République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

N° Attribué par la bibliothèque

Année univ.: 2020/2021

Pratique des emprunts et calculs financiers

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de

Master Académique

Université de Saida - Dr Moulay Tahar

Discipline : MATHÉMATIQUES

Spécialité : ASSPA

par

Mahdi **M**oulay **L**arbi [1]

Sous la direction de

Dr Fatima **B**enziadi

Soutenue le 13/07/2021 devant le jury composé de

Pr. S. Rahmani	Université Dr Tahar Moulay - Saïda	Présidente
Dr. F. Benziadi	Université Dr Tahar Moulay - Saïda	Encadreur
Dr. N. Ait **O**uali	Université Dr Tahar Moulay - Saïda	Examinatrice
Dr. S. Idrissi	Université Dr Tahar Moulay - Saïda	Examinatrice

1. e-mail : moulaydigaj20@gmail.com

REMERCIEMENTS

Tout d'abord je tiens à remercier ALLAH le tout puissant de m'avoir donné la santé, la volonté, le courage et la patience pour mener à terme ma formation et pourvoir réaliser ce travail.

Mes remerciements s'adressent particulièrement au Docteur BENZIADI Fatima, pour son encadrement de qualité, sa motivation professionnelle, ses conseils et critiques constructives, ses corrections, sa gentillesse et sa patience ainsi pour le temps qu'il a consacré à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier les membres du jury pour leur présence, pour leur lecture attentive de ce mémoire, ainsi que pour les remarques qu'ils m'adresseront lors de cette soutenance afin d'améliorer mon travail. Ainsi mes enseignants, espérant que vous allez voir, dans ce manuscrit, les fruits du dévouement avec lequel vous avez fait preuve durant les enseignements que vous nous avez prodigué.

J'adresse également des remerciement à tous les enseignants de département de Mathématiques.

De peur d'en avoir oublier, je souhaite remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire ainsi qu'à la réussite de ce parcours universitaire.

Enfin je dédie entièrement ce travail à ma famille, et à tous mes amis.

Table des matières

Introduction générale

La vie économique est organisée autour des entreprises, qui donnent à toute civilisation plusieurs de ses caractères essentiels : urbanisation, rythme de vie, cadre immédiat de l'activité professionnelle des salariés sont autant de conséquences directes de la montée en puissance de cette catégorie de la vie économique et sociale. Lors de sa création et au cours de son développement l'entreprise au moment opportun doit détenir les ressources financières nécessaires pour faire face à ses échéances et utiliser au mieux les moyens dont elle dispose. Pour exercer son activité, l'entreprise doit engager des dépenses avant de percevoir des recettes : réalisation des investissements matériels (terrains, installations, construction), achats des matières et fournitures et prévoir la rémunération de la main d'œuvre.

Ainsi, partant du fait que l'entreprise est une entité économique combinant les facteurs de production (capital, travail, matières premières) dans le but de produire des biens et services destinés à être vendus sur un marché solvable, le financement peut être défini comme le moyen permettant de disposer des ressources qui lui sont nécessaires pour son activité. Ce financement conditionne la survie de l'entreprise. À cet effet, une entreprise peut financer ses investissements par autofinancement, sans faire appel à des capitaux extérieurs. Cette solution présente pour l'entreprise l'avantage de la rendre indépendante des tiers, mais elle a pour inconvénient majeur de limiter l'entreprise dans ses possibilités d'investissement.

Pour cela, le recours aux concours bancaires représente la source de financement la plus couramment utilisée car elle est souvent le moyen de financement pour la quasi-totalité des entreprises.

En Algérie, l'essentiel du financement externe est fait en grande partie par les banques. Celles-ci constituent un instrument fondamental du développement des structures productives et assurent l'octroi de la majeure partie des crédits à l'investissement. Cependant, il faut reconnaître que ce mode de financement par crédit bancaire présente des inconvénients pour l'entreprise qui la rend tributaire des aléas de la distribution du crédit (montant, coût, délais, etc.) et de la politique arrêtée par son banquier (choix des risques, garanties, etc.). Pour cela, l'entreprise a besoin de diversifier les sources de financement pour développer leurs activités, et investir dans la recherche et conquérir de nouveaux marchés.

C'est ainsi que les entreprises ont eu recours à d'autres formes de financement tels que : le leasing ou crédit-bail, l'ouverture du capital à de nouveaux investisseurs et l'emprunt obligataire. En d'autres termes, la transition d'une culture bancaire vers une culture de marché afin de faire du financement direct un moyen privilégié de financement de l'économie. L'entreprise poursuit un objectif clé à savoir de la maximisation de sa valeur à partir d'une croissance mesurée. Cet objectif oblige les dirigeants à mettre en place un meilleur pool d'investissement à travers des financements adéquats qui leur permettront d'asseoir une bonne structure. Cette gestion permet aux dirigeants d'une entreprise de maîtriser l'évolution du coût du capital généré par le pool de ressources financières.

Parmi ces ressources financières, le recours à l'emprunt obligataire répond à plusieurs préoccupations. La première est la recherche de l'équilibre de la structure du bilan et la stabilisation du pouvoir de l'entreprise. La deuxième est liée à la recherche des avantages fiscaux de la dette, sa rémunération étant déductible du résultat imposable et des avantages de propriété liés à la faillite. En outre, l'émission d'un emprunt obligataire doit être assurée par une société de gestion et d'inter-médiation qui sera chargé de l'exécution de l'opération c'est-à-dire de réaliser le montage financier de l'opération d'emprunt, d'assurer le service financier de l'émission, de rechercher une garantie ou un pool de garantie devant couvrir le capital et les intérêts et de constituer un syndicat de placement avec d'autres sociétés de gestion et d'inter-médiation.

D'abord, ce financement par emprunt obligataire offre une opportunité qui permet à l'entreprise d'être en face d'un grand nombre d'investisseurs moins homogènes tant dans leurs aspirations que dans leurs comportements. L'emprunt obligataire constitue ainsi une alternative de financement à laquelle plusieurs entreprises algériennes ont fait recours, ces dernières années. Aujourd'hui, dans un contexte de mondialisation, l'entreprise, à différents degrés selon son domaine d'activité et le niveau de libéralisation de l'économie, se trouve confrontée à une dynamique concurrentielle grandissante dont elle ne peut contenir les pressions et y faire face que par l'amélioration continue de sa compétitivité et par la diversification de leurs sources de financement par un autre, le recours à l'emprunt obligataire.

C'est dans ce cadre que se situe notre mémoire de master relative à l'emprunt obligataire. Il se décompose en cinq chapitres : le premier chapitre introduit la notion d'intérêt simple, utilisé pour les placements ou les emprunts à moins d'un an. Le second chapitre fait le point sur les intérêts composés, utilisés pour les opérations financières à plus d'un an. Le troisième chapitre présente les annuités. Le quatrième chapitre est consacré à l'étude des emprunts indivis. Enfin, le cinquième chapitre présente les emprunts obligataires.

Chapitre 1

Les intérêts simples

1.1 Mode de calcul des intérêts simples

1.1.1 Qu'est-ce qu'un intérêt ?

Un intérêt est la rémunération d'un placement pour un prêteur ou le coût d'un emprunt pour un emprunteur. L'intérêt est fonction de la somme prêtée, de la durée et du taux d'intérêt négocié entre le prêteur et l'emprunteur.
Une banque rémunère ses clients sur des comptes d'épargne lorsque ceux-ci placent leur argent sur un compte à intérêts. Ce-là correspond à un principe de prêt. Le client immobilise une partie de son capital sur un compte et la banque utilise ce capital pendant la durée sur laquelle l'argent est sur le compte pour ses activités rémunératrices comme les prêts d'argent. En contrepartie de cette immobilisation d'argent, la banque distribue des intérêt à ses clients.

1.1.2 Formalisation

Les intérêts simples se calculent uniquement à partir du capital initialement placé. Les intérêts ne sont distribués qu'en fin de placement. Il n'y a pas de cumuls d'intérêts d'une période à l'autre comme dans Les intérêts composés.
Notons n la durée d'un placement en années, t le taux d'intérêt annuel pratiqué (supposé constant sur la durée du placement) et C_0 le capital placé.

Au bout d'un an, les intérêts seront de $I_1 = C_0 \times t$, le capital sera donc $C_1 = C_0 + C_0 \times t$. La deuxième année, les intérêts sont à nouveau calculés à partir du capital C_0 et le capital placé devient $C_2 = C_1 + C_0 \times t$. De la même manière, l'année 3 on a $C_3 = C_2 + C_0 \times t$.

Généralement, le capital de l'année $n+1$ se calcule à partir du capital de l'année n par la formule :

$$C_{n+1} = C_n + C_0 \times t$$

On remarque que la suite (C_n) est une suite arithmétique de raison $C_0 \times t$. On peut donc donner une expression de C_n en fonction du premier terme C_0 : $C_n = C_0 + n \times C_0 \times t$.

En factorisant par C_0 on déduit la formule générale :

$$C_n = C_0(1 + n \times t)$$

Les intérêts sur n années sont :

$$I_n = C_0 \times t \times n$$

1.2 Placements de courtes durées

Les intérêts simples sont généralement appliqués pour des durées inférieures à un an. Il est donc nécessaire d'adapter la formule $C_n = C_0(1 + n \times t)$ à des durées plus courtes.

1.2.1 Pour une durée comptée en mois

Notons k le nombre de mois de placement, on cherche à exprimer k en fonction de n. On a la proportionnalité suivante :

k	12
n	1

Cette proportionnalité indique simplement qu'une année contient 12 mois ; ainsi par un produit en croix on trouve $12 \times n = k$, ainsi : $n = \dfrac{k}{12}$.

En remplaçant la valeur de n par son expression en fonction de k dans la formule précédente, on trouve :

$$C_k = C_0 \left(1 + \frac{k}{12} \times t\right)$$

Les intérêts sur k mois sont :

$$I_k = C_0 \times t \times \frac{k}{12}$$

Cette formule sera utilisée dans les placements dont la durée est fixée en mois.

Exemple 1.2.1. *On place 1000 DA pendant 5 mois au taux annuel de 5 %. La somme sur le compte au terme du placement est donc :*

$$C_5 = 1000 \times \left(1 + \frac{5}{12} \times 0,05\right) = 1020,83\ DA$$

Les intérêts sont de 20,83 DA.

1.2.2 Pour une durée comptée en jours

De manière similaire à la formule sur les mois, on peut trouver une formule utilisant la proportionnalité entre les jours et les années. Par souci de simplification on prend en référence, pour le décompte des intérêts en jours, l'année comptable de 360 jours et non l'année civile de 365 jours ou 366 jours.
Ainsi, si l'on note j le nombre de jours dans une année, on a la proportionnalité suivante :

j	360
n	1

On a ainsi $360 \times n = j$, par conséquent $n = \dfrac{j}{360}$ et donc :

$$C_j = C_0 \left(1 + \frac{j}{360} \times t\right)$$

Les intérêts sur j jours sont :

$$I_j = C_0 \times t \times \frac{j}{360}$$

Exemple 1.2.2. *On place 1000 DA pendant 50 jours au taux annuel de 2 %. La somme sur le compte au terme du placement est donc :*

$$C_{50} = 1000\left(1 + \frac{50}{360} \times 0,02\right) = 1002,78\ DA$$

Les intérêts sont de 2,78 DA.

Pour les contrats de date à date, on compte le nombre de jours réel entre les deux dates de placement et l'on applique la formule précédente. Autrement dit, on compte le nombre de jours réel de chaque mois.

Mois	Nombres de jours
Janvier	31
Février	28/29
Mars	31
Avril	30
Mai	31
Juin	30
Juillet	31
Août	31
Septembre	30
Octobre	31
Novembre	30
Décembre	31

Exemple 1.2.3. *On réalise un placement de 1000 DA à 8 % du* 1er *mars au 2 septembre. Le nombre de jours entre ces deux dates est de :*

$$(31 - 1) + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 2 = 185\ jours$$

Ainsi, le capital au terme du placement est de :

$$1000\left(1 + \frac{185}{360} \times 0,08\right) = 1041,11\ DA$$

Remarque 1.2.1. *Ce mode de calcul peut sembler surprenant ; en effet si l'on compte le nombre réel de jours dans mois, on se réfère à l'année civile. Or on applique ensuite une formule construite sur un décompte de jours de l'année comptable. Il n'y a pas de logique mathématique dans ce mode de calcul. Cette étrangeté implique l'importance de rédiger un contrat à son avantage.*

Exemple 1.2.4. *Pour un placement de 10000 DA à 10 %, est-il plus intéressant de réaliser un contrat de date à date du 30 juin au 31 août ou un contrat d'une durée de 2 mois ?*
Entre le 30 juin et le 31 août, on compte 62 jours (l'ensemble des jours de juillet et août), les intérêts au terme du contrat de date à date seront donc de :

$$10000 \times 0,1 \times \frac{62}{360} = 172,22\ DA$$

Pour un contrat de 2 mois, les intérêts seront de

$$10000 \times 0,1 \times \frac{2}{12} = 166,67\ DA$$

On choisit donc de réaliser un contrat de date à date.

De manière générale, les contrats de date à date seront plus avantageux que les contrats comptés en nombre de jours ou en nombre de mois car l'année civile est plus longue que l'année comptable.

1.2.3 Pour les décomptes par quinzaine

Les comptes d'épargne à taux réglementé (du type Livret A) ont des intérêts calculés par quinzaines. Seules les quinzaines complètes sont prises en compte.
Lorsque vous placez une somme d'argent, les intérêts calculés sont comptés à partir du début de la quinzaine suivante. Les quinzaines sont à date fixes, du 1^{er} au 15 du mois pour la première quinzaine ; du 16 à la fin du mois pour la seconde quinzaine.
Lorsque vous retirez de l'argent les intérêts ne sont plus comptés à partir du début de la quinzaine précédente.

Exemple 1.2.5. *On place une somme de 1000 DA le 5 janvier. Les intérêts seront comptés seulement à partir du 16 janvier pour la seconde quinzaine. On perd donc 11 jours de placement.*
On retire une somme de 1000 DA le 5 janvier. Les intérêts ne sont plus comptés sur cette somme à partir du 1^{er} *janvier. On perd donc 5 jours de placement.*

1.3 Versements constants

Dans le cas de versements constants, il est possible de mettre en place une formule qui permet de calculer simplement la valeur acquise d'un capital sur un compte à intérêts.
Supposons qu'un individu place une même somme S tous les mois sur un compte au taux t pendant M mois. On s'intéresse à la valeur sur le compte juste après le dernier versement :
Le mois 1, la somme S placée va rester $M-1$ mois sur le compte ; ainsi la valeur acquise de cette somme sera :

$$S\left(1+\frac{M-1}{12}\times t\right)$$

Le mois 2, la somme S va rester $M-2$ mois sur le compte ; ainsi sa valeur acquise sera de :

$$S\left(1+\frac{M-2}{12}\times t\right)$$

Le mois M-1, la somme S va rester un mois sur le compte ; ainsi sa valeur acquise sera de :

$$S\left(1+\frac{1}{12}\times t\right)$$

La dernière somme S placée le mois M ne profitera pas d'intérêts.
Ainsi la valeur acquise des versements sera la somme :

$$S+S\left(1+\frac{1}{12}\times t\right)+\cdots+S\left(1+\frac{M-2}{12}\times t\right)+S\left(1+\frac{M-1}{12}\times t\right)$$

Cette somme est la somme des termes d'une suite arithmétique de M termes dont le premier terme est S et le dernier est :

$$S\left(1+\frac{M-1}{12}\times t\right)$$

On peut donc simplifier cette somme par la formule de la somme des termes d'une suites arithmétique :

$$\frac{(1^{er}\text{ terme} + \text{dernier terme}) \times \text{Nombre de termes}}{2}$$

Ainsi, en notant V cette somme, on a :

$$V=\frac{\left(S+S\left(1+\frac{M-1}{12}\times t\right)\right)\times M}{2}$$

En factorisant par S, on trouve :

$$V=S\times M\times\frac{2+\frac{M-1}{12}\times t}{2}$$

Après simplification, l'expression du capital V est :

$$V=S\times M\times\left(1+\frac{M-1}{24}\times t\right)$$

Exemple 1.3.1. *On place 1000 DA pendant 15 mois en intérêts simples à 5 %. Déterminons la valeur acquise des versements sur ce compte, on a :*

$$V=1000\times 15\times\left(1+\frac{15-1}{24}\times 0.05\right)=15437,50\ DA$$

Remarque 1.3.1. *Cette formule n'est valable que si l'instant d'observation se situe juste après le dernier versement. Si l'on se place plus tard après le dernier versement, il faudra encore prendre en compte les intérêts acquis sur la période qui sépare le dernier versement de la date d'observation.*

1.4 Calcul du taux moyen

Exemple 1.4.1. *On place 1000 DA pendant 50 jours à 6 % et l'on place 2000 DA pendant 30 jours à 2 %. Quel est le taux moyen de l'ensemble de ces deux placements ? On souhaite avoir un taux moyen qui rende compte de l'importance relative de ces deux placements. Une moyenne pondérée semblerait adaptée à cet exemple, sauf qu'il reste à savoir par quoi on va pondérer les taux. Si les capitaux placés étaient identiques, il serait naturel de pondérer par les durées, et si les durées étaient identiques, il serait naturel de pondérer par les capitaux. Or, dans l'exemple proposé, la durée et les capitaux diffèrent. La solution la plus simple est de pondérer les taux considérés par le produit des durées par les capitaux. Ainsi on trouve un taux moyen de :*

$$\frac{(1000 \times 50 \times 0,06) + (2000 \times 30 \times 0,02)}{(1000 \times 50) + (2000 \times 30)} \approx 3,82 \ \%$$

On généralise cet exemple au cas de n capitaux $C_1, C_2, ..., C_n$ placés pendant des durées $d_1, d_2, ..., d_n$ aux taux respectifs $t_1, t_2, ..., t_n$. Le taux moyen t_m est alors donné par la formule :

$$t_m = \frac{(C_1 \times d_1 \times t_1) + (C_2 \times d_2 \times t_2) + \cdots + (C_n \times d_n \times t_n)}{(C_1 \times d_1) + (C_2 \times d_2) + \cdots + (C_n \times d_n)}$$

Chapitre 2

Les intérêts composés

2.1 Calcul des intérêts composés

2.1.1 Valeur acquise

Le calcul des intérêts simples se fait uniquement sur la somme initialement placée sur le compte. Les intérêts composés sont eux calculés sur la somme l'année passée. Il peut donc y avoir une croissance des intérêts d'une année sur l'autre pour les intérêts composés, généralement appliqués pour des placements d'une durée supérieure à un an.
Notons S_0 la somme placée initialement sur un compte au taux d'intérêt composé i.
Au bout d'un an, la somme sur le compte sera de $S_1 = S_0(1+i)$.

Remarque 2.1.1. *On reconnaît la formule des intérêts simples au bout d'un an.*

On calcule de la même manière la somme sur le compte au bout de deux ans :

$$S_2 = S_1(1+i) = S_0(1+i)(1+i) = S_0(1+i)^2$$

Au bout de trois ans, la somme sur le compte sera de

$$S_3 = S_2(1+i) = S_0(1+i)^2(1+i) = S_0(1+i)^3$$

On déduit de ces premières observations la formule générale de la valeur acquise d'un placement en intérêts composés au taux i :

$$S_n = S_0(1+i)^n$$

Remarque 2.1.2. (S_n) *est une suite géométrique de premier terme* S_0 *et de raison* $(1+i)$.

Exemple 2.1.1. *On place 1000 DA pendant 3 ans au taux d'intérêt de 5 %. La valeur acquise de cette somme au bout des 3 ans sera de :*

$$1000(1+0,05)^3 = 1157,63\ DA$$

Les intérêts acquis sur la période sont donc de 157,63 DA.

2.1.2 Intérêts, valeur placée, durée et taux

La formule de la valeur acquise d'un placement en intérêts composés est utile pour répondre aux questions suivantes :

– Comment calculer les intérêts acquis lors d'un placement ?

Les intérêts se déduisent en retirant la somme placée de la valeur acquise :

$$I_n = S_0(1+i)^n - S_0 = S_0\left((1+i)^n - 1\right)$$

– Comment trouver une valeur placée ?

Si l'on dispose de la valeur acquise, de la durée de placement et du taux de placement, on peut trouver la valeur placée :

$$S_0 = \frac{S_n}{(1+i)^n} = S_n(1+i)^{-n}$$

– Comment trouver une durée ?

Si l'on dispose de la valeur acquise, de la valeur placée et du taux de placement, on peut chercher à calculer la durée du placement en isolant n dans la formule : $S_n = S_0(1+i)^n$. On a :

$$(1+i)^n = \frac{S_n}{S_0}$$

L'utilisation du logarithme est nécessaire pour faire tomber la puissance :

$$\ln((1+i)^n) = \ln\left(\frac{S_n}{S_0}\right)$$

ainsi

$$n \times \ln(1+i)^n = \ln\left(\frac{S_n}{S_0}\right)$$

On trouve donc

$$n = \frac{\ln\left(\frac{S_n}{S_0}\right)}{\ln(1+i)}$$

Exemple 2.1.2. *En combien de temps un capital de 1000 DA peut-il atteindre une valeur acquise de 1215,15 DA au taux annuel de 5 % ?*
En appliquant la formule précédente, on trouve :

$$n = \frac{\ln\left(\frac{1215,51}{1000}\right)}{\ln(1,05)} = 4 \; ans$$

– Comment trouver un taux ?
Si l'on dispose de la valeur acquise, de la valeur placée et de la durée de placement, on peut chercher à calculer le taux de placement i dans la formule : $S_n = S_0(1+i)^n$
On a

$$(1+i)^n = \frac{S_n}{S_0}$$

Ainsi

$$1+i = \left(\frac{S_n}{S_0}\right)^{\frac{1}{n}}$$

Et

$$i = \left(\frac{S_n}{S_0}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Exemple 2.1.3. *À quel taux peut-on obtenir une valeur acquise de 2000 DA avec un capital de 1500 DA en 10 ans ?*
En appliquant la formule précédente, on trouve

$$i = \left(\frac{2000}{1500}\right)^{\frac{1}{10}} - 1 = 2,92 \; \%$$

2.1.3 Actualisation

En finance, on ne peut comparer des sommes qu'à une même date. En effet, une somme de 1000 DA aujourd'hui a plus de valeur qu'elle n'aura dans un an. D'une part, on peut placer ces 1000 DA sur un compte d'épargne aujourd'hui et profiter d'intérêts dans un an et, d'autre part, l'inflation peut faire varier la valeur de cette somme dans un an.
Pour connaître la valeur actuelle d'une somme à venir S dans n années, on peut actualiser cette somme par la formule :

$$S(1+i)^{-n}$$

Ce procédé opère à l'inverse du calcul de la valeur acquise des intérêts composés. On ne cherche plus à connaître la valeur future d'une somme actuelle mais à estimer la valeur actuelle d'une somme à venir.
L'actualisation est utile pour comparer des modes de paiement.

Exemple 2.1.4. *Un magasin propose soit de payer un objet comptant 1000 DA soit de payer 520 DA dans un an et 540 DA dans deux ans. Quel mode de paiement choisir avec un taux d'actualisation de 5 % ?*
On va chercher à actualiser les deux sommes du second mode de paiement pour pouvoir les comparer aux 1000 DA comptant.
On a ainsi :

$$520(1,05)^{-1} + 540(1,50)^{-2} = 985,03 \ DA$$

Le second mode de paiement est par conséquent plus intéressant pour un taux de 5 % alors même qu'il conduit à payer 60 DA de plus dans l'absolu.

2.2 Taux proportionnels et taux équivalents

Les intérêts composés s'appliquent généralement à des placements de durées supérieures à un an. Le taux i utilisé dans la partie précédente est un taux annuel. Il serait utile dans certains cas de repasser à un taux d'une durée plus courte, par exemple un taux mensuel ou trimestriel.

L'idée intuitive est de calculer un taux proportionnel en divisant le taux annuel par le nombre de périodes concernées.
Une année compte 12 mois, le taux mensuel proportionnel est donc un douzième du taux annuel :

$$i_m = \frac{i}{12}$$

Le taux semestriel proportionnel est ainsi :

$$i_s = \frac{i}{2}$$

Le taux trimestriel proportionnel est ainsi :

$$i_t = \frac{i}{4}$$

Le taux proportionnel ne permet pas une équivalence exacte entre les taux.

Exemple 2.2.1. *Considérons un placement de 1000 DA au taux annuel de 10 %. La valeur acquise de cette somme au bout d'un an sera de* $1000 \times 1,1 = 1100$ *DA. Le taux trimestriel proportionnel est :*

$$\frac{10\,\%}{4} = 2,5\,\%$$

Si l'on place 1000 DA à ce taux trimestriel pendant quatre trimestres (autrement dit un an), la valeur acquise de ce placement sera de $1000(1,025)^4 = 1103,81$ *DA. Il y a un écart de 3,81 DA entre les deux modes de calcul.*

Cet exemple illustre la nécessité d'introduire la notion de taux équivalent. On cherche un taux assurant une équivalence parfaite entre le taux annuel et le taux d'une période plus courte.
Reprenons l'exemple du taux trimestriel. On place une somme S au taux annuel i et l'on souhaite que la valeur acquise de cette somme soit la même que celle obtenue au taux trimestriel i_t pendant quatre trimestres.
On a donc $S(1+i) = S(1+i_t)^4$ ainsi $1+i = (1+i_t)^4$ donc $1+i_t = (1+i)^{\frac{1}{4}}$ et

$$i_t = (1+i)^{\frac{1}{4}} - 1$$

Cette formule est la formule du taux trimestriel équivalent.
On trouve de la même façon un taux mensuel équivalent :

$$i_m = (1+i)^{\frac{1}{12}} - 1$$

et un taux semestriel équivalent :

$$i_s = (1+i)^{\frac{1}{2}} - 1$$

Exemple 2.2.2. *Le taux trimestriel équivalent à un taux annuel de 10 % est donc :*

$$(1+0,1)^{\frac{1}{4}} - 1 \simeq 2,41\,\%$$

Remarque 2.2.1. *On a :*

$$\textit{Taux proportionnel} > \textit{Taux équivalent}$$

En pratique, les deux taux sont utilisés. Pour les emprunts, les banques optent pour le taux proportionnel alors que pour les placements le taux équivalent est plus souvent appliqué.

2.3 Versements constants

2.3.1 Valeur acquise d'un versement constant

On cherche à déterminer la valeur acquise d'un versement constant. On suppose qu'on place sur un compte d'épargne au taux annuel i une somme S tous les ans.
Quelle sera la valeur acquise au bout de n années, juste après le dernier versement ?

- La première somme S placée l'année 1 reste $n-1$ années sur le compte. Sa valeur acquise est $S(1+i)^{n-1}$.
- La deuxième somme S placée l'année 2 reste $n-2$ années sur le compte. Sa valeur acquise est $S(1+i)^{n-2}$.
- La somme placée l'année $n-1$ reste une année sur le compte. Sa valeur acquise est $S(1+i)$.

– La dernière somme S placée l'année n ne profite pas d'intérêts car on évalue l'ensemble des versements juste après ce placement.

Notons V la valeur acquise de l'ensemble des placements, on a :

$$V = S + S(1+i) + S(1+i)^2 + \cdots + S(1+i)^{n-2} + S(1+i)^{n-1}$$

On remarque que V est la somme de n termes d'une suite géométrique de premier terme S et de raison $1+i$, ainsi :

$$V = S \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

On a donc la formule de la valeur acquise d'un versement constant :

$$V = S \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemple 2.3.1. *On place 1000 DA par an pendant 4 ans au taux de 6 % ; la valeur acquise de ces placements juste après le dernier versement est :*

$$1000 \times \frac{(1+0,06)^4 - 1}{0,06} = 4374,62\ DA$$

Remarque 2.3.1. *La formule* $V = S \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ *n'est valable qu'à l'instant succédant le dernier versement, si l'instant d'observation est* a *années après le dernier versement, cette formule doit alors être adaptée et devient :*

$$V = S \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i)^a$$

2.3.2 Valeur actuelle d'un versement constant et rentes

Quelle est la valeur actuelle d'un versement constant ?

La question se pose pour une personne qui va percevoir une même somme tous les ans et qui cherche à évaluer la valeur actuelle d'un ensemble de versements à venir.

Une rente est un ensemble de sommes qu'un individu percevra à des dates à venir

déterminées. On utilise le terme général de rente en finance.
On notera R la valeur actuelle d'une rente. On cherche à évaluer la valeur actuelle des versements un an avant le premier versement.
– La somme S perçue dans 1 an a pour valeur actuelle $S(1+i)^{-1}$.
– La somme S perçue dans 2 an a pour valeur actuelle $S(1+i)^{-2}$.
– La somme S perçue dans n an a pour valeur actuelle $S(1+i)^{-n}$.
On a ainsi :

$$R = S(1+i)^{-1} + S(1+i)^{-2} + \cdots + S(1+i)^{-(n-1)} + S(1+i)^{-n}$$

Il s'agit de la somme de n termes d'une suite géométrique de premier terme $S(1+i)^{-1}$ et de raison $(1+i)^{-1}$.
Ainsi :

$$R = S(1+i)^{-1} \times \frac{((1+i)^{-n}) - 1}{(1+i)^{-1} - 1}$$

On a donc la formule de la valeur actuelle d'un versement constant (ou rente) :

$$R = S \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Remarque 2.3.2. *Cette formule n'est valable que pour une période avant le premier versement. Il est nécessaire d'adapter cette formule dans les cas suivants :*
– *Si l'instant d'observation est situé a années avant le premier versement, alors la valeur actuelle devient :*

$$R = S \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \times \frac{1}{(1+i)^{a-1}}$$

– *Si l'instant d'observation est situé a années après le premier versement, alors la valeur actuelle devient :*

$$R = S \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \times \frac{1}{(1+i)^{a+1}}$$

Chapitre 3

Les annuités

3.1 Qu'est-ce qu'une annuité ?

On appelle annuités une suite de flux monétaires perçus ou réglés à intervalles de temps égaux. Le terme annuité est habituellement réservé à des périodicités annuelles. Lorsque la période est différente de l'année, il est préférable de remplacer le terme annuité par semestrialité, trimestrialité ou mensualité.

- L'étude des annuités consiste à déterminer la valeur actuelle ou la valeur acquise, à une date donnée, d'une suite de flux. Elle prend en considération la date du premier flux, la périodicité des flux, le nombre des flux et le montant de chaque flux.
- Lorsque les annuités sont égales, on parle d'annuités constantes, alors que lorsque leur montant varie d'une période à une autre, on parle d'annuités variables.
- Les annuités peuvent être perçues ou versées en début de période ou en fin de période.
- Les annuités sont certaines si la période est constante, c'est-à-dire si le temps qui sépare deux versements est toujours le même et dans le cas contraire, la suite d'annuités est aléatoire.

3.2 Les annuités constantes de fin de période

3.2.1 Valeur acquise

On appelle valeur acquise V_n par une suite d'annuités constantes de fin de période, la somme des annuités exprimée immédiatement après le versement de la dernière annuité. Si on note par :

V_n : la valeur acquise par la suite des annuités.

a : l'annuité constante de fin de période.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt par période de capitalisation.

On a alors :

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

$$V_n = a\left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}\right]$$

Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme 1, de raison $1+i$ et comprenant n termes. La formule devient :

$$V_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$V_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemple 3.2.1. *On place chaque année pendant 5 ans, un capital de 5000 DA. Calculer la valeur acquise au moment du dernier versement, puis un an après le dernier versement (capitalisation annuelle au taux de 6 %). On a :*
$a = 5000\,DA$; $i = 0,06$; $n = 5$.
La valeur acquise au cinquième versement est :

$$V_5 = 5000 \times \frac{1,06^5 - 1}{0,06} = 28185,46\,DA$$

La valeur acquise un an après est :

$$28185,46 \times 1,06 = 29876,27\, DA$$

Les intérêts acquis sont alors :

$$29876,27 - (5 \times 5000) = 4876,27\, DA$$

3.2.2 Valeur actuelle

On appelle valeur actuelle d'une suite d'annuités constantes de fin de période, la somme des annuités actualisés V_0 exprimée à la date origine. Si on note par :

V_0 : la valeur actuelle par la suite des annuités.

a : l'annuité constante de fin de période.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt par période de capitalisation.

Alors :

$$V_0 = a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-n+1} + a(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = a\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n+1} + (1+i)^{-n}\right]$$

$$V_0 = a(1+i)^{-1}\left[1 + (1+i)^{-1} + \cdots + (1+i)^{-n+2} + (1+i)^{-n+1}\right]$$

On a donc une suite géométrique de premier terme 1, de raison géométrique $(1+i)^{-1}$ et comprenant n termes. La formule devient :

$$V_0 = a(1+i)^{-1} \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-(1+i)^{-1}}$$

$$V_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{1+i-1}$$

$$V_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Exemple 3.2.2. *Quelle est la valeur actuelle au taux d'actualisation de 6 % d'une suite d'annuités constantes de 1500 DA versées à la fin de chaque année pendant 7 ans.*
La valeur actuelle de cette suite est donc :

$$V_0 = 1500 \times \frac{1 - 1,06^{-7}}{0,06} = 8373,57\,DA$$

3.3 Les annuités constantes de début de période

3.3.1 Valeur acquise

Si on considère que les flux sont versés en début de période, et on note par :

V_n : la valeur acquise par la suite des annuités.

a : l'annuité constante de début de période.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt par période de capitalisation.

On obtient donc :

$$V_n = a(1+i) + a(1+i)^2 + \cdots + a(1+i)^{n-1} + a(1+i)^n$$

$$V_n = a(1+i)\left[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \cdots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}\right]$$

On a donc une suite géométrique de premier terme 1, de raison géométrique $1+i$ et comprenant n termes. La formule devient donc :

$$V_n = a(1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

D'où

$$V_n = a(1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Exemple 3.3.1. *En déposant un montant d'argent le premier de chaque mois du* 1^{er} *janvier 2002 au* 1^{er} *janvier 2003, on désire accumuler 1000 DA au* 1^{er} *janvier 2003.*

Si le taux mensuel est de 0,005, quelle doit être la valeur du montant d'argent déposé chaque mois ?
On a donc :

$$V_n = a(1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$a = \frac{1}{1,005} \times \frac{1000}{\left(\frac{1,005^{13} - 1}{0,005}\right)} = 74,27\,DA$$

3.3.2 Valeur actuelle

Si on note par :

V_0 : la valeur actuelle par la suite des annuités.

a : l'annuité constante de début de période.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt par période de capitalisation.

Dans ce cas, on obtient la valeur actuelle comme suivant :

$$V_0 = a + a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \cdots + a(1+i)^{-n+1}$$

$$V_0 = a\left[1 + (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \cdots + (1+i)^{-n+1}\right]$$

On a donc une suite géométrique de premier terme 1, de raison géométrique $(1+i)^{-1}$ et comprenant n termes. La formule devient :

$$V_0 = a \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-(1+i)^{-1}}$$

D'où

$$V_0 = a(1+i) \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Exemple 3.3.2. *Quel montant doit-on verser le premier janvier de chaque année et pendant 8 ans pour rembourser un emprunt de 90000 DA avec u taux de 7 % ?*
Application directe de la formule :

$$V_0 = a(1+i) \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Donc on trouve :

$$a = 14086\,DA$$

3.4 Les annuités variables de fin de période

3.4.1 Valeur acquise

On suppose dans ce cas que les annuités sont variables et que les flux sont versés en fin de période. Si on note par :

V_n : la valeur acquise par la suite des annuités.

a_p : l'annuité à la date p.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt.

Alors

$$V_n = a_n + a_{n-1}(1+i) + \cdots + a_2(1+i)^{n-2} + a_1(1+i)^{n-1}$$

$$V_n = \sum_{p=1}^{n} a_p(1+i)^{n-p}$$

3.4.2 Valeur actuelle

Si on note par :

V_0 : la valeur actuelle par la suite des annuités.

a_p : l'annuité à la date p.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt.

On obtient la valeur actuelle comme suivant :

$$V_0 = a_1(1+i)^{-1} + a_2(1+i)^{-2} + \cdots + a_{n-1}(1+i)^{-n+1} + a_n(1+i)^{-n}$$

$$V_0 = \sum_{p=1}^{n} a_p(1+i)^{-p}$$

3.5 Les annuités variables de début de période

3.5.1 Valeur acquise

Ici on suppose que les annuités sont aussi variables mais les flux sont versés en début de période. Si on note par :

V_n : la valeur acquise par la suite des annuités.

a_p : l'annuité à la date p.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt.

On a donc :

$$V_n = a_n(1+i) + a_{n-1}(1+i)^2 + \cdots + a_2(1+i)^{n-1} + a_1(1+i)^n$$

$$V_n = \sum_{p=1}^{n} a_p(1+i)^{n-p+1}$$

3.5.2 Valeur actuelle

Si on note par :

V_0 : la valeur actuelle par la suite des annuités.

a_p : l'annuité à la date p.

n : le nombre de périodes (d'annuités).

i : le taux d'intérêt.

On obtient dans ce cas :

$$V_0 = a_1 + +a_2(1+i)^{-1} + \cdots + a_{n-1}(1+i)^{-n+2} + a_n(1+i)^{-n+1}$$

$$V_0 = \sum_{p=1}^{n} a_p(1+i)^{-p+1}$$

Chapitre 4

Les emprunts indivis

4.1 Qu'est-ce qu'un emprunt indivis ?

On appelle emprunt indivis, un contrat d'emprunt entre un et un seul prêteur et un et un seul emprunteur. Un tel emprunt fait l'objet d'un remboursement fixe au moment de la signature du contrat, il est caractérisé par plusieurs éléments :
– Le montant de l'emprunt C_0.
– La durée de l'emprunt T.
– Le taux de l'emprunt i.
– Les modalités de remboursement.
Généralement, les modalités de remboursement peuvent prendre trois formes :
– Remboursement par amortissements constants.
– Remboursement par annuités constantes.
– Emprunt remboursable en une seule fois.

4.2 Les formules de remboursement

4.2.1 Remboursement par amortissements constants

Selon cette formule, le montant de l'emprunt indivis est divisé en parts égales (les amortissements) en fonction du nombre de périodes de remboursement. À la fin de chaque période, l'emprunteur verse au prêteur une partie de la dette (amortissement) et un intérêt calculé au taux prévu sur le montant encore dû. La somme de ces deux éléments (amortissement-intérêt) forme l'annuité de remboursement.

Exemple 4.2.1. *Une entreprise emprunte la somme de 1000000 DA à la banque. Cet emprunt est remboursable en quatre fractions égales, payables à la fin de chacune de quatre années avec un taux de 12 %.*
Le tableau d'amortissement de cet emprunt est comme suivant :

Période	*Capital*	*Intérêt*	*Amortissement*	*Annuité*
1	*1000000*	*120000*	*250000*	*370000*
2	*750000*	*90000*	*250000*	*340000*
3	*500000*	*60000*	*250000*	*310000*
4	*250000*	*30000*	*250000*	*280000*
Total		*300000*	*1000000*	*1300000*

Généralisation

Période	Capital	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	C_0	$I_1 = C_0 \times i$	m	$a_1 = I_1 + m$
2	$C_1 = C_0 - m$	$I_2 = C_1 \times i$	m	$a_2 = I_2 + m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	$C_{p-1} = C_{p-2} - m$	$I_p = C_{p-1} \times i$	m	$a_p = I_p + m$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n-1	$C_{n-2} = C_{n-3} - m$	$I_{n-1} = C_{n-2} \times i$	m	$a_{n-1} = I_{n-1} + m$
n	$C_{n-1} = C_{n-2} - m$	$I_n = C_{n-1} \times i$	m	$a_n = I_n + m$

4.2.2 Remboursement par annuités constantes

Selon cette formule de remboursement, ce sont les annuités (intérêts+amortissements) qui sont constantes. Dans ce cas, la formule de l'annuité est comme suivant :

$$a = \frac{C_0 \times i}{1 - (1 + i^{-T})}$$

Exemple 4.2.2. *Gardons l'exemple précédent en supposant que les remboursements se font par annuités constantes.*

Période	*Capital*	*Intérêt*	*Amortissement*	*Annuité*
1	*1000000*	*120000*	*209234,44*	*329234,44*
2	*790765,56*	*94891,87*	*234342,57*	*329234,44*
3	*556422,99*	*66770,77*	*262463,67*	*329234,44*
4	*293959,32*	*35275,12*	*293959,32*	*329234,44*
Total		*316937,76*	*1000000*	*1316937,76*

telle que l'annuité est calculée à l'aide de la formule énoncée précédemment :

$$a = 1000000 \times \frac{0,12}{1 - (1,12)^{-4}} = 329234,44$$

Généralisation

Période	Capital	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	C_0	$I_1 = C_0 \times i$	m_1	$a = I_1 + m_1$
2	$C_1 = C_0 - m_1$	$I_2 = C_1 \times i$	m_2	$a = I_2 + m_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	$C_{p-1} = C_{p-2} - m_{p-1}$	$I_p = C_{p-1} \times i$	m_p	$a = I_p + m_p$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n-1	$C_{n-2} = C_{n-3} - m_{n-2}$	$I_{n-1} = C_{n-2} \times i$	m_{n-1}	$a = I_{n-1} + m_{n-1}$
n	$C_{n-1} = C_{n-2} - m_{n-1}$	$I_n = C_{n-1} \times i$	m_n	$a = I_n + m_n$

4.2.3 Remboursement à une seule fois

Généralisation

Période	Capital	Intérêt	Amortissement	Annuité
1	C_0	$I_1 = I = C_0 \times i$	-	$a_1 = I_1 = I$
2	C_0	$I_2 = I = C_0 \times i$	-	$a_2 = I_2 = I$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	C_0	$I_p = I = C_0 \times i$	-	$a_3 = I_p + I$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n-1	C_0	$I_{n-1} = I = C_0 \times i$	-	$a_{n-1} = I_{n-1} = I$
n	C_0	$I_n = I = C_0 \times i$	-	$a_n = I_n + C_0 = I + C_0$

Exemple 4.2.3. $C_0 = 100000$ *DA*, $i = 6\%$, $n = 4$ *ans.*

Période	*Capital*	*Intérêt*	*Amortissement*	*Annuité*
1	*100000*	*6000*	-	*6000*
2	*100000*	*6000*	-	*6000*
3	*100000*	*6000*	-	*6000*
4	*100000*	*6000*	*100000*	*106000*

Chapitre 5

Les emprunts obligataires

L'étude des canaux de financement d'une économie a été à la base de plusieurs travaux de recherche. Ces études visaient tant la description des voies de financement disponibles que leur catégorisation. Ainsi, les travaux de Gurley et Shaw (1960) [7] ont permis de créer la distinction entre finance directe et finance indirecte. En finance directe, la rencontre entre agents non-financiers excédentaires et agents non-financiers déficitaires est directe et sans intermédiaire. En finance indirecte, les intermédiaires financiers participent de façon plus poussée au processus. Ils interposent entre offreurs et demandeurs de capitaux. Une entreprise, si elle est mal gérée, risque à tout moment de se retrouver en situation d'insolvabilité ce qui se traduirait par une cessation de son activité et une mise en liquidation. Cette situation peut arriver à toute entreprise qui ne prend pas suffisamment conscience de l'importance d'une gestion saine de ses finances et ce, même dans le cas ou l'entreprise connaît une bonne activité économique. Pour éviter de se trouver dans l'incapacité à honorer une dette, l'entreprise doit être consciente de ses besoins financiers et doit y apporter une réponse appropriée. L'emprunt obligataire est considéré comme une source de financement direct d'origine externe.

En quelques années à peine, le mode de financement des investissements est devenu une préoccupation majeure des entreprises au niveau mondial. Le recours à l'emprunt obligataire est une forme parmi d'autres sur le marché de capitaux qui permet de répondre de mieux en mieux aux attentes et aux besoins des entreprises.

5.1 Genèse de l'emprunt obligataire

L'histoire des obligations, c'est d'abord l'histoire d'un rapport de force entre le débiteur (généralement la puissance publique) et ses créanciers (généralement des personnes privés). Compte tenu de la puissance respective des cocontractants, le rapport de force n'a jamais été équilibré. Les obligations sont des titres de créances représentatifs d'un emprunt collectif et négociable sur un marché. L'obligation constitue un engagement dans le temps, à un terme où se situera son exécution .L'expression a été utilisée de façon spécifique dès le moyen âge dans les transactions commerciales ; il s'est appliqué, plus tard, aux titres d'emprunts émis par l'État et les collectivités publiques, puis par les compagnies industrielles et financières.

La première émission obligataire a été réalisée en Italie par la ville de Gênes au XI^{ème} siècle République de Venise [8], en gageant les obligations sur les ressources de l'impôt sur le sel (la plus sûre des rentrées fiscales à l'époque). Les obligations sont tout simplement nées d'une réflexion de bon sens pour financer de lourdes infrastructures comme des installations portuaires nécessitant des travaux plu-ri annuels et qui ne pouvaient produire des recettes qu'à long terme, l'impôt annuel ne suffisait pas. Les magistrats de la ville, tous issus de l'aristocratie et de la bourgeoisie, ont donc cherché des ressources à long terme, et ce d'autant plus facilement que les détenteurs de capitaux étaient les mêmes familles qui dirigeaient la cité.

Venise pour sa part avait, dès le XIII^{ème}, opté pour l'emprunt forcé, en contraignant les riches bourgeois à lui prêter. Pour dégager un groupe de revenu sur quoi asseoir les intérêts et le remboursement des prêts ainsi consentis, la ville créa une institution spécialisée chargée à la fois du contrôle et de gestion des fonds. Cette institution payait des intérêts bisannuels qui représentaient deux fois 5 % [9].

Loin de la polémique sur la paternité des obligations la ville de Gène a longtemps détenu le record de taux d'intérêt le plus bas jamais mentionné dans les annales des obligations. En 1619, elle avait apparemment retrouvé la confiance de ces créanciers et pouvait alors emprunter à un taux annuel de seulement 1,2 %. Il faudra attendre l'effondrement des taux à long terme au Japon en 1998 pour que ce singulier record soit enfin battu [10].

En France, le premier emprunt royal fut lancé par François 1$^{\text{er}}$ en 1522 pour financer les guerres d'Italie ; un marché obligataire est né sous la restauration, lorsque le royaume de France eut à emprunter pour liquider les dettes de l'empire. Mais les véritables emprunts obligataires tels que nous les connaissons aujourd'hui destinés au financement de l'économie sont nés avec la révolution industrielle. Ils ont été émis par les sociétés qui sont créées dont les nouvelles compagnies de chemins de fer et les institutions financières.

La hausse brutale des taux d'intérêt dans le monde, à la suite du second choc pétrolier en 1979, a créé une opportunité exceptionnelle et dynamisé le marché obligataire jusque-là peu actif. Les émissions obligataires ont alors connu une progression particulièrement forte.

Pendant longtemps, les transactions sur des obligations se limitaient à des négociations par téléphone auprès des teneurs de marché. C'était encore le cas en Europe à la fin de 1998, à l'exception de l'Italie où un système de négociation électronique jouait déjà un rôle important dans la centralisation du marché.

Comme c'est le cas sur tout marché du téléphone, un teneur de marché peut conclure une transaction à l'insu de tous ses concurrents, ce qui procure un avantage d'information. Sur un marché fonctionnant hors bourse, comme les teneurs de marché n'ont pas l'obligation de respecter des normes de continuité des prix, de fortes variations peuvent survenir d'une transaction à l'autre et les différentiels de prix peuvent s'élargir brusquement. Le manque d'homogénéité des titres et leur diversité rendaient le marché assez opaque.

C'était tout particulièrement le cas pour les titres émis par des sociétés privées en raison des faibles volumes émis par comparaison avec les émissions des Trésors publics. En outre, les obligations des entreprises privées s'avèrent souvent d'une tarification plus complexe en raison des options et autres particularités qui y sont incorporées. La liquidité du marché secondaire était restreinte vu la rareté des transactions, la plupart des investisseurs institutionnels en ayant fait l'acquisition se contentant de les conserver jusqu'à échéance.

Aussi, les obligations deviennent de moins en moins liquides au fur et à mesure qu'elles vieillissent, puisqu'elles donnent lieu ainsi à moins de transactions. Seuls les titres qui

viennent d'être émis suscitent des transactions nourries.
Avec l'instauration de la règle de trois «D» (Déréglementation, Désintermédiation, Décloisonnement) le marché obligataire se modernise. Avant cette vague de réforme, le marché obligataire était à la fois fortement réglementé par les pouvoirs publics, strictement cloisonné (l'origine de ce cloisonnement provenait de la crise de 1929) et peu développé dans la mesure où l'économie mondiale était fortement intermédiée. Les trois «D» vont balayer cette organisation et renforcer le rôle du marché obligataire dans le financement de l'économie.
Depuis les années 2000, le monde obligataire est devenu un monde d'innovation où proposer des produits complexes signifie pour les établissements financiers des marges plus élevés.
Parmi ces innovations on peut citer l'ouverture du marché secondaire aux particuliers et leur possibilité d'acheter et de vendre des obligations d'Etat à tout moment et aussi la possibilité d'émission des emprunts d'une échéance de 50 ans.

5.2 Les obligations

Lorsque le montant de l'emprunt est très élevé, l'emprunteur est obligé de s'adresser à plusieurs prêteurs appelés « obligataires » ou « souscripteurs ». En effet, le montant de l'emprunt est divisé en parts égales négociables appelées obligations. Chaque institution intéressée de participer à l'emprunt, en acquiert une certaine quantité. Ainsi, les collectivité publiques, de même que les entreprises publiques peuvent réalisé leur emprunt, en mettant des obligations, contre capitaux.

5.2.1 Qu'est ce qu'une obligation

– Une obligation est un titre de créance qui représente une fraction d'un emprunt émis par une entreprise, un organisme public ou l'État. Une obligation représente ainsi une reconnaissance de dette de son émetteur. Le porteur de l'obligation reçoit un intérêt, appelé «coupon», et le montant emprunté doit lui être remboursé à l'échéance. L'emprunt est divisé en obligations de la même manière que le capital d'une société est divisé en actions.

– Au sens de la loi, on entend par « obligations » les titres négociables qui, dans une même émission, confèrent les mêmes droits de créance général ou spécifique sur tout ou partie du patrimoine de la personne morale qui les émet.
– Les obligations peuvent être souscrites au moment du lancement de l'émission lors d'un appel public à l'épargne, pendant une période appelée «période de souscription». On parle de «marché primaire».
– Après leur émission, les obligations peuvent être cotées en bourse. Lorsque les obligations sont revendues avant leur échéance ou achetées pendant leur durée de vie, on parle de «marché secondaire».

5.2.2 Les caractéristiques d'une obligation

Les obligations sont caractérisées par les éléments suivants :

- **La valeur nominale** : C'est la valeur faciale de l'obligation. Elle est unique pour toutes les obligations d'un même emprunt. Elle constitue le montant à partir duquel est établi le tableau d'amortissement et la base de calcul des intérêts.
- **La valeur d'émission** : C'est la somme effectivement payée par l'obligataire pour l'achat d'une obligation. Ce prix peut être différent du nominal. Lorsqu'il est égal au nominal, on dit que l'obligation est émise « au pair », s'il en est inférieur, on dit que l'obligation est « au dessous du pair » alors que s'il en est supérieur, on dit que l'émission est « au dessus du pair ». La différence entre la valeur d'émission et la valeur nominale est appelée prime d'émission.
- **La valeur de remboursement** : C'est la somme versée par l'emprunteur au moment du remboursement de l'obligation. Cette somme peut être égale à la valeur nominale, on parle dans ce cas d'un remboursement « au pair », ou supérieure à la valeur nominale et on parle alors d'un remboursement « au dessus du pair ». La différence entre la valeur de remboursement et la valeur d'émission est appelée prime de remboursement. Le mode de remboursement peut être :
  – En bloc ou in fine : tous les titres sont remboursés en une seule fois à l'échéance.

  - Par amortissement constant : un même nombre d'obligations tirées au sort est remboursé chaque année.
  - Par annuités sensiblement constantes : les obligations à amortir chaque année sont également tirées au sort. Les annuités ne sont pas strictement constantes parce que l'amortissement doit concerner un nombre entier d'obligations.

- **Le taux nominal** : C'est la rémunération de l'obligation. On l'appelle aussi taux facial. Appliqué à la valeur nominale, il permet de calculer le montant des intérêts (coupon).
- **La date de souscription** : C'est la date de règlement de l'achat de l'obligation par le souscripteur.
- **La date de jouissance** : C'est la date à partir de laquelle les intérêts commencent à courir.
- **Le coupon** : c'est le montant des intérêts servis à chaque échéance, pour chaque obligation.

5.3 Les emprunts obligataires

5.3.1 Cas général

On note par :

N : nombre des obligations émises.

D_0 : le capital emprunté à l'époque zéro.

V_n : la valeur nominale d'une obligation.

i : le taux d'intérêt nominal.

c : le coupon qui est l'intérêt annuel d'une obligation, avec $c = V_n \times i$.

$\mu_1, \mu_2, ..., \mu_n$: le nombre d'obligations amorties au premier, deuxième,...,$n^{\text{ième}}$ tirage au sort.

$d_1, d_2, ..., d_n$: nombre d'obligation encore vivante ou non remboursées au termes du premier, deuxième,...,$n^{\text{ième}}$ tirage au sort.

$D_1, D_2, ..., D_n$: la dette encore vivante ou non encore remboursée aux termes du premier, deuxième,...,$n^{\text{ième}}$ tirage au sort.

$a_1, a_2, ..., a_n$: les annuités versées respectivement aux terme des périodes $1, 2, ..., n$.
$m_1, m_2, ..., m_n$: les n amortissements inclus dans les annuités $a_1, a_2, ..., a_n$.

Tableau d'amortissement

Le tableau d'amortissement d'un emprunt obligataire est similaire par bien des aspects à celui de l'emprunt indivis. Les relations décrites par ce tableau sont là encore vérifiées quelle que soit l'hypothèse de remboursement adoptée : annuités constantes, amortissements constants ou in fine :

année	Dette en début d'année		Intérêt de l'année	Amortissement de la période		Annuités a_p	Dette au terme de l'année	
	d_{p-1} (1)	$d_{p-1}.V_n$ (2)=(1).V_n	(3)=(2).i	μ_p (4)	$m_p=\mu_p.V_n$ (5)=(4). V_n	(6)=(3) +(5)	d_p (7)=(1)-(4)	$d_p.V_n$ (8)=(7).V_n
1	N	$D_0=N.V_n$	$N.V_n.i$	μ_1	$m_1=\mu_1.V_n$	$a_1=N.V_n.i+\mu_1.V_n$	$d_1=N-\mu_1$	$D_1=d_1.V_n$
2	d_1	$d_1.V_n$	$d_1.V_n.i$	μ_2	$m_2=\mu_2.V_n$	$a_2=d_1.V_n.i+\mu_2.V_n$	$d_2=d_1-\mu_2$	$D_2=d_2.V_n$
3	d_2	$d_2.V_n$	$d_2.V_n.i$	μ_3	$m_3=\mu_3.V_n$	$a_3=d_2.V_n.i+\mu_3.V_n$	$d_3=d_2-\mu_3$	$D_3=d_3.V_n$
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
p	d_p	$d_{p-1}.V_n$	$d_{p-1}.V_n.i$	μ_p	$m_p=\mu_p.V_n$	$a_p=d_{p-1}.V_n.i+\mu_p.V_n$	$d_p=d_{p-1}-\mu_p$	$D_p=d_p.V_n$
.	.	.	.	.	.	.	.	.
n-1	d_{n-2}	$d_{n-2}.V_n$	$d_{n-2}.V_n.i$	μ_{n-1}	$m_{n-1}=\mu_{n-1}.V_n$	$a_{n-1}=d_{n-2}.V_n.i+\mu_{n-1}.V_n$	$d_{n-1}=d_{n-2}-\mu_{n-1}$	$D_{n-1}=d_{n-1}.V_n$
n	d_{n-1}	$d_{n-1}.V_n$	$d_{n-1}.V_n.i$	μ_n	$m_n=\mu_n.V_n$	$a_n=d_{n-1}.V_n.i+\mu_n.V_n$	$d_n=d_{n-1}-\mu_n=0$	$D_n=0$

- Le nominal D_0 d'un emprunt est divisé en N fractions d'égal montant V_n dinars. On aura ainsi $D_0 = N \times V_n$.
- Chaque prêteur reçoit un titre appelé obligation. La société qui emprunte émet donc N obligations chacune ayant un nominal égal à V_n.
- À la fin de la première année d'existence de l'emprunt l'annuité a_1 est versée aux prêteurs de la façons suivante : (rappelons que $a_1 = D_0 \times i + m_1$). L'intérêt $D_0 \times i$ qui s'écrit aussi $N \times V_n \times i$ est versé aux porteurs de N obligations souscrites, chaque obligations fournissant ainsi à son propriétaire un intérêt $V_n \times i$, intérêt pour un an du capital prêté, qu'on appelle coupon annuel d'intérêt et qui demeurera constant tout au long de l'existence de l'emprunt. L'obligation peut donc être qualifiée de

valeur mobilière à revenu fixe.

- L'amortissement m_1 est réparti de façon égale entre $m_1/V_n = \mu_1$ obligations, tirées au sort parmi N obligations émises. L'amortissement m_1 est donc égal à $\mu_1 V_n$, on rend ainsi au porteurs de ces μ_1 obligations le capital qu'ils avaient prêté un an auparavant, à l'émission de l'emprunt. Ces obligations sont dites amorties (remboursées). Elles perdent dès lors toute existence et ne confèrent plus aucun droit. L'annuité a_1 s'écrit donc :

$$a_1 = N \times V_n \times i + \mu_1 \times V_n$$

- A la fin de la seconde année l'annuité $a_1 = D_1 \times i + m_2$ est versée aux obligataires dont le titre n'a pas été amorti à la fin de la première année, l'intérêt $D_1 \times i = d_1 \times V_n \times i$ (d_1 étant le nombre des obligations encore vivantes après le première échéance) est versé aux obligations vivantes, chacune de ces obligations recevant le coupon annuel d'intérêt $V_n \times i$.
- L'amortissement m_2 est réparti entre $m_2/V_n = \mu_2$ obligations tirées au sort parmi les d_1 obligations vivantes. La seconde annuité s'écrit donc :

$$a_2 = d_1 \times V_n \times i + \mu_2 \times V_n$$

  Et ainsi de suite, l'annuité $a_p = D_{p-1} \times i + m_p$, que nous avons rencontrée en matière d'emprunt indivis s'écrira en conséquence, pour ce qui concerne les emprunts obligations :

$$a_p = d_{p-1} \times V_n \times i + \mu_p \times V_n$$

  d_1 étant le nombre d'obligations non encore amorties (ou encore vivantes, en circulation) après $p - 1$ échéances, $\mu_p = m_p/V_n$.
- Le nombre d'obligations qui resteront amorties (après tirage au sort parmi les d_{p-1} obligations encore vivantes) à l'occasion de la $p^{\text{ième}}$ échéance.
- La $n^{\text{ième}}$ et dernière annuité s'écrira :

$$a_n = d_{n-1} \times V_n \times i + \mu_n \times V_n$$

- Le nombre μ_n d'obligations amorties à la dernière échéance sera égal au nombre d'obligations d_{n-1} encore vivantes après $n-1$ échéances, puisque la $n^{\text{ième}}$ échéance est la dernière et qu'elle éteint l'emprunt. Il n'y aura pas de tirage au sort puisque toutes les obligations vivantes vont êtres amorties.

5.3.2 Emprunt obligataire à annuités constantes

Le tableau ci-après reprend les expressions spécifiques aux emprunts obligataires à annuités constantes. Ces expressions s'obtiennent à partir de celle établies dans le cadre des emprunts indivis :

Emprunt indivis à annuités constantes	Emprunt obligataire à annuités constantes
Annuité constante $a=D_0[i/1-(1+i)^{-n}]$	Annuité constante $a=N.V_n\,[i/1-(1+i)^{-n}]$
Premier amortissement $m_1=D_0[i/(1+i)^n-1]$	Nombre d'obligations amorties au premier tirage $\mu_1 = N.\,[i/(1+i)^n-1]$
Loi de progression des amortissements $m_{p+1}=m_p(1+i)$ et $m_p=m_1\,(1+i)^{p-1}$	Loi de progression du nombre d'obligations $\mu_{p+1}=\mu_p(1+i)$ et $\mu_p=\mu_1(1+i)^{p-1}$
Capital remboursé après p échéances $R_p=D_0\,[\,((1+i)^p-1)/(1+i)^n-1)]$	Nombre d'obligations amorties après p tirages $r_p= N[\,((1+i)^p-1)/(1+i)^n-1)]$
Dette vivante après p échéances $D_p = D_0[\,((1+i)^n-(1+i)^p)/(1+i)^n-1)]$	Nombre d'obligations vivantes après p tirages $d_p = N[\,((1+i)^n-(1+i)^p)/(1+i)^n-1)]$

Remarque 5.3.1. *A l'exception de l'annuité constante, les formules relatives à l'emprunt obligataire s'obtiennent en divisant les membres des expressions de l'emprunt indivis par V_n, le nominal de l'obligation.*

Tableau d'amortissement

Les règles de construction des tableaux d'amortissement en matière d'emprunts obligataires sont les mêmes que celles observées en matière d'emprunt indivis. La seule différence est que la somme D_0 est divisée en N fractions et donc l'amortissement annuel au lieu d'être versé, en même temps que l'intérêt, à un prêteur unique, est versé aux porteurs de μ obligations. Les nombres d'obligations amorties à la fin de chaque année doivent être des nombres entiers. Ce nombre étant fréquemment fractionnaire, il est nécessaire de l'arrondir afin de parvenir à la fois à un nombre entier de titres à amortir chaque année et à une somme des nombres de titres amortis égale au nombre de titres émis. Il existe plusieurs méthodes d'arrondissement de ce nombre.

Exemple 5.3.1. *Un emprunt obligataire à annuités constantes présente les caractéristiques suivantes :* $D_0 = 500000, V_n = 500, N = 1000, i = 12\%, n = 5$. *Le nombre de titres amortis au premier rang* (μ_1) *peut être déterminé par trois façons :*

- ***Par le calcul préalable de l'annuité théorique*** *:*

$$a = (1000) \times (500) \times [0,12/1 - (1,12)^{-5}] = 138704,87\ DA$$

Le tableau d'amortissement du cas général indique l'expression de la première annuité :

$$\begin{aligned} a_1 = N \times V_n + \mu_1 \times V_n \Longrightarrow \mu_1 &= a_1 - N \times V_n \times i/V_n \\ &= [138704,87 - (500000)(0,12)]/500 \\ &= 157,47 \end{aligned}$$

- ***Par le calcul préalable du premier amortissement*** *:*

$$m_1 = (1000)(500)[(0,12)/(1,12)^5 - 1] = 78704,87\ DA$$

Le tableau d'amortissement du cas général indique l'expression de m_1 *relativement à* μ_1 *(ligne 1, colonne 5) :*

$$m_1 = \mu_1 \times V_n \Longrightarrow \mu_1 = m_1/V_n = 78704,87/500 = 157,47$$

- ***Directement à partir de l'expression*** *:*

$$\mu_1 = 1000[0,12/(1,12)^5 - 1] = 157,41$$

Les valeurs successives de μ *s'obtiennent à partir de la loi de progression du nombre de titres amortis :*

$$\mu_p = \mu(1+i)^{p-1}$$

Le tableau ci-après reprend les valeurs théoriques successives des μ :

μ	Relation avec μ	Relation avec le μ précédent	Expression numérique	Valeur théorique
μ_1	-	-	-	157,41
μ_2	$\mu_1(1+i)$	$\mu_1(1+i)$	157,41(1,12)	176,30
μ_3	$\mu_1(1+i)^2$	$\mu_2(1+i)$	176,30(1,12)	197,46
μ_4	$\mu_1(1+i)^3$	$\mu_3(1+i)$	197,30(1,12)	221,15
μ_5	$\mu_1(1+i)^4$	$\mu_4(1+i)$	221,15(1,12)	247,69

Considérons à présent le procédé qui permet de déterminer le nombre réel d'obligations amorties. Son principe peut énoncer ainsi :

- *Les nombres théoriques sont arrondis à l'entier le plus proche. Si la somme des μ réels est inférieure au nombre total de titres émis N, il convient alors d'arrondir à l'entier supérieur les nombres théoriques initialement arrondis à l'entier inférieur et dont la partie fractionnaire est la plus forte. La démarche inverse permet de corriger un total supérieur à N.*
- *L'application de cette démarche peut prendre la forme du tableau suivant :*

Rangs des μ	μ théoriques	μ théoriques arrondis à l'entier le plus proche	Correction des μ à partie fractionnaire la plus forte	μ réels
μ_1	157,41	157	-	157
μ_2	176,30	176	-	176
μ_3	197,46	197	197+1	198
μ_4	221,15	221	-	221
μ_5	247,69	248	-	248
		999		1000

La construction du tableau d'amortissement est maintenant possible :

année	Dette en début d'année		Intérêt de l'année	Amortissement de la période		Annuités	Dette au terme de l'année	
	d_{p-1} (1)	$d_{p-1}.V_n$ (2)=(1).V_n	(3)=(2).i	μ_p (4)	$m_p=\mu_p.V_n$ (5)=(4). V_n	a_p (6)=(3) +(5)	d_p (7)=(1)-(4)	d_p.i (8)=(7).V_n
1	1000	500 000	60000	157	78500	138500	843	421500
2	834	421 500	50580	176	88000	138580	667	333500
3	667	333 500	40020	198	99000	139020	469	234500
4	469	234 500	28140	221	110500	138640	248	124000
5	248	124 000	14880	248	124000	138880	0	0
				1000	500000			

Remarque 5.3.2. *L'arrondissement des nombres de titres amortis a deux conséquences :*

- *Les nombres de titres réellement remboursés sont en progression géométrique de raison sensiblement égale à $(1+i)$, ainsi :*

$$\begin{array}{rcccl} \mu_2/\mu_1 & = & 1,121 & \simeq & 1,12 \\ \mu_3/\mu_2 & = & 1,125 & \simeq & 1,12 \\ \mu_4/\mu_3 & = & 1,116 & \simeq & 1,12 \\ \mu_5/\mu_4 & = & 1,122 & \simeq & 1,12 \end{array}$$

Cette remarque s'applique également aux amortissements.

- *Les annuités réelles diffèrent sensiblement de l'unité théorique.*

5.3.3 Emprunt obligataire à amortissements constants

Les expressions propres à l'emprunt obligataire à amortissements constants peuvent également être obtenues à partir de celles relatives à l'emprunt indivis de même nature :

Emprunt indivis à amortissements constants	Emprunt obligataire à amortissements constants
Amortissement constant **$m=D_0/n$**	Nombre d'obligations amorties à chaque tirage **$\mu=N/n$**
	Amortissement contant **$m=N.V_n/n=\mu.V_n$**
Loi de la progression des annuités **$a_{p+1}-a_p=-m.i=-D_0.i/n$**	Loi de progression des annuités **$a_{p+1}-a_p=-\mu.V_n.i=-N.V_n.i/n$**
Capital remboursé après p échéances **$R_p=p.m$**	Nombre d'obligations amorties après p tirages **$r_p=p.\mu$**
Dette vivante après p échéances **$D_p=(n-p).m$**	Nombre d'obligations vivantes après p tirages **$d_p=(n-p).\mu$**

Tableau d'amortissement

Reconsidérons l'exemple commun : $N = 1000$, $V_n = 500$, $i = 0,12$, $n = 5$.

– Détermination de l'amortissement constant :

$$m = (1000)(500)/5 = 100000\ DA$$

– Détermination du nombre de titres amortis à chaque tirage :

$$\mu = 100000/500 = 20$$

– Ce résultat peut également être obtenu à partir de $\mu = 1000/5 = 200$:

année	Dette en début d'année		Intérêt de l'année	Amortissement de la période		Annuités a_p	Dette au terme de l'année	
	d_{p-1} (1)	$d_{p-1}.V_n$ (2)=(1).V_n	(3)=(2).i	μ_p (4)	$m_p=\mu_p.V_n$ (5)=(4). V_n	(6)=(3) +(5)	d_p (7)=(1)-(4)	$d_p.V_n$ (8)=(7).V_n
1	1000	500 000	60000	200	100 000	160 000	800	40000
2	800	400 000	48000	200	100 000	148 000	600	30000
3	600	300 000	36000	200	100 000	136 000	400	20000
4	400	200 000	24000	200	100 000	124 000	200	10000
5	200	100 000	12000	200	100 000	112 000	0	0
				1000	500000			

Remarque 5.3.3. – *Les annuités sont en progression arithmétique de raison :*

$$a_{p+1} - a_p = -\mu \times V_n \times i = (200)(500)(0,12) = -12000\ DA$$

– *Les intérêts progressent également de façon arithmétique au rythme de* -12000 DA.

5.3.4 Emprunt obligataire remboursable in fine

– Seule la variante relative de l'emprunt indivis in fine est reprise par les emprunts obligataires de cette nature. Les notions relatives au fonds d'amortissement, évoquées pour l'indivis, ne seront plus reprises dans le cas présent.
– Les propriétés spécifiques sont limitées en raison de la simplicité de cette formule de remboursement, qui suppose le paiement su seul intérêt pour les $(n-1)$ premières annuités et du règlement du principal qui s'ajoute à l'intérêt pour la $n^{\text{ième}}$ et dernière annuité.
– Formellement ce schéma correspond au cas de $(n-1)$ annuités constantes de valeur égale :

$$a_1 = a_2 = ... = a_{n-1} = N \times V_n \times i$$

et une dernière annuité dont la valeur est :

$$a_n = N \times V_n \times i + N \times V_n = N \times V_n(1+i)$$

Tableau d'amortissement

Le tableau d'amortissement de ce type d'emprunt se réduit à sa forme la plus simple et ne nécessite pas ou peu de calculs préalables à son établissement. Reprenons de nouveau l'exemple commun.

<table>
<tr><th rowspan="2">année</th><th colspan="2">Dette en début d'année</th><th rowspan="2">Intérêt de l'année
(3)=(2).i</th><th colspan="2">Amortissement de la période</th><th rowspan="2">Annuités
a_p
(6)=(3) +(5)</th><th colspan="2">Dette au terme de l'année</th></tr>
<tr><th>d_{p-1}
(1)</th><th>$d_{p-1}.V_n$
(2)=(1).V_n</th><th>μ_p
(4)</th><th>$m_p=\mu_p.V_n$
(5)=(4). V_n</th><th>d_p
(7)=(1)-(4)</th><th>$d_p.i$
(8)=(7).V_n</th></tr>
<tr><td>1</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>60000</td><td>0</td><td>0</td><td>60 000</td><td>1000</td><td>500000</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>60000</td><td>0</td><td>0</td><td>60 000</td><td>1000</td><td>500000</td></tr>
<tr><td>3</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>60000</td><td>0</td><td>0</td><td>60 000</td><td>1000</td><td>500000</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>60000</td><td>0</td><td>0</td><td>60 000</td><td>1000</td><td>500000</td></tr>
<tr><td>5</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>60000</td><td>1000</td><td>500 000</td><td>560 000</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1000</td><td>500000</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Conclusion

Toute entreprise soucieuse de préserver sa croissance et sa pérennité à long terme a constamment besoin de fonds afin d'assurer le financement de ses investissements.

Ainsi, plusieurs sources de financement s'offrent à l'entreprise parmi lesquelles le financement par emprunt obligataire.

En effet, les emprunts obligataires constituent un complément indispensable du financement par capitaux propres. Cependant, seules les entreprises de grande taille (en général) susceptibles de remplir les conditions exigées peuvent en bénéficier.

De ce fait, l'objet du présent travail consiste à donner un aperçu global sur les emprunts obligataires à travers le dernier chapitre.

Bibliographie

[1] B. de Finetti, Finance et économie appliquée, (1967).

[2] Gérand Neuberg, Mathématiques financières et actuarielle, (2012).

[3] Eugène Rereire, De l'intérêt composé, des annuités et de l'amortissement, (1996).

[4] Driss El moutawakil, Mathématiques financières, (2000).

[5] Lang Fred, Mathématiques financières, (2012).

[6] Garmen Mermoud, Mathématiques financières, (2013).

[7] X. BRADLEY et C. DESCAMPS, Monnaie, banque, financement, Ed. Dalloz, Paris, (2005).

[8] D.VITRAC, Droit de l'introduction en bourse, Ed. Revue banque, Paris, (2003).

[9] L.FLECHIR et J.M. VASELIN, La naissance du marché obligataire, (1998).

[10] E.PICHET,Guide pratique des obligations, Ed. Sefi, Paris, (2007).