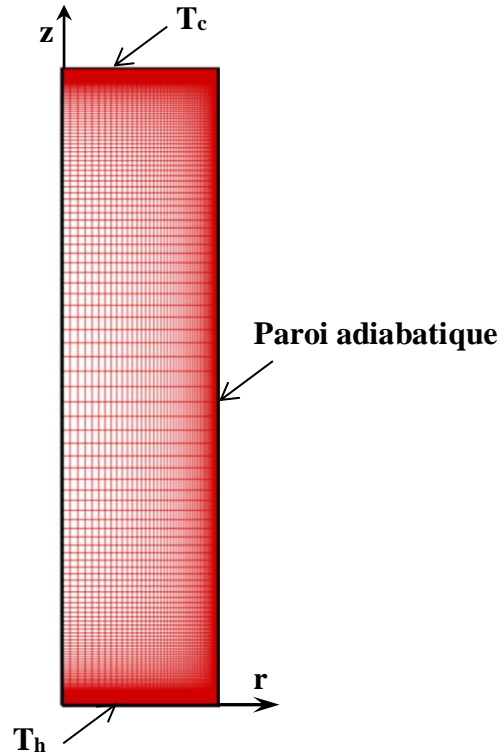


Figure IV. 2 : Schéma du maillage du domaine de calcul.

IV. 3. Validation du code :

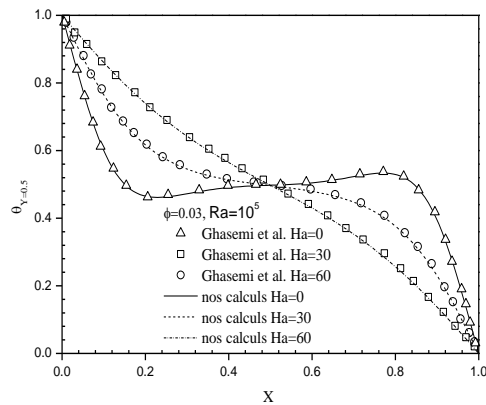


Figure IV. 3 : Validation du code de calcul de la présente étude avec les résultats de Ghasemi et al. (2011) [2].

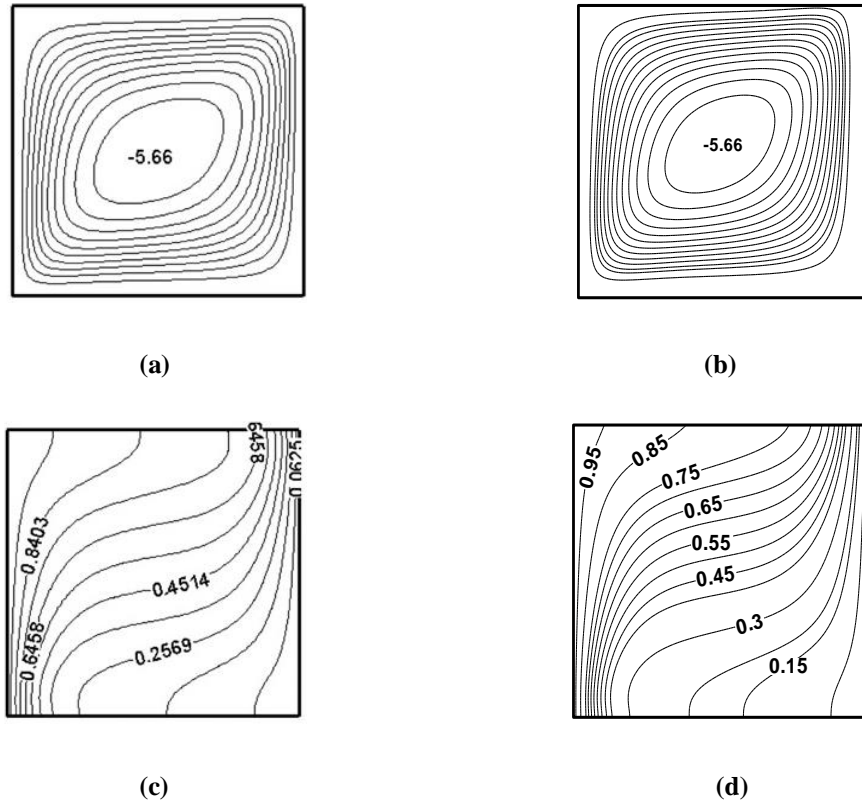


Figure IV. 4 : Validation du code de calcul pour $Ra = 10^5$, $\phi = 0.03$ and $Ha = 30$:
 (a) et (c) lignes de courant et isothermes de Ghasemi et al. (2011) [2]
 (b) et (d) lignes de courant et isothermes de cette étude.

IV. 4. Résultats et discussion :

Ces résultats sont obtenus pour un cylindre rempli du nanofluide eau- Al_2O_3 ($Pr=6.2$). Les nanoparticules d'Alumine ont un diamètre de 18 nm entourées d'une nanocouche de 1nm **Yu et Choi [3]**. Les calculs sont faits pour 2 nombres de Rayleigh ($Ra=10^3$ et $Ra=10^4$). L'effet du pourcentage des nanoparticules dans le nanofluide est étudié en considérant 5 valeurs de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi = 0, 0.025, 0.05, 0.075$ et 0.1), aussi l'effet de l'intensité et de la direction du champ magnétique sont étudiés en considérant plusieurs valeurs du nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50$ et 60) et ceci pour un champ magnétique stationnaire extérieurement appliqué une fois suivant la direction axiale du cylindre et une seconde fois suivant sa direction radiale.

Pour valider le code, un calcul de la température adimensionnelle θ le long de la mi-hauteur de la cavité pour $Ra=10^5$, $\phi =0.03$ et $Ha=0$, 30 et 60, est fait pour le cas considéré par **Ghasemi et al. [2]** et un bon accord est enregistré (*figure IV.3 et figure IV.4*).

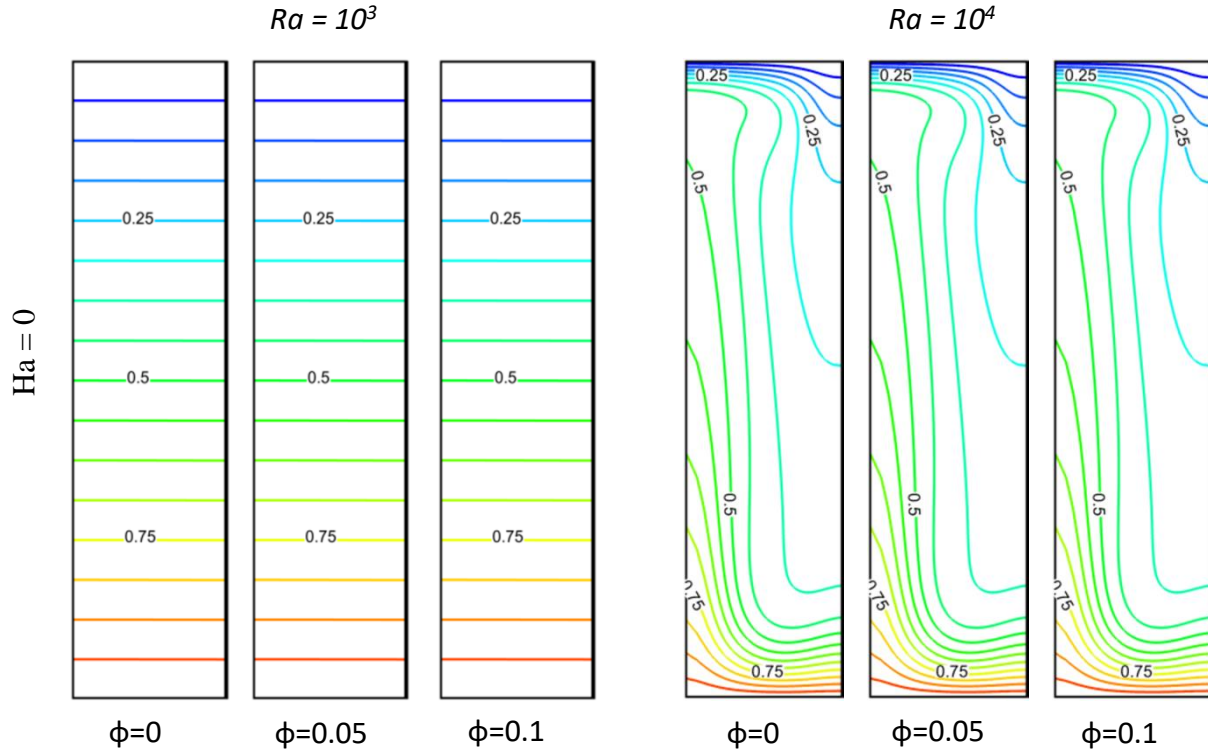
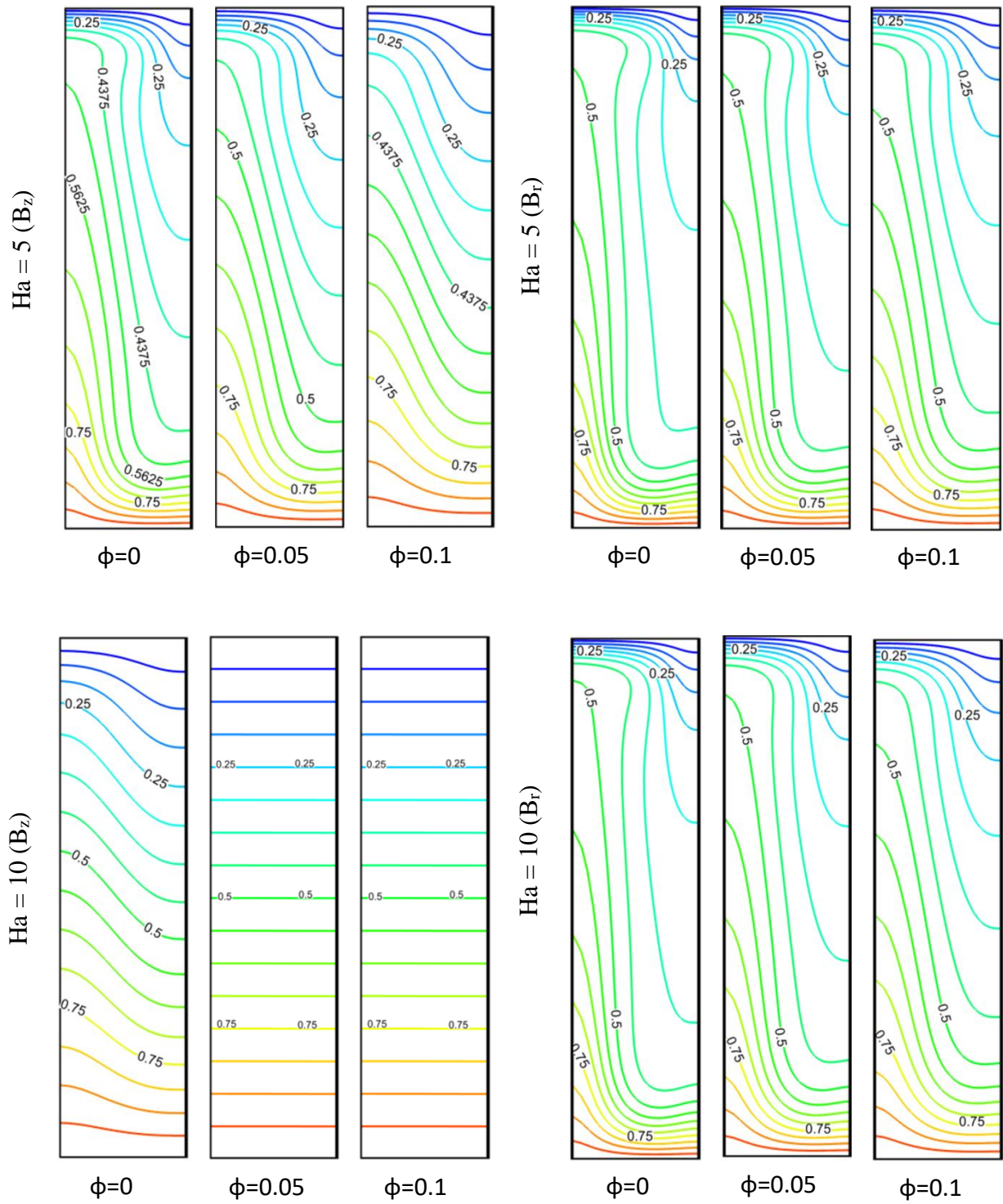
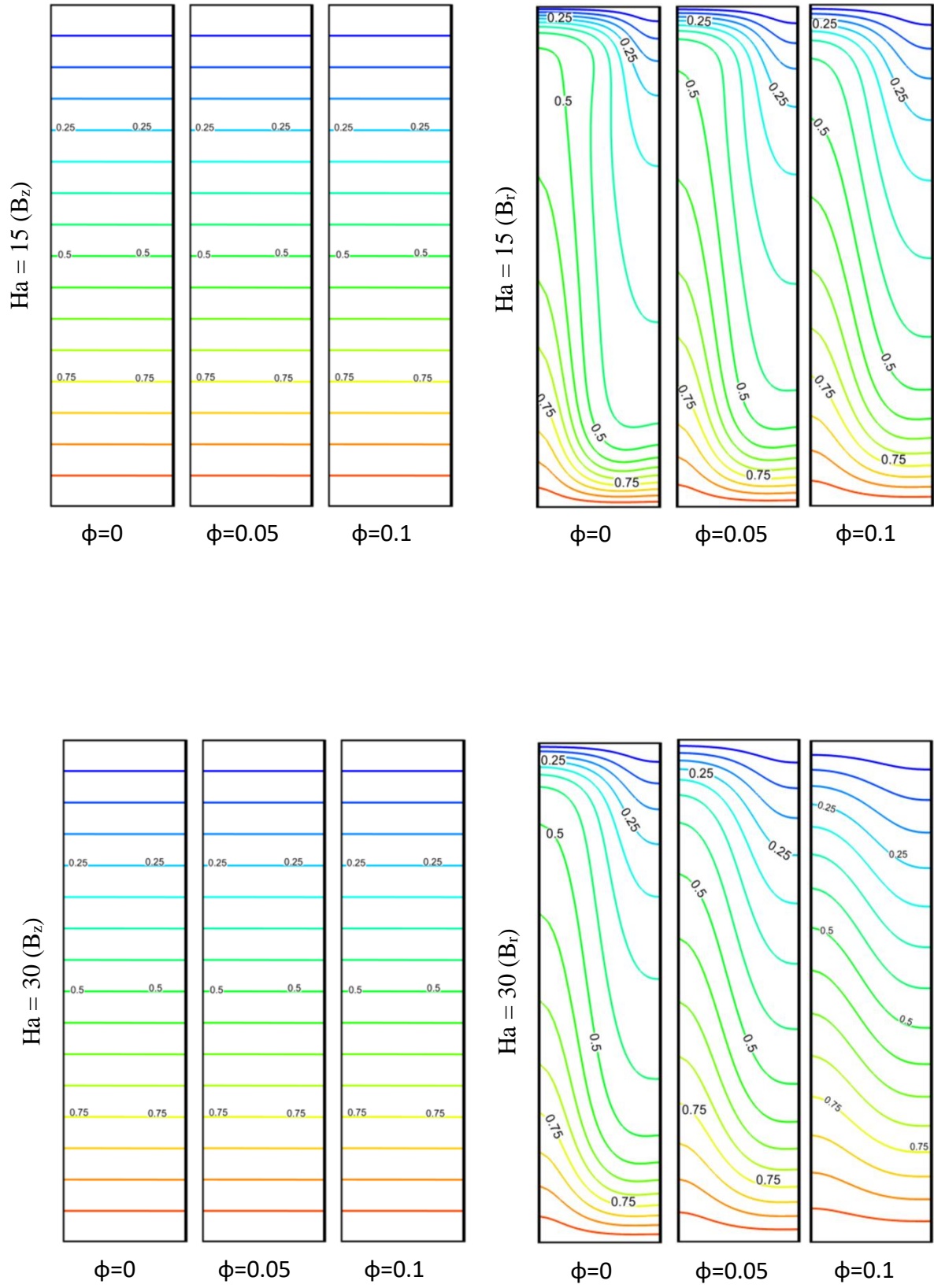


Figure IV. 5 : Isothermes pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ , sans application du champ magnétique.

L'effet de l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules en absence du champ magnétique sur les isothermes est représenté sur la *figure IV. 5* et ce pour les deux valeurs de Rayleigh. Il est clair que sans application du champ magnétique ($Ha = 0$) et pour la valeur faible du nombre de Rayleigh $Ra = 10^3$, la force de poussée de faible intensité génère un écoulement faible. Les isothermes uniformément réparties à l'intérieur du cylindre montrent la dominance du régime conductif sur le transfert de chaleur. En augmentant le nombre de Rayleigh ($Ra = 10^4$), la force de poussée devient plus importante, les isothermes deviennent plus serrées près des deux disques chaud et froid.





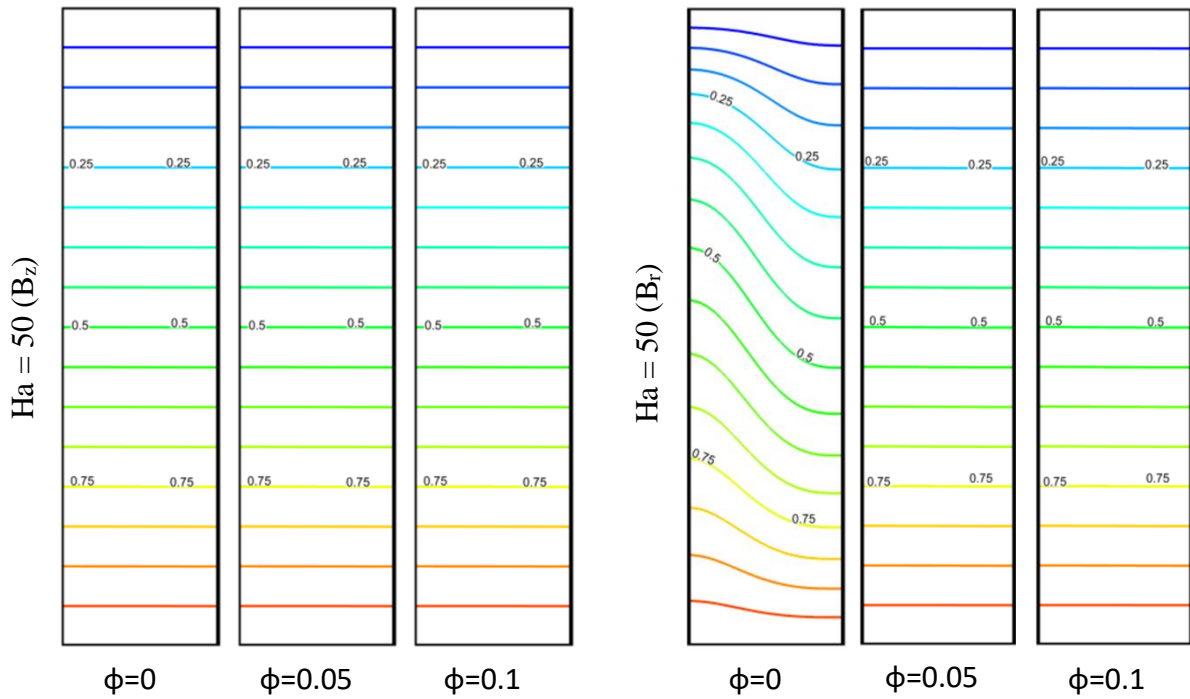


Figure IV. 6 : Isothermes pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 6 valeurs de Ha et les deux directions du champ magnétique B_r et B_z .

Les isothermes pour $Ra = 10^4$ et les trois valeurs de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi = 0, 0.05$ et 0.1) et pour plusieurs intensités du champ magnétique ($Ha = 0, 5, 10, 15, 30$ et 50) appliquée une fois dans la direction axiale et une seconde fois dans la direction radiale sont présentées sur **la figure IV. 6**. Pour $Ra = 10^4$, l'application du champ magnétique stabilise l'écoulement et l'augmentation de son intensité traduite par l'augmentation du nombre de Ha réduit l'intensité de l'écoulement, et cette réduction est plus importante dans le cas où le champ magnétique est axial. Les isothermes sont affectées par la variation du nombre de Ha et la conduction domine dès $Ha=10$ pour les deux valeurs de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi = 0.05$ et $\phi = 0.1$) et dès la valeur de $Ha = 15$ en absence des nanoparticules dans l'eau pure ($\phi = 0$) quand le champ magnétique est axial. Quand le champ magnétique est radial, les écoulements convectifs sont dominants à $Ha = 5, Ha = 10, Ha = 15$ et $Ha = 30$ et ne s'affaiblissent que lorsque Ha atteint la valeur de 50 et ce en présence des nanoparticules ($\phi = 0.05$ et $\phi = 0.1$). En absence des nanoparticules ($\phi = 0$), à $Ha = 50$ la convection domine toujours.

Sur la *figure IV. 7.* sont montrées les lignes de courant à l'intérieur du cylindre avec application d'un champ magnétique radial. On remarque que la circulation de l'écoulement à l'intérieur du cylindre est évidente pour toutes les valeurs de Ha et que par l'augmentation de l'intensité du champ magnétique, l'intensité de l'écoulement diminue et ceci est due à la force magnétique qui oppose la direction de l'écoulement et cause une réduction considérable dans l'intensité des lignes de courant. Il est également à noter que l'augmentation du pourcentage des nanoparticules dans le fluide de base réduit l'intensité du champ de l'écoulement comme il a été observé par d'autres chercheurs **Ho et al. (2008) [18]**. Les vecteurs vitesses montrés sur la *figure IV.8* montrent l'importante réduction dans l'amplitude des vecteurs vitesses après l'application du champ magnétique et montrent aussi une circulation de base unicellulaire de la paroi chaude vers la paroi froide.

La *figure IV. 9.* présente les profils de la composante axiale de la vitesse adimensionnelle V le long de mi-hauteur de la cavité cylindrique ($z = 0.5$). On peut voir à partir de cette figure les effets de la fraction volumique des nanoparticules sur la vitesse adimensionnelle et l'effet de l'application du champ magnétique ($Ha = 5$, $Ha = 30$ et $Ha = 60$) dans les deux directions axiale et radiale pour deux valeurs de Rayleigh $Ra = 10^3$ et $a = 10^4$. Il est clair que quand la fraction volumique des nanoparticules d' Al_2O_3 augmente, la valeur absolue de la vitesse verticale diminue. Cette diminution est dû à la l'augmentation de la conductivité thermique dans le nanofluide c-à-d diminution de la force de circulation dans l'écoulement du nanofluide à des pourcentages importants des nanoparticules solides dans le nanofluide.

En outre, l'augmentation du nombre de Hartmann diminue considérablement la grandeur de la vitesse verticale. L'amplitude absolue de la vitesse augmente avec le nombre de Rayleigh, car l'augmentation de ce nombre signifie un mouvement convectif croissant croissant dans le nanofluide.

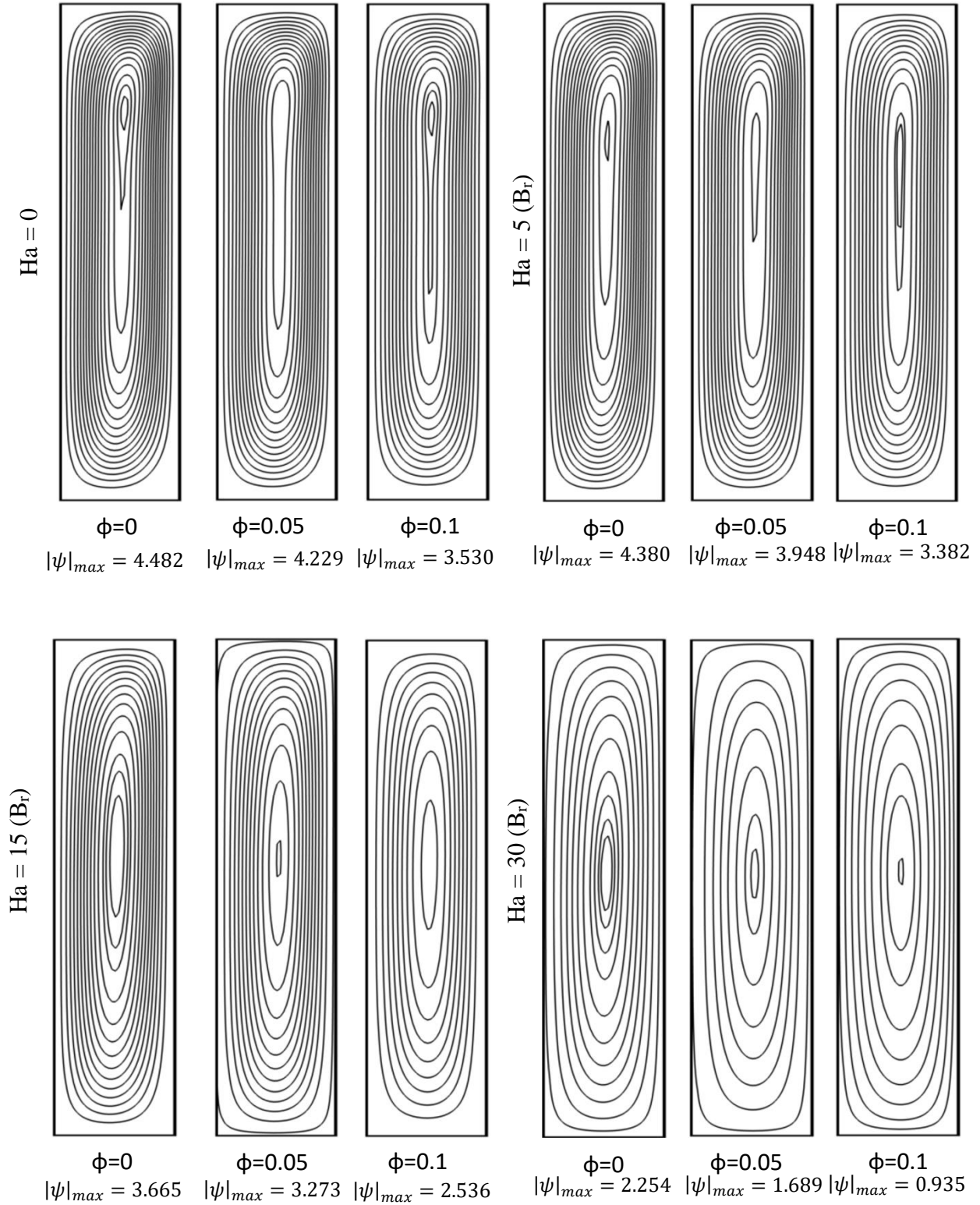


Figure IV. 7 : Lignes de courant pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 4 valeurs de Ha et le champ magnétique est radial B_r .

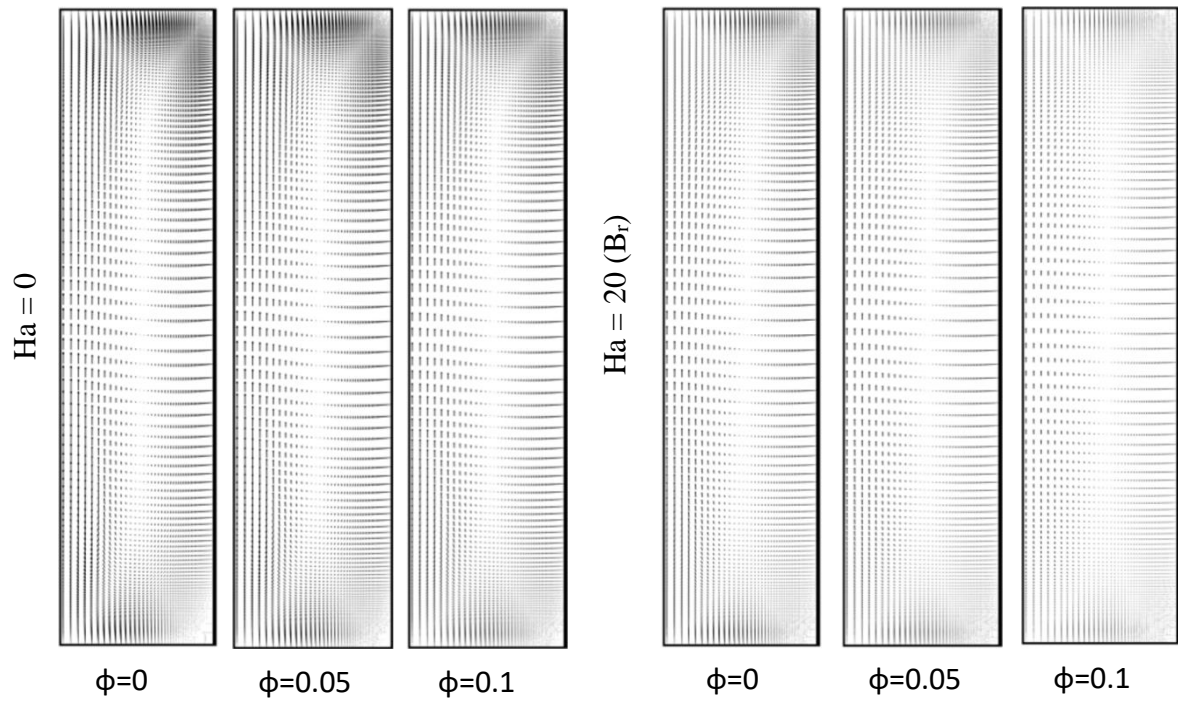


Figure IV. 8 : Vecteurs vitesses pour $Ra = 10^4$, 3 valeurs de ϕ , 2 valeurs de Ha et le champ magnétique est radial B_r .

Sur la **figure IV. 10**, il est observé que le nombre de Hartmann a une faible influence sur les profils de températures et ceci est due au fait que le transfert de chaleur pour $Ra = 10^3$ est principalement due à la conduction et pour $Ra=10^4$ l'application d'un champ magnétique de grande intensité ($Ha=30$, $Ha=60$) favorise la dominance du transfert par conduction. En plus, cette figure montre que l'augmentation de la fraction des nanoparticules dans le nanofluide fait augmenter la température au milieu du cylindre comme près de la paroi latérale adiabatique.

La **figure IV. 11** illustre la variation de la composante radiale U de la vitesse adimensionnelle le long de la hauteur du cylindre à $Ha = 10$ (champ magnétique axial B_z et radial B_r) et pour 3 valeurs de ϕ . Cette figure montre que l'augmentation de la force de flottabilité due à l'augmentation du nombre de Rayleigh augmente sensiblement la vitesse radiale et l'augmentation de la fraction volumique solide réduit la vitesse radiale et cette réduction est plus importante si la direction du champ magnétique est axiale et ceci a un bon correspondant aux résultats trouvés précédemment.

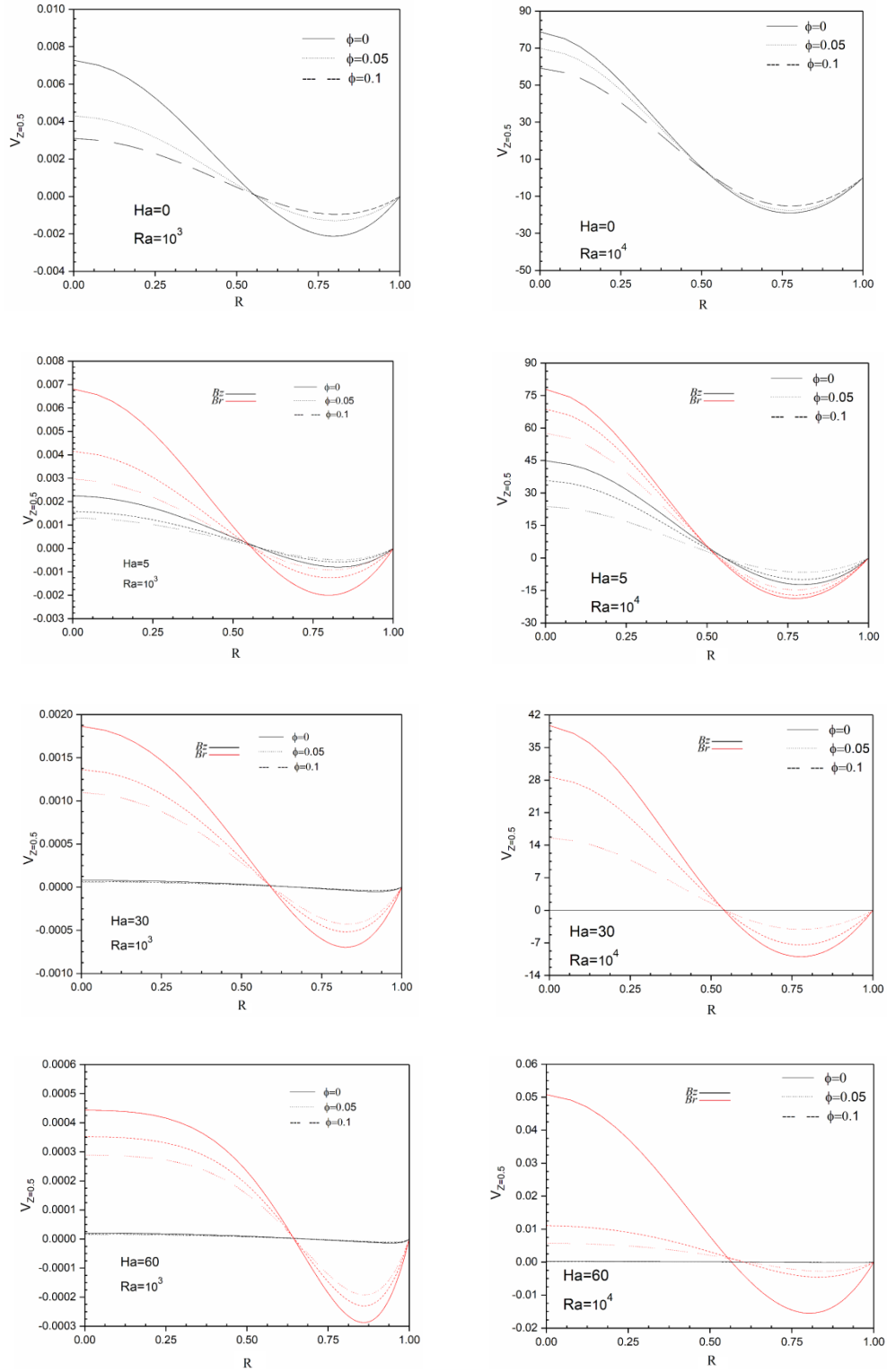


Figure IV. 9 : Variation de la composante axiale de la vitesse adimensionnelle le long de la mi-hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ et 4 valeurs de Ha pour les deux directions du champ magnétique axiale B_r et radiale B_z .

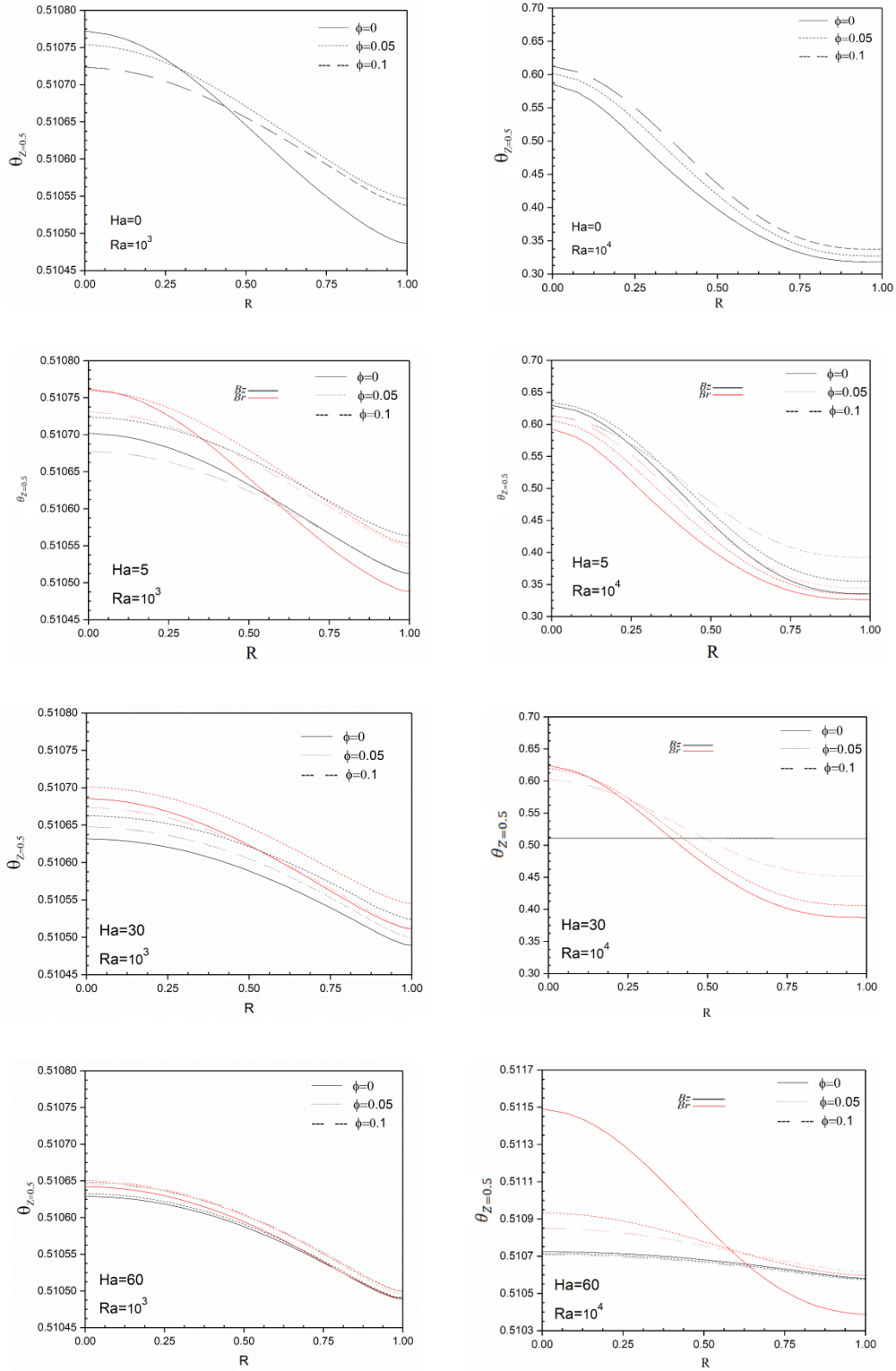
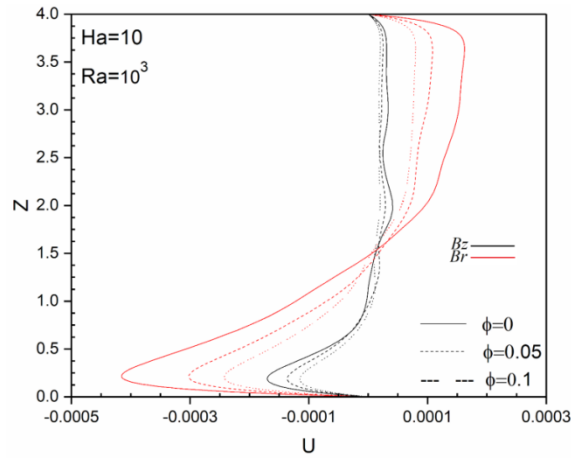
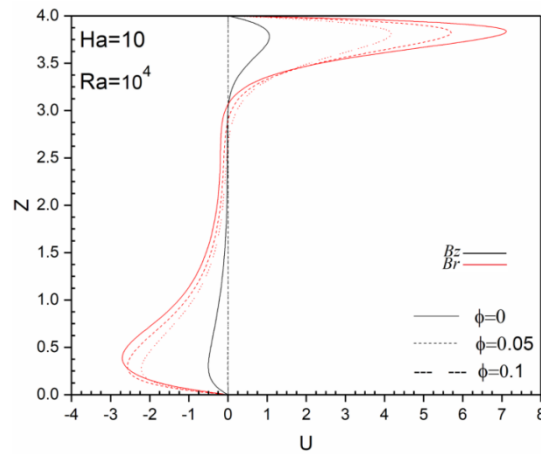


Figure IV. 10 : Variation de la température adimensionnelle θ le long de la mi-hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ et pour 3 valeurs de ϕ et 4 valeurs de Ha pour les deux directions du champ magnétique axiale B_z et radiale B_r .



(a)



(b)

Figure IV. 11 : Variation de la composante axiale de la vitesse adimensionnelle le long de la hauteur du cylindre pour $Ra = 10^3$ (a) et $Ra = 10^4$ (b) et pour $Ha = 10$ (champ magnétique axial B_z et radial B_r) et pour trois valeurs de ϕ .

Les figures IV. 12 et IV. 13 montrent l'effet du nombre de Hartmann pour les 2 directions du champ magnétique sur la variation du nombre de Nusselt moyen pour 3 valeurs de ϕ et pour $Ra = 10^3$ et $Ra = 10^4$ respectivement. Pour $Ra = 10^3$ (figure IV. 12) où le transfert thermique conductif demeure dominant, ni l'intensité du champ magnétique ni sa direction n'ont d'importants effets sur la performance du transfert thermique, mais l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente nettement cette performance.

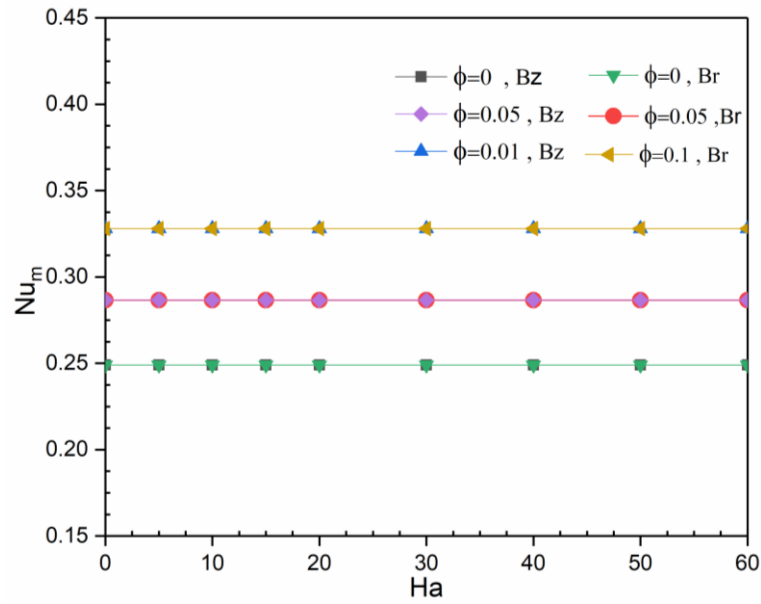


Figure IV. 12 : Variation de nombre de Nusselt moyen dans la paroi inférieure en fonction de Hartmann pour $Ra = 10^3$ et pour 3 valeurs de ϕ et pour les deux directions du champ magnétique.

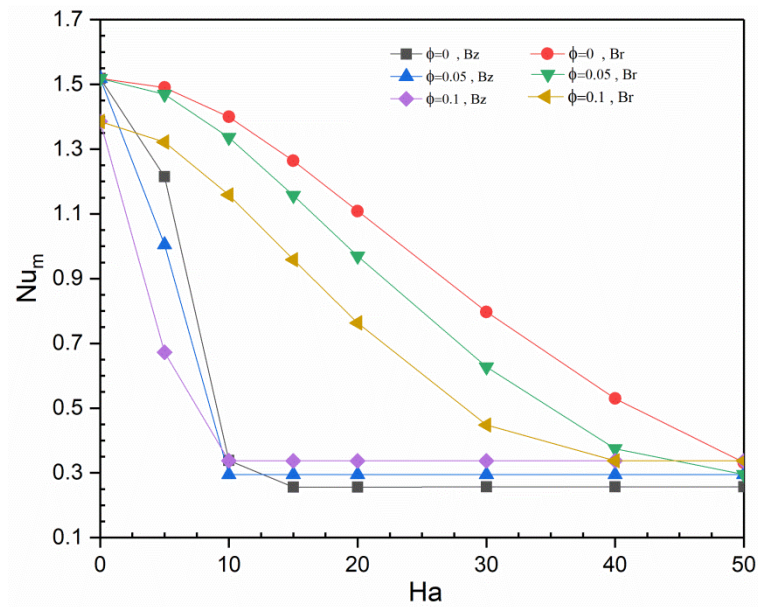


Figure IV. 13 : Variation de nombre de Nusselt moyen dans la paroi inférieure En fonction de Hartmann pour $Ra = 10^3$ et pour 3 valeurs de ϕ Et pour les deux directions du champ magnétique.

Pour $Ra = 10^4$, la **figure IV. 13** montre que pour la direction radiale du champ magnétique (B_r), la performance du transfert thermique diminue en augmentant l'intensité du champ magnétique (Ha) et diminue aussi avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules (ϕ). Pour le cas où le champ magnétique est dirigé axialement (B_z), Le nombre de Nusselt moyen décroît avec la croissance de la fraction volumique des nanoparticules pour $Ha \leq 10$, il est aussi clair que sa réduction avec l'augmentation de l'intensité du champ magnétique est plus importante par rapport au cas où le champ magnétique est radial. Quand Ha dépasse la valeur de 10, la performance du transfert de chaleur paraît constante.

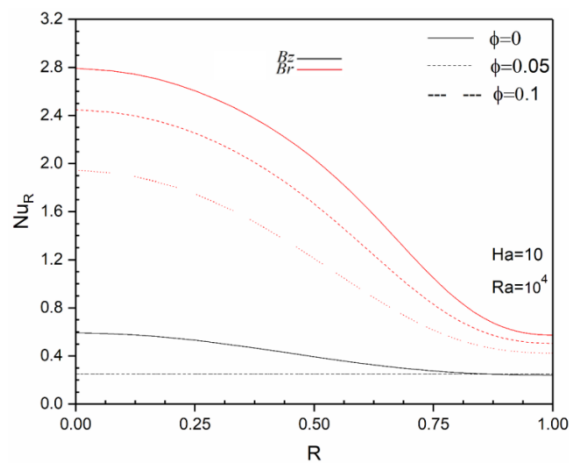


Figure IV. 14 : Variation du nombre de Nusselt local Nu_R le long du disque froid supérieur pour $Ra = 10^4$ et $Ha = 10$ (champ magnétique radial B_r et axial B_z) Pour trois valeurs de ϕ

La **figure IV. 14** représente la variation du nombre de Nusselt local Nu_R le long de la paroi froide supérieure pour $Ra=10^4$ et $Ha=10$ (radial B_r and axial B_z magnetic fields) pour trois valeurs différentes de ϕ . Les résultats montrent que si la fraction volumique solide augmente, le nombre de Nusselt local diminue dans les deux directions du champ magnétique. En outre, il est montré que si le champ magnétique est appliqué axialement le nombre local de Nusselt est inférieur à celui où le champ magnétique est appliqué radialement et ce résultat est en bon accord avec les résultats antérieurs.

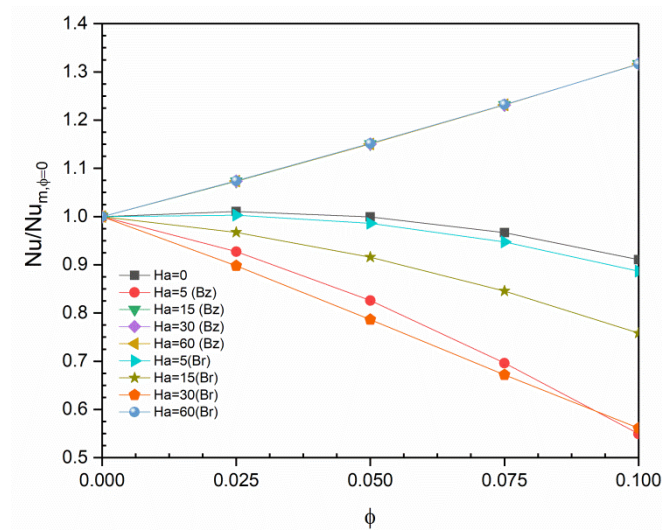


Figure IV. 15 : Variation de $Nu_m/Nu_{m,\phi=0}$ en fonction de ϕ pour quelques valeurs de Ha et pour $Ra=10^4$ dans les deux directions du champ magnétique

La **figure IV. 15** représentant l'effet de la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide sur le rapport du nombre de Nu moyen sur le nombre de Nu moyen correspondant au fluide pur ($\phi=0$) pour $Ra=10^4$ et pour différents nombres de Ha dans les 2 directions du champ magnétique, conduit à la même lecture que la **figure IV. 13**.

Le **tableau IV. 1** illustre la variation du nombre moyen de Nusselt Nu_m et la fonction de flux maximum $|\Psi|_{\max}$ avec la fraction volumique des nanoparticules à différentes valeurs du nombre de Hartmann dans les deux directions radiale et axiale du champ magnétique. Les valeurs montrent que la fraction volumique des nanoparticules dans le fluide de base a une influence importante sur les performances du transfert de chaleur dans l'enceinte cylindrique à toutes les valeurs des nombres de Hartmann. Il est clair que le nombre de Nusselt diminue fortement avec le nombre croissant de Hartmann, en particulier lorsque le champ magnétique est appliqué dans la direction axiale. Comme le nombre de Nusselt décrit l'intensité du transfert de chaleur par convection, cette observation indique clairement l'inhibition significative du transfert de chaleur par convection par le champ magnétique. Pour toutes les valeurs du nombre de Hartmann, si la fraction volumique solide augmente $|\Psi|_{\max}$ est réduite, L'addition de nanoparticules

solides au fluide de base implique une augmentation de μ_{nf}/ρ_{nf} dans le terme diffusif. Cela signifie un flux de circulation plus faible et des valeurs plus faibles de la fonction de courant maximum.

		Ha=0	Ha=5		Ha=15		Ha=30		Ha=60	
			B _z	B _r	B _z	B _r	B _z	B _r	B _z	B _r
$\phi=0$	Nu _m	1.5115	1.2082	1.4841	0.2492	1.2574	0.2491	0.7908	0.2491	0.2491
	$ \Psi _{\max}$	4.4821	2.86815	4.37964	0.0008	4.10557	0.0001	2.25385	0	0.00318
$\phi=0.05$	Nu _m	1.5103	0.9981	1.4619	0.2867	1.1497	0.2866	0.6193	0.2866	0.2866
	$ \Psi _{\max}$	4.2296	2.26539	3.94756	0.0005	3.66524	0.0001	1.68901	0	0.00094
$\phi=0.1$	Nu _m	1.3768	0.6639	1.3134	0.3281	0.9495	0.3281	0.4387	0.3280	0.3281
	$ \Psi _{\max}$	3.5304	1.50046	3.38292	0.00037	3.10061	0.0001	0.9355	0	0.00056

Tableau IV. 1 : Variation du nombre de Nusselt moyen (Nu_m) et la fonction de courant maximum $|\Psi|_{\max}$ avec la fraction volumique solide à différentes valeurs du nombre de Hartmann dans les 2 directions du champ magnétique pour $Ra=10^4$.

Le **tableau IV. 2** présente l'effet de la fraction volumique des nanoparticules (ϕ) sur le nombre de Nusselt moyen (Nu_m) et sur la fonction de courant maximum ($|\Psi|_{\max}$) à deux valeurs de Hartmann ($Ha = 10$ et $Ha = 20$) et ce, pour les deux valeurs de Rayleigh ($Ra=10^3$ and $Ra=10^4$). Pour $Ra = 10^3$ où les force de flottabilité sont faibles et la diffusion gouverne le comportement de l'écoulement l'addition des nanoparticules conduit à une circulation faible des particules du nanofluide à l'intérieur du cylindre et ceci est traduit par les faibles valeurs de la fonction de courant. Il est aussi à noter d'après ce tableau la réduction du nombre de Nusselt moyen avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules ce qui signifie la réduction dans le taux de transfert thermique à l'intérieur du cylindre.

	$\phi=0$		$\phi=0.025$		$\phi=0.05$		$\phi=0.075$		$\phi=0.1$	
	Nu_m	$ \Psi _{\max}$	Nu_m	$ \Psi _{\max}$	Nu_m	$ \Psi _{\max}$	Nu_m	$ \Psi _{\max}$	Nu_m	$ \Psi _{\max}$
Ha=10(B_z)										
Ra=10 ³	0.2491	0.0001	0.2674	0.0001	0.2866	0.0001	0.3068	0.0001	0.3280	0.0001
Ra=10 ⁴	0.3319	0.6095	0.2675	0.0155	0.2867	0.0026	0.3069	0.0013	0.3281	0.0060
Ha=10(B_r)										
Ra=10 ³	0.2491	0.0001	0.2674	0.0001	0.2866	0.0001	0.3068	0.0001	0.3280	0.0001
Ra=10 ⁴	1.3934	4.1248	1.3745	3.9370	1.3283	3.7096	1.2537	3.415	1.1500	3.0695
Ha=20(B_z)										
Ra=10 ³	0.24905	0	0.2673	0	0.2866	0	0.3067	0	0.328	0
Ra=10 ⁴	0.24915	0.0003	0.2674	0.0003	0.2866	0.0002	0.3068	0.00020	0.3281	0.0002
Ha=20(B_r)										
Ra=10 ³	0.24905	0.0002	0.26735	0.0002	0.2865	0.0002	0.3067	0.0002	0.3280	0.0002
Ra=10 ⁴	1.1026	3.28372	1.0418	3.0274	0.9615	2.7582	0.8643	2.4041	0.7545	2.0783

Tableau IV. 2 : Variation du nombre de Nusselt moyen (Nu_m) et la fonction de courant maximum $|\Psi|_{\max}$ avec la fraction volumique solide pour $Ha=10$ et $Ha=20$ et pour les 2 directions du champ magnétique pour $Ra=10^3$ et $Ra=10^4$.

CONCLUSION

Conclusion :

Le travail présenté dans ce mémoire a permis d'étudier numériquement la convection naturelle dans une cavité cylindrique remplie d'un nanofluide eau- Al_2O_3 et soumise à l'action d'un champ magnétique externe appliqué une fois axialement (B_z) et une seconde fois radialement (B_r). L'effet de la direction du champ magnétique et de la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide et le nombre de Hartmann sur les champs hydrodynamique et thermique à l'intérieur de la cavité a été examiné.

Les principaux résultats sont :

- Le champ magnétique réduit la circulation dans la cavité cylindrique.
- L'augmentation de l'intensité du champ magnétique augmente la grandeur des forces de Lorentz et par conséquent la grandeur des vitesses est réduite.
- Quand le régime conductif est dominant ($Ra=10^3$), l'intensité et la direction du champ magnétique ont un faible effet sur le taux de transfert thermique, mais l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente considérablement la performance du transfert thermique pour toutes les valeurs de Ha .
- Pour $Ra=10^4$, où le mode convectif domine, l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules décroît la performance du transfert thermique quand le champ magnétique est radial et aussi quand le champ magnétique est axial mais pour les faibles valeurs de Hartmann ($Ha \leq 10$), au-delà de cette valeur de Ha la performance du transfert thermique augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules.

Il est souhaitable d'étudier également l'influence de la nature des nanoparticules (CuO , TiO_2 ,....etc) sur les champs thermique et hydrodynamique dans ce type de cavités. Il serait aussi intéressant d'augmenter davantage le nombre de Rayleigh et de faire varier le rapport d'aspect du cylindre pour voir leurs effets sur la convection naturelle à l'intérieur des cavités cylindriques.

REFERENCES

- [1] **S.U.S Choi (1995)**. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, *Developments and applications of Non –Newtonian Flows*.D.A.Siginer and H. P. Wang (Eds.), *FED-vol. 231/MD –vol. 66*, ASME, New York, 99-105.
- [2] **B. Ghasemi, S.M. Aminossadati, and A. Raisi (2011)**. Magnetic Field Effect on Natural Convection in a Nanofluid-filled Square Enclosure, *Int. J Thermal Sciences*, vol. 50 pp. 1748-1756.
- [3] **S.U.S. Choi, Z.G. Zhang, W. Yu, F.E. Lockwood, and E.A Grulke (2001)**. Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspension. *Applied Physics Letters*, 79(14), pp. 2252-2254
- [4] **S.U.S. Choi (1995)**, Developments and Applications of Non-Newtonian Flows, *Fluids Engineering Division FED*, No. 231, pp 99-112.
- [5] **P. Keblinski, J.A. Eastman, and D.G. Cahill (2005)**. Nanofluids for thermal transport. *Materials today*, 8, pp.36.
- [6] **Y. Yang, Z.G. Zhang, E.A. Grulke, W.B. Anderson, and G. Wu (2005)**.. Heat transfer properties of nanoparticle in fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, pp .1107.
- [7] **W. Daungthongsuk, S. Wongwises (2005)**. A critical review of convective heat transfer of nanofluids. *Renewable Sustainable Energy Review*, 11, pp.797.
- [8] **P. Vadasz (2006)**. Heat conduction in nanofluids suspension. *Journal of Heat Transfer*, 128, pp .465.
- [9] **Tsai C.Y, H.T Chien, P.P Ding, B Chan, T.Y Luh, P.H Chen (2004)**, Effect of structural character of gold nanoparticles in nanofluid on heat pipe thermal performance, *Material Letters* 58 1461–1465
- [10] **MaH.B, C Wilson, B Borgmeyer, K Park, Q Yu, S.U.S Choi, M Tirumala (2006)**, Effect of nanofluid on the heat transport capability in an oscillating heat pipe, *Applied Physics Letters* 88 (14) 143116.
- [11] **Tzeng S.C, C.W Lin and K.D Huang (2005)**, Heat Transfer Enhancement of Nanofluids in Rotary Blade Coupling of Four-Wheel-Drive Vehicles. *Ac ta Mechanic a* 17911-23.
- [12] **Zhang Z and Q Que (1997)**, Synthesis, Structure and Lubricating Properties of Dialkydithiophosphate-Modified Mo-S Compound Nanoclusters, *Wear* 2098-12.

- [13] **You S.M, J.H Kim and K.H Kim (2003)**, Effect of Nanoparticles on Critical Heat Flux of Water in Pool Boiling Heat Transfer. *Applied Physics Letters* 83pp. 3374-3376.
- [14] **Vassallo P, R Kumar and S D'Amico (2004)**, Pool Boiling Heat Transfer Experiments in Silica-Water Nano-Fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47407-411.
- [15] **Jordan A, R Scholz, P Wust, H FaMng and R Felix (1999):**, Magnetic Fluid Hypothermia (MFH): Cancer Treatment with AC Magnetic Field Induced Excitation of Biocompatible Superparamagnetic Nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 201413-419.
- [16] **Kulkarni D.P, D.K Das and G.A Chukwu (2006)**, Temperature Dependent Rheological Property of Copper Oxide Nanoparticles Suspension (Nanofluid). *Journal of Nanoscience and Nanotechnology* 6 1150-1154.
- [18] **C. J. Ho, M. W. Chen, and Z. W. Li (2008)**. Numerical Simulation of Natural Convection of Nanofluid in a Square Enclosure: Effects due to Uncertainties of Viscosity and Thermal Conductivity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 51, pp. 4506-4516.
- [22] **P.K. Namburu, D.K. Das, K.M. Tanguturi, R.S. Vajjha (2009).**, Numerical study of turbulent flow and heat transfer characteristics of nanofluids considering variable properties, *International Journal of Thermal Science* ,48, pp. 290–302,
- [23] **S. Mirmasoumi, A. Bezaadmehr(2008)**, Effect of nanoparticles mean diameter on mixed Convection heat transfer of a nanofluid in a horizontal tube, *International Journal Of Heat and Fluid Flow* 29 ,pp.557–566
- [26] **Murshed S.M.S, K.C Leong, C Yang (2005)**, enhanced thermal conductivity of TiO₂–water based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences* 44 (4) 367–373.
- [27] **Wen D, Y. Ding (2004)**, Effective thermal conductivity of aqueous suspensions of carbon nanotubes (carbon nanotube nanofluids), *Journal of Thermo-physics and Heat Transfer* 18 (4) 481–485.
- [28] **Yurong He, Y Men, Y Zhao, H Lu, Y Ding (2009)**, Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions, *Applied Thermal Engineering* 29 1965-1972.
- [29] **Lee S, Choi S.U.S, S Li, J.A Eastman (1999)**, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Journal of Heat Transfer* 121 280–289.

-
- [31] Wang X.Q, X Xu, S.U.S Choi (1999), Thermal conductivity of nanoparticle–fluid mixture, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 13 (4) 474 – 480.
- [32] Masuda H, A Ebata, K Teramae and N Hishinuma (1993), Alternation of thermal conductivity and viscosity of liquid by dispersing ultra-fine particles (dispersion of - Al₂O₃, SiO₂ and TiO₂ ultra-fine particles), *Netsu Bussei (Japan)* 4227-233.
- [33] Maïga S.E.B, S.J Palm, C.T Nguyen (2005). Heat Transfer Enhancement by Using Nanofluids in Forced Convection Flows, *I. Journal of Heat and Fluid Flow*
- [34] Das S.K, N Putta, P Thiesen, W Roetzel (2003), Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, *ASME Trans. J. Heat Transfer* 125 567–574.
- [35] Li C.H and G.P Peterson (2006), Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids), *Journal of Applied Physics* 99 (8) 084314.
- [36] Heris S.Z, S.Gh Etemad and M.N Esfahany (2006), Experimental Investigation of Oxide Nanofluids Laminar Flow Convective Heat Transfer, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 33 529-535.
- [37] Lee S and S.U.S Choi (1996) : Application of metallic nanoparticle suspensions in advanced cooling systems, in *International Mechanical Engineering Congress and Exhibition, Atlanta, USA*.
- [38] S.E.B. Maïga, C.T. Nguyen, N. Galanis G. Roy (2004), Heat transfer behavior of nanofluids in a uniformly heated tube, *Superlattices and Microstructures* ,35, pp .543–557
- [39] Khanafer K, K Vafai, M Lightstone, Bouyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46
- [41] H.C. Brinkman (1952). *The viscosity of concentrated suspensions and solution. J. Chem.Phys.*, 20, 571–581.
- [42] J.C. Maxwell (1891). *A Treatise on electricity and magnetism, Clarendon Press, U.K.*
- [43] Hamad MAA (2011), Analytical solution of natural convection flow of a nanofluid over a linear stretching sheet in the presence of magnetic field. *Int Commun Heat Mass Transfer*, 38, pp. 487-492,

-
- [44] **B. GHASEMI, S.M. AMINOSSADATI, A. RAISI (2011)**, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *Int. J. Therm. Sci.* 50 (9), pp. 1748–1756
- [45] **O.Abouali and A. Falahatpishen (2009)**. Numerical Investigation of Natural Convection of Al_2O_3 Nanofluid in Vertical Annuli, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 46, pp. 15-23.
- [46] **M. CORCIONE, E. HABIB (2010)**, Buoyant heat transport in fluids across tilted square cavities discretely heated at one side, *Int. J. Therm. Sci.* 49 pp. 797–808
- [47] **L. Syam Sundar, M. T. Naik, M. K. Singh, and T. Ch. Siva Reddy (2012)**. Experimental Investigation of Forced Convection Heat Transfer and Friction Factor in a Tube with Fe_3O_4 Magnetic Nanofluid, *International Journal of Experimental Heat Transfer, Thermodynamics and Fluid Mechanics, ETF science (New York, NK: Elsevier)*, vol. 37, pp. 65-72.
- [48] **Mahmoudi AH., Pop I., Shahi M., Talbi F (2013)**, MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu-water nanofluid, *Computers & Fluids*, 72, pp. 46-62.
- [49] **Reza Ashorynejad (2013)**, M., Magnetic Field Effects on Natural Convection Flow of a Nanofluid in a Horizontal Cylindrical Annulus Using Lattice Boltzmann Method, *Int. J. Thermal Sciences*, vol. 64 pp. 240-250
- [50] **N. Putra, W. Roetzel, and S. K. Das (2003)**. Natural Convection of Nanofluids, *Heat and Mass Transfer*, vol. 39, pp. 775-784.
- [52] **F. Oztop and E. Abu-Nada (2008)**. Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 29, pp. 1326-1336.
- [53] **E. Abu-Nada (2009)**. Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity of Al_2O_3 -Water Nanofluid on Heat Transfer Enhancement in Natural Convection, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 679-690.
- [54] **Z. Haddad, F. Oztop, E. Abu-Nada, and A. Mataoui (2012)**. A Review on Natural Convective Heat Transfer of Nanofluids, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 16, pp. 5363-5378.
- [55] **R.L. Hamilton and O.K. Crosser (1962)**. Thermal conductivity of heterogeneous two component systems. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 1(3), 187-191.

- [56] **A. Einstein (1956)**. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Dover Publications, New York.
- [57] **B.C.Pak and Y.I.Cho (1998)**, *Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles*, *Exp. Heat Transfer* 11 (2),pp.151-170
- [58] **Xuan Y, W. Roetzel (2000)**, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer* (2000) 433701–3707.
- [59] **S. V. Patankar (1980)**. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *Hemisphere*, Washington, DC

ANNEXE

L'algorithme « TDMA » (Tri-Diagonal Matrix Algorithm)

Soit le système d'équations algébriques linéaires (AC.2) à matrice tri diagonale. La résolution rapide d'un tel système peut se faire par la procédure d'élimination attribuée à Thomas (1949), appelée aussi T.D.M.A. et qui représente une version simplifiée de l'algorithme de Gauss. Considérer un système des équations qui a une forme tri-diagonale ou φ_1 et φ_{n+1} sont des valeurs connues, où la forme générale donnée par l'équation :

$$\alpha_i \varphi_{i-1} - \beta_i \varphi_{i+1} + \gamma_i \varphi_{i+1} = \lambda_i \quad (1)$$

L'équation (1) s'écrit sous forme matricielle et donnée par (2)

$$\begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & & & \\ \alpha_2 & & \beta_2 & \gamma_2 & \\ & \ddots & & & \\ & & \alpha_i & & \beta_i \gamma_i \\ & & & \ddots & \\ & & & & \beta_n \gamma_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_i \\ \varphi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_i \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

Son principe est le suivant : tout d'abord, on utilise la première équation pour éliminer φ_1 de la seconde équation. La nouvelle équation ainsi obtenue est à son tour utilisée pour éliminer φ_2 de la troisième équation. Une telle démarche est appliquée pour toutes les équations restantes jusqu'à éliminer φ_{n-1} de la n-ième équation. Cette dernière aura alors uniquement une seule inconnue φ_n . Les autres inconnues φ_{n-1} , φ_{n-2} , ..., φ_2 , φ_1 , sont donc calculées par substitution successive en faisant le chemin inverse.

Supposons que φ_{n-1} a été éliminée de la $(i-1)^{ième}$ équation. Dans ce

cas, on peut écrire :
$$b_{i-1}\varphi_{n-1} + c_{i-1}\varphi_i = d_{i-1} \quad (3)$$

Cette dernière est utilisée pour éliminer de la φ_{n-1} de la $i^{ième}$ équation.

D'où :

$$\left(\beta_i \frac{\alpha_i c_{i-1}}{b_{i-1}}\right) \varphi_i + \gamma_i \varphi_{n+1} = \lambda_i - \frac{\alpha_i d_{i-1}}{b_{i-1}} \quad (4)$$

En comparant l'équation (3) avec (4), on trouve que les coefficients b_i , c_i ,

d_i sont données en fonction de b_{i-1} , c_{i-1} , d_{i-1} et de α_i , β_i , γ_i , λ_i par

les relations suivantes :

Pour $i = 2, 3, \dots, n$

$$b_i = \beta_i \frac{\alpha_i c_{i-1}}{b_{i-1}}$$

$$c_i = \gamma_i$$

$$d_i = \lambda_i - \beta_i \frac{\alpha_i d_{i-1}}{b_{i-1}}$$

Pour $i=1$:

$$b_1 = \beta_1, c_1 = \gamma_1, d_1 = b_1$$

Lorsque $i = n$, la $i^{ième}$ équation s'écrit :

$$b_n \varphi_n = d_n$$

Donc :

$$\varphi_n = \frac{d_n}{b_n}$$

Les autres valeurs de ϕ sont calculées à partir de l'équation (3) qui, après transformation, devient :

Pour $i = n, n - 1, \dots, 2$

$$\varphi_{i-1} = \frac{d_{i-1} - C_{i-1}\phi_i}{b_{i-1}}$$

L'algorithme complet se présente alors comme suit :

- Pour $i = 1, 2, \dots, n$: $C_i = \gamma_i$
- $b_1 = \beta_1$ Et $d_1 = \lambda_1$
- Pour $i = 1, 2, \dots, n$

$$k_i = \frac{a_i}{b_{i-1}}$$

$$b_i = \beta_i - k_i C_{i-1}$$

$$d_i = \lambda_i - k_i d_{i-1}$$

$$\varphi_n = \frac{d_n}{b_n}$$

Pour $i = n, n - 1, \dots, 2$:

$$\varphi_{i-1} = \frac{d_{i-1} - C_{i-1}\phi_i}{b_{i-1}}$$

Résumé :

Dans ce travail, l'effet de la direction du champ magnétique sur la convection naturelle laminaire stationnaire dans un cylindre vertical rempli d'un nanofluide Al_2O_3 est numériquement étudié. Le champ magnétique extérieurement appliqué au cylindre est une fois dirigé axialement (B_z) et une seconde fois dirigé radialement (B_r). Le cylindre ayant un rapport d'aspect $H/R_0=4$ est limité par deux parois supérieure et inférieure à des températures constantes respectives froide T_c et chaude T_h et par une paroi latérale adiabatique. Les équations de continuité, Navier Stocks et d'énergie sont adimensionnalisées et ensuite discrétisées par la méthode des volumes finis. Un code de calcul basé sur l'algorithme de SIMPLER est développé et comparé avec les résultats trouvés dans la littérature. Les effets de la direction et de l'intensité du champ magnétique sur le champ dynamique, sur le champ thermique et sur le nombre de Nusselt moyen sont présentés et discutés à travers la variation du nombre de Hartmann ($Ha=0, 5, 10, \dots, 80$) ainsi que l'effet de la fraction volumique des nanoparticules ($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) et ceci pour deux valeurs du nombre de Rayleigh ($Ra=10^3$ et 10^4). Les résultats trouvés montrent que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh mais il diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann. En fonction de la direction du champ magnétique et des valeurs des nombres de Hartmann et de Rayleigh, une augmentation dans la fraction volumique des nanoparticules dans le nanofluide peut provoquer une amélioration ou une détérioration dans la performance du transfert thermique dans le nanofluide.

Mots clés :

Convection naturelle, nanofluide, champ magnétique, Reynolds, Nusselt, méthode des volumes finis, simulation numérique.

Abstract:

In this work, the effect of the magnetic field direction on laminar stationary convection heat transfer in a vertical cylinder filled with an Al_2O_3 nanofluid is numerically studied. The magnetic field externally applied to the cylinder is once directed axially (B_z) and a second time directed radially (B_r). The cylinder having an aspect ratio $H/R_0=4$, is limited by two upper and lower walls at constant temperatures respectively cold T_c and hot T_h and by an adiabatic side wall. The equations of continuity, Navier Stocks and energy are non-dimensionalized and then discretized by the finite volume method. A computer program based on the SIMPLER algorithm is developed and compared with the numerical results found in the literature. The effects of the direction and intensity of the magnetic field on the dynamic field, on the thermal field and on the average Nusselt number are presented and discussed through the variation of the Hartmann number ($Ha=0, 5, 10, \dots, 80$), as well as the effect of the nanoparticles volume fraction ($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) and this for two values of Rayleigh number ($Ra=10^3$ et 10^4). The results found show that the average Nusselt number increases with the increase in the Rayleigh number but it decreases with the increase in the Hartmann number. Depending on the magnetic field direction and on the values of Hartmann and Rayleigh numbers, an increase in the volume fraction of the nanoparticles in the nanofluid may cause an enhancement or deterioration in the heat transfer performance in the nanofluid.

Keywords:

Natural convection, nanofluid, magnetic field, Reynolds, Nusselt, finite volume method, numerical simulation.

ملخص :

في هذا العمل، قمنا بدراسة عددية لتأثير اتجاه الحقل المغناطيسي على الحمل الحراري الحر الهادي الثابت في حاوية أسطوانية عمودية مملوءة بمحلول مائي مع جزيئات النانو لتشكيل ما يسمى بالنانوفلويدي، وتلك الجزيئات تتمثل في أكسيد الألومينيوم أو ما يسمى بالألومينا (Al_2O_3). الحقل المغناطيسي المطبق خارجيا على الحاوية وجه مرة عموديا (B_z) و مرة ثانية أفقيا (B_r). الحاوية الأسطوانية ذات نسبة الارتفاع $H/R_0=4$ محددة بقصرين العلوي حرارته ثابتة ومنخفضة (T_c) و السفلي حرارته ثابتة و مرتفعة (T_h) أما الجدار الجانبي للحاوية فهو عازل للحرارة. طبقت على معادلات الأنماط الحرارية (معادلة الاستمرارية، معادلة كمية الحركة و معادلة الطاقة) طريقة الأحجام المتناهية. برنامج حساب أساسه خوارزمية SIMPLER تم تطويره و مقارنته مع النتائج المنشورة مسبقا. قدمت و نوقشت تأثيرات اتجاه و شدة الحقل المغناطيسي على الحقل الديناميكي و الحقل الحراري و على عدد نوسالت (Nusselt) و ذلك من خلال تغيير عدد هارتمان (Hartmann) $Ha=0, 5, 10, \dots, 80$ و كذلك تأثيرات عدد من تراكيز جزيئات النانو

($\phi=0, 0.025, 0.05, \dots, 0.1$) و كل هذا من أجل قيمتين لعدد رايلى ($Ra=10^3$ et 10^4). النتائج المتوصل إليها بينت أن قيمة عدد نوسالت ترتفع مع ارتفاع قيمة عدد رايلى و لكنها تنخفض مع ارتفاع قيمة عدد هارتمان. من النتائج المسجلة أيضا أن زيادة تراكيز جزيئات النانو يمكنها أن تولد إما تحسن أو تدهور في فعالية النقل الحراري في المحلول المائي مع جزيئات النانو و ذلك حسب اتجاه الحقل المغناطيسي و قيم عددي هارتمان و رايلى.

كلمات مفتاحية :

الحمل الحراري، النانوفلويدي، الحقل المغناطيسي، رايلى، نوسالت، طريقة الأحجام المتناهية، المحاكاة العددية.